管理人の先生から、毎回激励メッセージが届きます！

お母さんの代わりに
家庭学習を監視

こんなイメージです！
PC画面上にみんなの勉強姿が！
顔は映らないので安心！
手元だけでOK！

家でも塾のように
集中できる環境がココに！
全国の仲間と一緒に勉強する
オンライン学習室です。

スパルタ先生は365日OPEN！

レギュラー開室時間:18:00~22:30(365日)
土日祝・長期休暇開室時間:レギュラー開室時間+9:00~11:00
春・夏・冬休みは、朝からの学習習慣の維持を目的として、朝の時間帯を開室！

開室していない時間もOK！
学習促進タイムキーパーでメリハリのある学習をログで残せます！

ランキングや景品もあるイベントもあるので楽しく続けられます！

記憶を定着させる方法

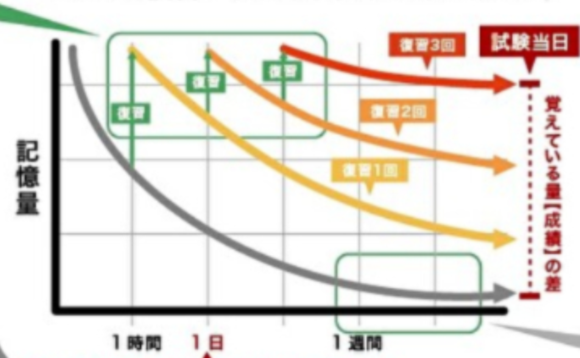
学んだことを忘れる前に復習する場合

成績を上げるには、記憶が残っている翌日のうちに復習する！

昨日、学んだことだから、すぐに思い出せて、問題がサクサク解ける！

短時間で完了！

人は、忘れる生き物です。
しかし、復習すれば、忘れづらくなります。



1日経つと74%も忘れてしまう！

※厳密に言うと、74%は節約率（＝一度覚えたことを学び直すのにかかる労力）を示しています。

学んだことを忘れてから復習した場合

提出直前がやる気出るし自分のタイミングでやってもいいでしょ？

学習日から時間が空いて忘れてしまう。まとめると量が多くてつらい。

長時間でも終わらず…

思い出す回数が多いほど、記憶は定着！だから、毎日コツコツがおすすめ！

わかった！
やるなら、短時間で完了したい！成績が上がるやり方にしたい！必ず学んだ翌日からやろう！

でも…！
家だと集中できないし…。一人ではやりきる自信がない…。どうすれば良いんだろう。

だから…！
みんがくで、全国の仲間のがんばる姿に刺激を受け、管理人からの激励でやる気UP！さあ、一緒に勉強しよう！

みんがくには こんな効果も！

入室時には、毎回「目標宣言」を行うので、目的をもって勉強に取り組む習慣がつきます！

退室時には、毎回「学習の振り返り」を行うので、学習効果が更にアップ！

体験・ご質問　ご遠慮なく！　いなげや近く

ワイズミースクール＆オンライン スパルタ塾

松伏町松伏550－6　☎050－3579－1016（浅井）

LINE

お好きなものをチョイス！ お子様に合わせた学習塾が作れる！

お子様の学年は？	費用は？	どうやって通うの？	どんなシステム？	教科はいくつ？	指導スタイルは？
幼稚園児 小学生 中学生 高校生	780円 35,100円	通学 or オンライン	通い放題 チケット制	1教科 or 5教科	補習スタイル 先取スタイル

お母様の心配や負担を取り除きハイブリッドで理想的な学習塾を構築できます。

さらに細かくえらべる学習項目！

Q1 どんな先生がいるの？
東大講師・ベテラン講師・外国人講師、お子様に合った先生が選べます！

Q2 塾に通う効果は？
学校の勉強が効率的に学べるので部活などにも時間が使えるようになります。

Q3 講習の制度は？
長期講習あり、長期講習なし、短期講習、定期講習などから選べます。

Q4 どんなテストがあるの？
定期テストUP、北辰テストUP、などお選びいただけます。

Q5 学習方法は？
タブレット・赤ペン添削・テキストなどから選べます。

Q6 塾の種類は？
有名塾の指導力や、個人塾の細やかさなど両方があります。

Q7 受験タイプは？
公立高校受験、難関私立受験、などから選べます。

Q8 先生はどんな感じ？
最強AI先生 や 人間味のある先生がいます！

Q9 指導スタイルは？
質問し放題や、ヒントを与えて考える導く、などが選べます。

Q10 学習スピードは選べる？
即効性、長期性、ご希望に合わせてお選びいただけます。

Q11 教え方は？
基本、テクニック、ご希望に合わせてお選びいただけます。

活用しています。自分専用AI教材 atama+

「わかる」「できる」の連続で、やる気も成績もアップします

アタマプラスは、人間では不可能な分析力であなたの気づいていない「苦手」を発見し、成績アップに必要な演習・解説動画を組み合わせて提案する“超”オーダーメイドの問題集です。一人ひとりの理解度や集中状態に合わせて、AIが膨大なコンテンツの中から、何をどの順番でどのくらい学習すればよいかを提案してくれるので、勉強法に迷うことはありません。自分だけのペースで、無理なく着実に実力がついていき、やる気も成績も共にアップします。

中学３年
数学マスター

このテキストの特徴

中学３年の数学を、基礎からしっかりマスターするためのテキストです☆
分かりやすい言葉でシンプルに解説しているので、内容が頭にすっと入ってきます◎
最新の指導要領に沿った内容なので、学校の予習・復習・テスト対策に最適です☆
問題１ページにつき解答１ページになっていて、スムーズに答え合わせが出来ます◎

学習の仕方

制限時間と合格点が設定されているので、緊張感と集中力を保つことが出来ます◎
毎回、学習した日付、時間、点数を記録し、自分の苦手な項目を知りましょう。
合格点に届かなかった場合、もう一度そのページに挑戦しましょう。
学校のテスト前は、各章の確認テストで、学習の仕上げをしましょう。

章		内容	ページ	解答	日付	時間	点数	合否
1章	因数分解	1　式の乗法、除法	3-4	87-88	/	/30分	点	
		2　乗法の公式	5-6	89-90	/	/30分	点	
		3　素因数分解	7-8	91-92	/	/30分	点	
		4　因数分解	9-10	93-94	/	/30分	点	
		5　因数分解の利用(1)	11-12	95-96	/	/30分	点	
		6　因数分解の利用(2)	13-14	97-98	/	/30分	点	
2章	平方根	1　平方根(1)	15-16	99-100	/	/30分	点	
		2　平方根(2)	17-18	101-102	/	/30分	点	
		3　根号の乗法、除法(1)	19-20	103-104	/	/30分	点	
		4　根号の乗法、除法(2)	21-22	105-106	/	/30分	点	
		5　根号の加法、減法	23-24	107-108	/	/30分	点	
		6　根号の展開式	25-26	109-110	/	/30分	点	
3章	二次式	1　二次方程式(1)	27-28	111-112	/	/30分	点	
		2　二次方程式(2)	29-30	113-114	/	/30分	点	
		3　二次方程式(3)	31-32	115-116	/	/30分	点	
		4　図形問題	33-34	117-118	/	/30分	点	
4章	二次関数	1　二次関数(1)	35-36	119-120	/	/30分	点	
		2　二次関数(2)	37-38	121-122	/	/30分	点	
		3　グラフの交点	39-40	123-124	/	/30分	点	
		4　二次関数の利用	41-42	125-126	/	/30分	点	
5章	相似	1　相似な図形	43-44	127-128	/	/30分	点	
		2　相似の証明	45-46	129-130	/	/30分	点	
		3　平行線と線分の比	47-48	131-132	/	/30分	点	
		4　中点連結定理	49-50	133-134	/	/30分	点	
		5　相似の利用(1)	51-52	135-136	/	/30分	点	
		6　相似の利用(2)	53-54	137-138	/	/30分	点	
6章	円周角	1　円周角の定理(1)	55-56	139-140	/	/30分	点	
		2　円周角の定理(2)	57-58	141-142	/	/30分	点	
		3　円周角の定理(3)	59-60	143-144	/	/30分	点	
7章	三平方の定理	1　三平方の定理(1)	61-62	145-146	/	/30分	点	
		2　三平方の定理(2)	63-64	147-148	/	/30分	点	
		3　図形への利用(1)	65-66	149-150	/	/30分	点	
		4　図形への利用(2)	67-68	151-152	/	/30分	点	
		5　図形への利用(3)	69-70	153-154	/	/30分	点	
		6　標本調査	71-72	155-156	/	/30分	点	
		各章の確認テスト	73-86	157-170	/	/30分	点	

1章 1 式の乗法、除法

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

かっこのある乗法(かけ算)は、**分配法則**を使って、かっこの中の全ての項をかけます。

次の計算をしましょう。(2点×5問=10点)

例	$(2a+3b)\times 2a$ $=2a\times 2a+3b\times 2a$ $=4a^2+6ab$	①	$(5a-2b)\times 3a$	②	$(4a+b)\times(-2b)$
③	$5a\times(-3a+2b)$	④	$-4a\times(2a-6b)$	⑤	$-2b\times(-5a-3)$

×の記号は省略することが出来ます。

次の計算をしましょう。(2点×5問=10点)

例	$-3a(2a-4b)$ $=-3a\times 2a-3a\times(-4b)$ $=-6a^2+12ab$	①	$2a(4a-3b)$	②	$-5a(2a-b)$
③	$-3b(-a+b)$	④	$2a(4a+3b+2)$	⑤	$b(2a+3b-4)$

積の式を和の式で表すことを**展開**といいます。
$(a+b)(c+d)$ を展開すると、$a(c+d)+b(c+d)$と計算し、$ac+ad+bc+bd$ のような和の式になります。

次の式を展開しましょう。(2点×5問=10点)

例	$(a+3)(b+7)$ $=ab+7a+3b+21$	①	$(a+1)(b+5)$	②	$(2a-3)(b+4)$
③	$(a+6)(3b-8)$	④	$(2a-2)(3b-9)$	⑤	$(4a-10)(b+3)$

展開した後、同類項があればまとめます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問=20点)

例	$(a+2)(a+6)$ $=a^2+6a+2a+12$ $=a^2+8a+12$	①	$(a+4)(a+5)$	②	$(3a-7)(a+9)$
③	$(a+8)(2a-6)$	④	$(4a-1)(2a-3)$	⑤	$(3a+1)(5a-6)$
例	$(a+3b)(a+4b)$ $=a^2+4ab+3ab+12b^2$ $=a^2+7ab+12b^2$	⑥	$(a+2b)(a+5b)$	⑦	$(2a-3b)(a+6b)$
⑧	$(a+b)(3a-4b)$	⑨	$(2a-3b)(4a-7b)$	⑩	$(3a-8b)(2a+b)$

かっこの中の項が 3 つある場合も、同じように展開します。

次の式を展開しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

①	$(3a+2b)(a+4b+5)$	②	$(2a+b)(5a+6b+4)$
③	$(a-5b)(4a+3b+2)$	④	$(4a-b)(3a+b+7)$
⑤	$(a+2b)(a-5b+8)$	⑥	$(2a+b)(5a-6b-1)$
⑦	$(5a-3b)(a+4b-5)$	⑧	$(3a-b)(7a-2b+8)$
⑨	$(2a-5b)(4a-b-3)$	⑩	$(a-2b)(2a-2b-2)$

除法(わり算)は分数で表し、かっこのある除法は、かっこの中の全ての項をわります。

次の計算をしましょう。(3 点×5 問＝15 点)

例	$(20ab+8a)\div 4a$ $=\frac{20ab}{4a}+\frac{8a}{4a}=5b+2$	①	$(12ab-9a)\div 3a$	②	$(21a^2+14a)\div 7a$
③	$(45a^2+35a)\div(-5a)$	④	$(8a^2b+12ab^2)\div 2ab$	⑤	$(24a^2b-48ab^2)\div 6ab$

分数でわる場合、÷を×に変え、÷の後の分数を逆数にして計算します。

次の計算をしましょう。(3 点×5 問＝15 点)

例	$(10a^2+8ab)\div\frac{2}{3}a$ $=(10a^2+8ab)\times\frac{3}{2a}$ $=10a^2\times\frac{3}{2a}+8ab\times\frac{3}{2a}$ $=15a+12b$	①	$(3a^2+7a)\div\frac{1}{3}a$	②	$(8a^2+12ab)\div\frac{4}{5}a$
③	$(20a^2b-15ab^2)\div\frac{5}{6}ab$	④	$(15ab+24b^2)\div\frac{3}{4}b$	⑤	$(6a^2+9ab)\div\frac{3}{4}a$

1章	2 乗法の公式	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

計算をするのに便利な式を**公式**といいます。　**乗法の公式**…$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

次の式を展開しましょう。(2点×10問＝20点)

例	$(x+3)(x+5)$ $=x^2+(3+5)x+3\times5$ $=x^2+8x+15$	①	$(x+4)(x+7)$	②	$(x+2)(x+1)$
③	$(x+6)(x+2)$	④	$(x+8)(x+3)$	⑤	$(x+5)(x+4)$
例	$(x+2)(x-6)$ $=x^2+(2-6)x+2\times(-6)$ $=x^2-4x-12$	⑥	$(x+5)(x-3)$	⑦	$(x-4)(x+5)$
⑧	$(x-7)(x+2)$	⑨	$(x-8)(x-3)$	⑩	$(x-5)(x-9)$

平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

次の式を展開しましょう。(2点×15問＝30点)

例	$(x+3)^2$ $=x^2+2\times x\times3+3^2$ $=x^2+6x+9$	①	$(x+2)^2$	②	$(x+1)^2$
③	$(x-4)^2$	④	$(x-8)^2$	⑤	$(-x-7)^2$
例	$(5x+3y)^2$ $=(5x)^2+2\times5x\times3y+(3y)^2$ $=25x^2+30xy+9y^2$	⑥	$(4x+2y)^2$	⑦	$(6x+3y)^2$
⑧	$(3x-5y)^2$	⑨	$(2x-5y)^2$	⑩	$(-4x-7y)^2$
例	$(3x+\frac{2}{5})^2$ $=(3x)^2+2\times3x\times\frac{2}{5}+(\frac{2}{5})^2$ $=9x^2+\frac{12}{5}x+\frac{4}{25}$	⑪	$(2x+\frac{3}{7})^2$	⑫	$(6x+\frac{3}{5})^2$
⑬	$(5x-\frac{1}{3})^2$	⑭	$(3x-\frac{1}{2})^2$	⑮	$(-4x-\frac{2}{7})^2$

和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

次の式を展開しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$(x+3)(x-3)$ $=x^2-3^2$ $=x^2-9$	①	$(x+5)(x-5)$	②	$(6+x)(6-x)$
③	$(2x+7)(2x-7)$	④	$(3x+2)(3x-2)$	⑤	$(4+5x)(4-5x)$
例	$(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})$ $=x^2-(\frac{1}{3})^2=x^2-\frac{1}{9}$	⑥	$(x+\frac{2}{5})(x-\frac{2}{5})$	⑦	$(2x+\frac{3}{4})(2x-\frac{3}{4})$
⑧	$(3x+\frac{1}{2})(3x-\frac{1}{2})$	⑨	$(2x+\frac{5}{6}y)(2x-\frac{5}{6}y)$	⑩	$(3x+\frac{3}{7}y)(3x-\frac{3}{7}y)$

1 つの計算で、いくつかの公式を使うこともあります。

次の式を簡単にしましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例	$(x+3)^2+(x+3)(x+5)$ $=x^2+6x+9+x^2+8x+15$ $=2x^2+14x+24$	①	$(x+8)(x+3)+(x-4)^2$
②	$(x+5)(x-5)+(4x+2)^2$	③	$(x+1)^2-(x-5)(x-9)$
④	$(x-4)^2-(x+4)^2$	⑤	$(x+3)(x-3)-(x-7)(x+2)$
例	$(x+2)^2-2(3x+2)(3x-2)$ $=x^2+4x+4-2(9x^2-4)$ $=x^2+4x+4-18x^2+8$ $=-17x^2+4x+12$	⑥	$(x+5)(x-3)+3(2x+3)(2x-3)$
⑦	$(x-8)^2+4(x+1)^2$	⑧	$(-x-7)^2+2(3x+2)(3x-2)$
⑨	$(x-5)(x-9)-3(x+2)^2$	⑩	$(6+x)(6-x)-4(x+2)(x+1)$

1章 3 素因数分解

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

それ以上わることが出来ない自然数を**素数**といいます。(※ 1は素数ではありません。)
6は2や3でわることが出来るので素数ではない。 7はそれ以上わることが出来ないので素数である。

次の自然数が素数なら○、素数でないなら×を書きましょう。(1点×20問=20点)

①	1		②	2		③	3		④	4	
⑤	5		⑥	6		⑦	7		⑧	8	
⑨	9		⑩	10		⑪	11		⑫	12	
⑬	13		⑭	14		⑮	15		⑯	16	
⑰	17		⑱	18		⑲	19		⑳	20	

ある整数を割ることが出来る整数を**因数**といいます。
30を割ることが出来る整数(2, 3, 5, 6, 10, 15)は、30の因数です。

次の整数の因数を全て答えましょう。(1点×5問=5点)

例	20 2, 4, 5, 10	①	12	②	16
③	18	④	24	⑤	42

因数であり素数でもある数を**素因数**といいます。
ある自然数を素数だけで割っていくことを、**素因数分解**といいます。
素因数分解は、一番小さい素数で割っていき、かけ算で表します。

次の自然数を素因数分解しましょう。(3点×10問=30点)

例	90 2) 90 3) 45 3) 15 5 $2\times3^2\times5$	例	36 2) 36 2) 18 3) 9 3 $2^2\times3^2$	①	30	②	12
③	8	④	27	⑤	28	⑥	70
⑦	100	⑧	140	⑨	330	⑩	294

最大公約数を求める場合、素因数分解して、共通して割ることが出来た素因数をかけます。
(※ 3 つの自然数の場合、3 つとも共通して割ることが出来た素因数だけをかけます。)
最小公倍数を求める場合、素因数分解して、全ての数をかけます。
(※ 3 つの自然数の場合、3 つのうち 2 つだけ共通して割ることが出来る数も素因数分解します。)

次の自然数の最大公約数と最小公倍数を求めましょう。(3 点×15 問=45 点)

例	24, 30 2) 24 30 3) 12 15 4 5 最大公約数 2×3=6 最小公倍数 2×3×4×5=120	①	28, 42	②	18, 24	③	12, 16
④	24, 36	⑤	48, 60	⑥	56, 72	⑦	135, 90
⑧	72, 20, 36	⑨	24, 30, 48	⑩	16, 24, 32	⑪	40, 56, 84
⑫	30, 40, 60	⑬	12, 36, 180	⑭	56, 48, 120	⑮	30, 120, 180

1章 4 因数分解

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

展開されている式を、かっこのある式にまとめることを**因数分解**といいます。
因数分解する場合、共通の因数を見つけて、かっこにまとめます。

次の式を因数分解しましょう。(2点×10問=20点)

例	$6a^2+9a$ $=3a\times 2a+3a\times 3$ $=3a(2a+3)$	①	$8a^2+6a$	②	$10a^2+5a$	③	$3a^2-3a$
④	$8a^2-12a$	⑤	$2a^2-3a$	例	$4a^2+6ab$ $=2a\times 2a+2a\times 3b$ $=2a(2a+3b)$	⑥	$15a^2+6ab$
⑦	$8ab+2ab^2$	⑧	$15a^2b-10ab$	⑨	$8ab-24ab^2$	⑩	$10ab-6ab^2$

和と差の積の公式を利用して因数分解することが出来ます。$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

次の式を因数分解しましょう。(2点×10問=20点)

例	x^2-9 $=x^2-3^2$ $=(x+3)(x-3)$	①	x^2-16	②	x^2-64	③	x^2-25
④	x^2-100	⑤	x^2-121	例	$4x^2-49$ $=(2x)^2-7^2$ $=(2x+7)(2x-7)$	⑥	$36x^2-49$
⑦	$25x^2-81$	⑧	$9x^2-144$	⑨	$16x^2-169$	⑩	$100x^2-121$

平方の公式を利用して因数分解することが出来ます。$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

次の式を因数分解しましょう。(2点×10問=20点)

例	x^2+6x+9 $=x^2+2\times x\times 3+3^2$ $=(x+3)^2$	①	x^2+4x+4	②	x^2+2x+1
③	$x^2-8x+16$	④	$x^2-16x+64$	⑤	$x^2-14x+49$
例	$25x^2+30xy+9y^2$ $=(5x)^2+2\times 5x\times 3y+(3y)^2$ $=(5x+3y)^2$	⑥	$16x^2+16xy+4y^2$	⑦	$36x^2+36xy+9y^2$
⑧	$9x^2-30xy+25y^2$	⑨	$4x^2-20xy+25y^2$	⑩	$16x^2-56xy+49y^2$

乗法の公式を利用して因数分解することが出来ます。 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$

$x^2+11x+24$ を因数分解する場合、かけて 24、足して 11 になる数字の組み合わせを見つけます。

かけて 24 になるのは、1×24、2×12、3×8、4×6 で、

そのうち、足して 11 になるのは 3+8 なので、因数分解すると、$(x+3)(x+8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×5 問=10 点)

例	$x^2+8x+15$ $=(x+3)(x+5)$ 3×5=15, 3+5=8	①	$x^2+11x+28$	②	x^2+3x+2
③	$x^2+8x+12$	④	x^2+6x+8	⑤	$x^2+9x+20$

かけてプラス、足してマイナスになる数字の組み合わせは、両方の数字がマイナスになります。

$x^2-11x+24$ を因数分解する場合、かけて 24、足して−11 になる数字の組み合わせを見つけます。

かけて 24 になるのは、(−1)×(−24)、(−2)×(−12)、(−3)×(−8)、(−4)×(−6)で、

そのうち、足して−11 になるのは−3−8 なので、因数分解すると、$(x-3)(x-8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×5 問=10 点)

例	$x^2-8x+12$ $=(x-2)(x-6)$ (−2)×(−6)=12, −2−6=−8	①	$x^2-8x+15$	②	$x^2-9x+20$
③	$x^2-9x+14$	④	x^2-6x+8	⑤	$x^2-14x+45$

かけてマイナスになる数字の組み合わせは、1 つがプラス、1 つがマイナスになります。

$x^2+3x-40$ を因数分解する場合、かけて−40、足して 3 になる数字の組み合わせを見つけます。

かけて−40 になるのは、(−1)×40、(−2)×20、(−4)×10、(−5)×8 で、

そのうち、足して 3 になるのは−5+8 なので、因数分解すると、$(x-5)(x+8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	x^2+2x-3 $=(x-1)(x+3)$ (−1)×3=−3, −1+3=2	①	x^2+8x-9	②	$x^2+3x-18$
③	$x^2+8x-65$	④	$x^2+5x-24$	⑤	$x^2+3x-10$
例	$x^2-3x-28$ $=(x+4)(x-7)$ 4×(−7)=−28, 4−7=−3	⑥	$x^2-4x-45$	⑦	$x^2-6x-72$
⑧	x^2-x-56	⑨	$x^2-5x-36$	⑩	x^2-x-42

1章 5 因数分解の利用(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

和と差の積の公式を利用すると、計算が簡単にできる場合があります。
和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

和と差の積の公式を利用して計算しましょう。(2点×10問=20点)

例	41^2-39^2 $=(41+39)\times(41-39)$ $=80\times2$ $=160$	①	26^2-24^2	②	61^2-39^2
③	58^2-48^2	④	75^2-25^2	⑤	152^2-148^2
例	51×49 $=(50+1)\times(50-1)$ $=50^2-1^2$ $=2500-1=2499$	⑥	102×98	⑦	105×95
⑧	53×47	⑨	72×68	⑩	91×89

平方の公式を利用すると、計算が簡単にできる場合があります。
平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

次の式を因数分解しましょう。(2点×10問=20点)

例	53^2 $=(50+3)^2$ $=50^2+2\times50\times3+3^2$ $=2500+300+9=2809$	①	105^2	②	101^2
③	54^2	④	73^2	⑤	92^2
例	47^2 $=(50-3)^2$ $=50^2-2\times50\times3+3^2$ $=2500-300+9=2209$	⑥	96^2	⑦	98^2
⑧	79^2	⑨	48^2	⑩	67^2

共通の因数を取り出してかっこにまとめると、因数分解できる場合があります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×20 問=40 点)

例	$2ax^2-16ax+24a$ $=2a(x^2-8x+12)$ $=2a(x-2)(x-6)$	①	$3x^2-192$	②	$4x^2-100$
③	$2ax^2-32a$	④	$36x^2y-49y$	⑤	$9abx^2-121ab$
⑥	$7x^2+14x+7$	⑦	$3x^2-42x+147$	⑧	$4x^2-32x+64$
⑨	$5ax^2+30ax+45a$	⑩	$6ax^2+24ax+24a$	⑪	$2ax^2-32ax+128a$
⑫	$3x^2+33x+84$	⑬	$4x^2+32x+48$	⑭	$5x^2-55x+120$
⑮	$4bx^2+32bx-36b$	⑯	$2ax^2+16ax-130a$	⑰	$3x^2y+9xy-30y$
⑱	$3x^2-12x-135$	⑲	$2x^2-2x-112$	⑳	$3ax^2-3ax-126a$

かっこの中身を M と置き換えると、因数分解できる場合があります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$(x-5)a-(x-5)b$ $=\mathrm{M}a-\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a-b)$ $=(x-5)(a-b)$	①	$(x+3)a+(x+3)b$	②	$(x-7)a+(x-7)b$
③	$(3x+8)a+(3x+8)b$	④	$(4x-2)a-(4x-2)b$	⑤	$(2x+1)a-(2x+1)b$
例	$(a-3)^2-49$ $=\mathrm{M}^2-7^2=(\mathrm{M}+7)(\mathrm{M}-7)$ $=(a-3+7)(a-3-7)$ $=(a+4)(a-11)$	⑥	$(a+5)^2-16$	⑦	$(a-2)^2-81$
⑧	$(x+3)^2-9(x+3)+14$	⑨	$(x-4)^2+5(x-4)-24$	⑩	$(x+5)^2-6(x+5)-27$

1章	6 因数分解の利用(2)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

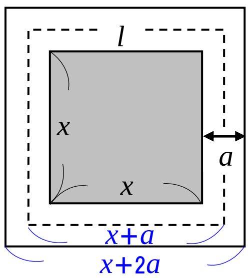
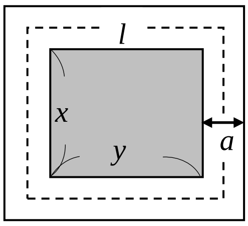
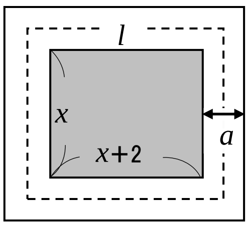
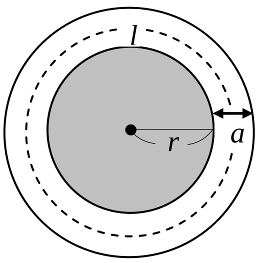
文字に数字を代入する場合、先に式を簡単にしてから代入します。

$x=5$ のとき、次の値を求めましょう。(4点×5問=20点)

例	$(x-3)^2-(x+2)^2$ $=x^2-6x+9-(x^2+4x+4)$ $=x^2-6x+9-x^2-4x-4$ $=-10x+5$ $-10\times5+5=-50+5=-45$	①	$(x-2)^2-(x+1)^2$	②	$(x+1)^2-(x-2)(x-3)$
③	$(x+3)(x-3)-(x-7)(x+2)$	④	$4x^2-12x+9$	⑤	$9x^2-12xy+4$

道の幅を求める問題は、外側の面積ー内側の面積 で計算します。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(10点×3問=30点)

例		1辺の長さが x の正方形の畑のまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S=大きい正方形(㋐$x+2a$)^{2}ー小さい正方形(㋑x)^2 式を解くと、(㋒$x^2+4ax+4a^2$)ー(㋓x^2)=(㋔$4ax+4a^2$) l=(㋕$4x+4a$) al=(㋖$4ax+4a^2$)　㋔=㋖なので、$S=al$ となる。
①		縦の長さが x、横の長さが y の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S=大きい長方形(㋐　　　)×(㋑　　　)ー小さい長方形(㋒　　　) 式を解くと、(㋓　　　)ー(㋔　　　)=(㋕　　　) l=縦(㋖　　　)×2+横(㋗　　　)×2=(㋘　　　) al=(㋙　　　)　㋕=㋙なので、$S=al$ となる。
②		縦の長さが x、横の長さが $x+2$ の畑のまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S=大きい長方形(㋐　　　)×(㋑　　　)ー小さい長方形 x×(㋒　　　) 式を解くと、(㋓　　　)ー(㋔　　　)=(㋕　　　) l=縦(㋖　　　)×2+横(㋗　　　)×2=(㋘　　　) al=(㋙　　　)　㋕=㋙なので、$S=al$ となる。
③		半径 r の円形の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S=大きい円(㋐　　　)^2×πー小さい円(㋑　　　) 式を解くと、(㋒　　　)ー(㋓　　　)=(㋔　　　) l=直径(㋕　　　)×π=(㋖　　　) al=(㋗　　　)　㋔=㋗なので、$S=al$ となる。

ある自然数をnと表し、連続する 3 つの整数は$n-1$、n、$n+1$のように表します。
偶数は 2 の倍数なので$2m$と表し、連続する偶数は$2m$、$2m+2$のように表します。
奇数は偶数に 1 を足した数字なので$2n+1$と表し、連続する奇数は$2n+1$、$2n+3$のように表します。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例	連続した 3 つの整数で、真ん中の整数を 2 乗した数は、残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数と等しい。
	真ん中の整数をnとすると、最小の整数は(㋐$n-1$　)、最大の整数は(㋑$n+1$　)と表される。 真ん中の整数を 2 乗した数＝(㋒n^2　) 残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数＝㋐×㋑＋1＝(㋓n^2　) ㋒＝㋓なので、真ん中の整数を 2 乗した数は、残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数と等しい。
①	連続した 3 つの整数で、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。
	真ん中の整数をnとすると、最小の整数は(㋐　　　　)、最大の整数は(㋑　　　　)と表される。 最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差＝㋑^{2}−㋐^{2}＝(㋒　　　　) 真ん中の整数の 4 倍＝(㋓　　　　) ㋒＝㋓なので、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。
②	連続した 2 つの整数で、大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差は、その 2 つの整数の和に等しい。
	小さい整数をnとすると、大きい整数は(㋐　　　　)と表される。 大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差＝㋐$^2-n^2$＝(㋑　　　　) その 2 つの整数の和＝n＋㋐＝(㋒　　　　) ㋑＝㋒なので、大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差は、その 2 つの整数の和に等しい。
③	連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数は、偶数の 2 乗になる。
	ある自然数をnとすると、小さい奇数は(㋐　　　　)、大きい奇数は(㋑　　　　)と表される。 連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数＝㋐×㋑＋1＝(㋒　　　　　　　) これを因数分解すると(㋓　　　　)^{2}になる。 ㋓は偶数なので、連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数は、偶数の 2 乗になる。
④	連続した 2 つの奇数で、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。
	ある自然数をnとすると、小さい奇数は(㋐　　　　)、大きい奇数は(㋑　　　　)と表される。 大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた数＝㋑^{2}−㋐^{2}＝(㋒　　　　) これを共通因数でまとめると 8×(㋓　　　　)になる。 よって、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。
⑤	奇数と奇数の積は奇数になる。
	ある自然数をm、nとする。 1 つの奇数はmを使って(㋐　　　　)、もう 1 つの奇数はnを使って(㋑　　　　)と表される。 奇数と奇数の積＝㋐×㋑＝(㋒　　　　　　　)$=2(2mn+m+n)+1$ $2(2mn+m+n)+1$は奇数なので、奇数と奇数の積は奇数になる。

2章 1 平方根(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	□時□分	□時□分	80 点

2 乗すると a になる数を、a の**平方根**といいます。0 の平方根は 0 です。
平方根は絶対値の等しい正と負の 2 つの数になるので、±の符号をつけて表します。

次の数の平方根を求めましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	36	±6	例	0.36	±0.6	①	9		②	4	
③	81		④	16		⑤	1		⑥	121	
⑦	0.25		⑧	0.64		⑨	0.01		⑩	0	

平方根を表す記号を**根号**といい、$\sqrt{\ }$ (ルート)とよみます。

次の数の平方根を求めましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	5	$\pm\sqrt{5}$	例	0.5	$\pm\sqrt{0.5}$	①	3		②	6	
③	7		④	11		⑤	15		⑥	22	
⑦	0.2		⑧	0.7		⑨	0.19		⑩	0.23	

正方形の 1 辺の長さを求める問題などで、平方根を利用出来ます。

正方形の面積が次の値のとき、1 辺の長さを求めましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$10\mathrm{cm}^2$	$\sqrt{10}$ cm	例	$25\mathrm{cm}^2$	5cm	①	$6\mathrm{cm}^2$		②	$30\mathrm{cm}^2$	
③	$7\mathrm{cm}^2$		④	$15\mathrm{cm}^2$		⑤	$23\mathrm{cm}^2$		⑥	$3\mathrm{cm}^2$	
⑦	$64\mathrm{cm}^2$		⑧	$81\mathrm{cm}^2$		⑨	$16\mathrm{cm}^2$		⑩	$100\mathrm{cm}^2$	

分数の平方根は、分母と分子をそれぞれ分けて考えます。

次の数の平方根を求めましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\frac{25}{36}$	$\pm\frac{5}{6}$	例	$\frac{2}{3}$	$\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$	①	$\frac{4}{9}$		②	$\frac{16}{49}$	
③	$\frac{1}{81}$		④	$\frac{100}{121}$		⑤	$\frac{1}{2}$		⑥	$\frac{3}{7}$	
⑦	$\frac{1}{5}$		⑧	$\frac{3}{10}$		⑨	$\frac{2}{7}$		⑩	$\frac{5}{19}$	

$\sqrt{\ }$ を使わずに表したものを、**平方根の値**といいます。

次の平方根の値を求めましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{36}$	6	例	$\sqrt{\frac{25}{36}}$	$\frac{5}{6}$	①	$\sqrt{64}$		②	$\sqrt{16}$	
③	$\sqrt{9}$		④	$\sqrt{49}$		⑤	$\sqrt{0.49}$		⑥	$\sqrt{0.81}$	
⑦	$\sqrt{\frac{1}{9}}$		⑧	$\sqrt{\frac{1}{25}}$		⑨	$\sqrt{\frac{25}{144}}$		⑩	$\sqrt{\frac{16}{121}}$	

ある数を$\sqrt{}$を使って表す場合、2 乗してルートをつけます。

次の数を、$\sqrt{}$を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	3	$\sqrt{9}$	例	0.6	$\sqrt{0.36}$	①	5		②	7	
③	1		④	6		⑤	7		⑥	11	
⑦	0.8		⑧	0.9		⑨	0.2		⑩	0.4	

平方根の大小は、普通の数字と同じように考えます。
$a<b$ ならば、$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	$>$	$\sqrt{3}$	例	$\sqrt{0.19}$	$<$	$\sqrt{0.23}$	①	$\sqrt{6}$		$\sqrt{7}$
②	$\sqrt{22}$		$\sqrt{15}$	③	$\sqrt{11}$		$\sqrt{13}$	④	$\sqrt{22}$		$\sqrt{19}$
⑤	$\sqrt{34}$		$\sqrt{33}$	⑥	$\sqrt{0.7}$		$\sqrt{0.2}$	⑦	$\sqrt{0.8}$		$\sqrt{0.9}$
⑧	$\sqrt{0.5}$		$\sqrt{0.6}$	⑨	$\sqrt{0.13}$		$\sqrt{0.12}$	⑩	$\sqrt{0.56}$		$\sqrt{0.53}$

負の数は、絶対値が大きいほど、数は小さくなります。

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$-\sqrt{5}$	$>$	$-\sqrt{6}$	例	$\sqrt{5}$	$>$	$-\sqrt{3}$	①	$-\sqrt{10}$		$-\sqrt{2}$
②	$-\sqrt{2}$		$-\sqrt{3}$	③	$-\sqrt{7}$		$-\sqrt{6}$	④	$-\sqrt{11}$		$-\sqrt{17}$
⑤	$-\sqrt{13}$		$-\sqrt{15}$	⑥	$-\sqrt{43}$		$-\sqrt{41}$	⑦	$-\sqrt{57}$		$-\sqrt{67}$
⑧	$-\sqrt{2}$		$\sqrt{5}$	⑨	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{23}$	⑩	$-\sqrt{5}$		$\sqrt{2}$

普通の数字と根号の大小を比べる場合、普通の数字を$\sqrt{}$を使って表すと、比べやすくなります。

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	$>$	2 $\sqrt{4}$	例	$-\sqrt{35}$	$>$	-6 $-\sqrt{36}$	①	$\sqrt{26}$		5
②	$\sqrt{70}$		8	③	$\sqrt{30}$		6	④	$\sqrt{45}$		7
⑤	$\sqrt{101}$		10	⑥	$-\sqrt{10}$		-3	⑦	$-\sqrt{65}$		-8
⑧	$-\sqrt{2}$		-1	⑨	$-\sqrt{5}$		-4	⑩	$-\sqrt{10}$		-9

次の問いに答えましょう。(2 点×5 問＝10 点)

①	$\sqrt{70}$ より小さい自然数は全部で何個ありますか。	
②	$3<\sqrt{n}<4$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	
③	$2<\sqrt{n}<3$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	
④	$\sqrt{8n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	
⑤	$\sqrt{12n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	

2章 2 平方根(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

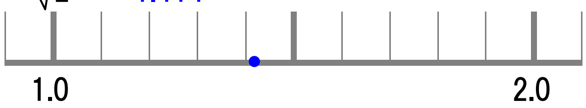
$\sqrt{2}$の平方根の値は、1.414213…と限りなく続く小数で、正確に表せません。
このような数字は、四捨五入して近似値を求めます。
平方根の近似値は、電卓で数字を入力し、$\sqrt{\ }$を押すと求めることが出来ます。

[電卓使用]　次の数の近似値を、四捨五入して小数第 3 位まで求めましょう。(2 点×10 問＝20 点)

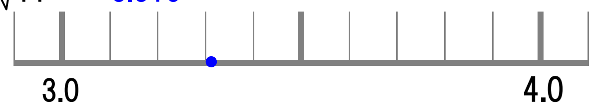
例	$\sqrt{2}$ 1.414	例	$\sqrt{3}$ 1.732	①	$\sqrt{5}$	②	$\sqrt{6}$
③	$\sqrt{7}$	④	$\sqrt{8}$	⑤	$\sqrt{10}$	⑥	$\sqrt{20}$
⑦	$\sqrt{35}$	⑧	$\sqrt{47}$	⑨	$\sqrt{106}$	⑩	$\sqrt{294}$

[電卓使用]　次の数の近似値を求め、数直線上に表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

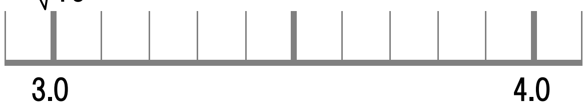
例　$\sqrt{2}$　＝1.414…



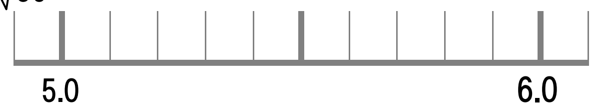
例　$\sqrt{11}$　＝3.316…



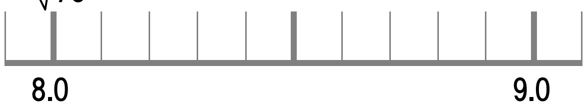
①　$\sqrt{15}$



②　$\sqrt{30}$

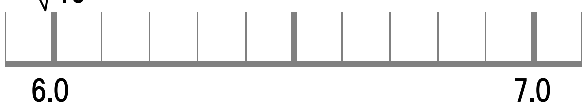


③　$\sqrt{78}$

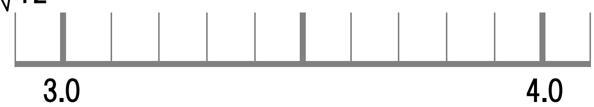


④　$\sqrt{92}$

⑤　$\sqrt{40}$

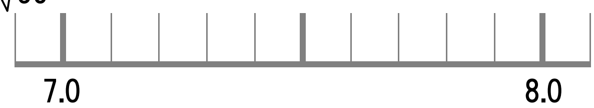


⑥　$\sqrt{12}$



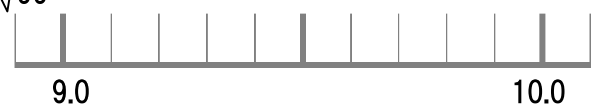
⑦　$\sqrt{13}$

⑧　$\sqrt{50}$



⑨　$\sqrt{23}$

⑩　$\sqrt{99}$



よく出る平方根の近似値は、語呂あわせで覚えておくと便利です。
$\sqrt{2}$→ 1.41421356…　一夜一夜に人見ごろ
$\sqrt{3}$→ 1.7320508…　人並みにおごれや
$\sqrt{5}$→ 2.2360679…　富士山麓オウム鳴く

次の数の近似値と語呂あわせの言葉をかきましょう。(5 点×2 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	2.2360679…	富士山麓オウム鳴く
①	$\sqrt{2}$		
②	$\sqrt{3}$		

限りのある小数を**有限小数**、限りなく続く小数を**無限小数**といいます。
決まった数字が繰り返される無限小数を**循環小数**といい、循環する数字の始めと終わりに点をつけます。

[電卓使用]　次の分数を循環小数で表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\frac{1}{3}$	$0.\dot{3}$	例	$\frac{34}{333}$	$0.\dot{1}0\dot{2}$	①	$\frac{2}{3}$		②	$\frac{2}{9}$	
③	$\frac{4}{9}$		④	$\frac{13}{6}$		⑤	$\frac{4}{33}$		⑥	$\frac{23}{11}$	
⑦	$\frac{7}{11}$		⑧	$\frac{103}{333}$		⑨	$\frac{34}{333}$		⑩	$\frac{121}{333}$	

循環小数を分数で表す場合、小数点以下を x とし、小数点以下が消えるような差の式を作ります。

次の循環小数を分数で表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$0.\dot{5}$ ($x=0.\dot{5}$) $10x=5.5555\cdots$ $-)\ \ x=0.5555\cdots$ $9x=5$ $x=\frac{5}{9}$	例	$0.\dot{5}\dot{4}$ ($x=0.\dot{5}\dot{4}$) $100x=54.5454\cdots$ $-)\ \ x=\ 0.5454\cdots$ $99x=54$ $x=\frac{54}{99}=\frac{6}{11}$	①	$0.\dot{7}$	②	$0.\dot{1}$
③	$0.\dot{4}\dot{8}$	④	$0.\dot{2}\dot{1}$	⑤	$0.\dot{3}\dot{6}$	⑥	$0.\dot{4}\dot{5}$
⑦	$0.\dot{3}0\dot{9}$	⑧	$0.\dot{1}0\dot{2}$	⑨	$0.\dot{1}1\dot{7}$	⑩	$0.\dot{2}2\dot{5}$

分数で表せる数を**有理数**、分数で表せない数を**無理数**といい、有理数と無理数を合わせて**実数**といいます。

次の数について、有理数か無理数か答えましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{2}$	無理数	例	$0.\dot{8}$	有理数	①	$\frac{5}{17}$		②	$\sqrt{3}$	
③	$\sqrt{10}$		④	$0.\dot{8}\dot{1}$		⑤	$\frac{5}{11}$		⑥	$\sqrt{25}$	
⑦	$\sqrt{33}$		⑧	$0.\dot{2}8\dot{8}$		⑨	$\sqrt{81}$		⑩	π	

2章 3 根号の乗法、除法(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

根号の乗法や除法は、そのまま計算します。

次の計算をしましょう。(1 点×20 問=20 点)

例	$\sqrt{8}\times\sqrt{3}$ $=\sqrt{8\times3}$ $=\sqrt{24}$	例	$-\sqrt{5}\times\sqrt{2}$ $=-\sqrt{5\times2}$ $=-\sqrt{10}$	①	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$	②	$\sqrt{7}\times\sqrt{2}$
③	$\sqrt{3}\times\sqrt{5}$	④	$\sqrt{6}\times\sqrt{5}$	⑤	$\sqrt{11}\times\sqrt{7}$	⑥	$\sqrt{13}\times\sqrt{5}$
⑦	$-\sqrt{3}\times\sqrt{7}$	⑧	$\sqrt{7}\times(-\sqrt{6})$	⑨	$\sqrt{3}\times(-\sqrt{17})$	⑩	$-\sqrt{5}\times(-\sqrt{7})$
例	$\sqrt{30}\div\sqrt{5}$ $=\sqrt{30\div5}$ $=\sqrt{6}$	例	$-\sqrt{20}\div\sqrt{4}$ $=-\sqrt{20\div4}$ $=-\sqrt{5}$	⑪	$\sqrt{12}\div\sqrt{4}$	⑫	$\sqrt{21}\div\sqrt{3}$
⑬	$\sqrt{54}\div\sqrt{9}$	⑭	$\sqrt{75}\div\sqrt{5}$	⑮	$\sqrt{10}\div\sqrt{2}$	⑯	$\sqrt{225}\div\sqrt{75}$
⑰	$-\sqrt{27}\div\sqrt{9}$	⑱	$\sqrt{63}\div(-\sqrt{9})$	⑲	$\sqrt{15}\div(-\sqrt{3})$	⑳	$-\sqrt{24}\div(-\sqrt{8})$

根号を使わずに表せる数字は、普通の数字で表します。

次の計算をしましょう。(1 点×20 問=20 点)

例	$\sqrt{2}\times\sqrt{8}$ $=\sqrt{2\times8}$ $=\sqrt{16}=4$	例	$-\sqrt{6}\times\sqrt{24}$ $=-\sqrt{6\times24}$ $=-\sqrt{144}=-12$	①	$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$	②	$\sqrt{2}\times\sqrt{50}$
③	$\sqrt{48}\times\sqrt{3}$	④	$\sqrt{2}\times\sqrt{98}$	⑤	$\sqrt{8}\times\sqrt{18}$	⑥	$\sqrt{45}\times\sqrt{5}$
⑦	$-\sqrt{2}\times\sqrt{18}$	⑧	$-\sqrt{27}\times\sqrt{3}$	⑨	$\sqrt{32}\times(-\sqrt{2})$	⑩	$-\sqrt{20}\times(-\sqrt{5})$
例	$\sqrt{18}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{18\div2}$ $=\sqrt{9}=3$	例	$-\sqrt{98}\div\sqrt{2}$ $=-\sqrt{98\div2}$ $=-\sqrt{49}=-7$	⑪	$\sqrt{75}\div\sqrt{3}$	⑫	$\sqrt{48}\div\sqrt{3}$
⑬	$\sqrt{128}\div\sqrt{2}$	⑭	$\sqrt{72}\div\sqrt{2}$	⑮	$\sqrt{405}\div\sqrt{5}$	⑯	$\sqrt{300}\div\sqrt{3}$
⑰	$-\sqrt{50}\div\sqrt{2}$	⑱	$\sqrt{363}\div(-\sqrt{3})$	⑲	$-\sqrt{72}\div(-\sqrt{8})$	⑳	$-\sqrt{80}\div(-\sqrt{5})$

$\sqrt{\ }$ の外の数字を 2 乗すると、$\sqrt{\ }$ の中に入れることが出来ます。
$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

次の形を変形して、$\sqrt{a}$ の形にしましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$3\sqrt{2}$ $=\sqrt{9\times2}$ $=\sqrt{18}$	例	$-7\sqrt{2}$ $=-\sqrt{49\times2}$ $=-\sqrt{98}$	①	$5\sqrt{3}$	②	$2\sqrt{6}$
③	$3\sqrt{7}$	④	$4\sqrt{3}$	⑤	$2\sqrt{8}$	⑥	$6\sqrt{2}$
⑦	$-5\sqrt{5}$	⑧	$-8\sqrt{2}$	⑨	$-10\sqrt{7}$	⑩	$-9\sqrt{5}$

分数も、$\sqrt{\ }$ の外の数字を 2 乗して、$\sqrt{\ }$ の中に入れることが出来ます。
約分できる分数は約分します。

次の形を変形して、$\sqrt{a}$ の形にしましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$\frac{\sqrt{28}}{2}$ $=\sqrt{\frac{28}{4}}=\sqrt{7}$	例	$-\frac{\sqrt{96}}{4}$ $=-\sqrt{\frac{96}{16}}=-\sqrt{6}$	①	$\frac{\sqrt{72}}{3}$	②	$\frac{\sqrt{75}}{5}$
③	$\frac{\sqrt{108}}{6}$	④	$\frac{\sqrt{128}}{8}$	⑤	$\frac{\sqrt{98}}{7}$	⑥	$\frac{\sqrt{500}}{10}$
⑦	$-\frac{\sqrt{162}}{9}$	⑧	$-\frac{\sqrt{44}}{2}$	⑨	$-\frac{\sqrt{45}}{3}$	⑩	$-\frac{\sqrt{50}}{5}$

$\sqrt{\ }$ の中は、出来るだけ簡単な数で表します。
ある数の 2 乗になっている数字は、$\sqrt{\ }$ の外に出すことが出来ます。$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

次の形を変形して、$\sqrt{\ }$ の中を出来るだけ簡単にしましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$\sqrt{75}$ $=\sqrt{25\times3}$ $=5\sqrt{3}$	例	$-\sqrt{125}$ $=-\sqrt{25\times5}$ $=-5\sqrt{5}$	①	$\sqrt{24}$	②	$\sqrt{63}$
③	$\sqrt{18}$	④	$\sqrt{48}$	⑤	$\sqrt{72}$	⑥	$\sqrt{32}$
⑦	$-\sqrt{700}$	⑧	$-\sqrt{98}$	⑨	$-\sqrt{128}$	⑩	$-\sqrt{108}$

2章	4 根号の乗法、除法(2)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

根号の乗法は、1つの√ にまとめて、ある数の2乗になっている数字を、√ の外に出します。

次の計算をしましょう。(2点×15問=30点)

例 $\sqrt{28}\times\sqrt{45}$ $=\sqrt{4\times7\times9\times5}$ $=2\times3\sqrt{7\times5}$ $=6\sqrt{35}$	① $\sqrt{40}\times\sqrt{27}$	② $\sqrt{72}\times\sqrt{80}$	③ $\sqrt{18}\times\sqrt{125}$
④ $\sqrt{63}\times\sqrt{96}$	⑤ $\sqrt{8}\times\sqrt{48}$	⑥ $\sqrt{12}\times\sqrt{32}$	⑦ $\sqrt{108}\times\sqrt{98}$
⑧ $\sqrt{20}\times\sqrt{75}$	⑨ $\sqrt{128}\times\sqrt{300}$	⑩ $\sqrt{175}\times\sqrt{24}$	⑪ $\sqrt{162}\times\sqrt{20}$
⑫ $\sqrt{150}\times\sqrt{45}$	⑬ $\sqrt{50}\times\sqrt{500}$	⑭ $\sqrt{40}\times\sqrt{147}$	⑮ $\sqrt{28}\times\sqrt{54}$

√ どうしをかけ合わせたことによって、ある数の2乗になる数字ができる場合があります。

次の計算をしましょう。(2点×15問=30点)

例 $\sqrt{45}\times\sqrt{40}$ $=\sqrt{9\times5\times4\times5\times2}$ $=3\times2\times5\sqrt{2}$ $=30\sqrt{2}$	① $\sqrt{27}\times\sqrt{96}$	② $\sqrt{50}\times\sqrt{40}$	③ $\sqrt{48}\times\sqrt{24}$
④ $\sqrt{8}\times\sqrt{250}$	⑤ $\sqrt{72}\times\sqrt{150}$	⑥ $\sqrt{12}\times\sqrt{54}$	⑦ $\sqrt{20}\times\sqrt{90}$
⑧ $\sqrt{28}\times\sqrt{63}$	⑨ $\sqrt{80}\times\sqrt{125}$	⑩ $\sqrt{75}\times\sqrt{300}$	⑪ $\sqrt{18}\times\sqrt{32}$
⑫ $\sqrt{98}\times\sqrt{162}$	⑬ $\sqrt{108}\times\sqrt{147}$	⑭ $\sqrt{175}\times\sqrt{28}$	⑮ $\sqrt{45}\times\sqrt{500}$

√ をなくすことを有理化といいます。√ の中は、出来るだけ簡単にしてから、有理化します。

次の数の分母を有理化しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{10}}{2}$	例	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$ $=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{\sqrt{6}}{9}$	①	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$	②	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$
③	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$	④	$\frac{4}{\sqrt{5}}$	⑤	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	⑥	$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{28}}$
⑦	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}}$	⑧	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{45}}$	⑨	$\frac{2}{\sqrt{75}}$	⑩	$\frac{7}{\sqrt{32}}$

近似値を代入する場合、√ の中を出来るだけ簡単にしたり、分母を有理化してから計算します。

√ の近似値を代入して、次の計算をしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\sqrt{20}$ ($\sqrt{5}=2.236$ とする) $=2\sqrt{5}$ $=2\times2.236=4.472$	①	$\sqrt{48}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする)	②	$\sqrt{200}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする)
③	$\sqrt{54}$ ($\sqrt{6}=2.449$ とする)	④	$\sqrt{28}$ ($\sqrt{7}=2.646$ とする)	⑤	$\sqrt{75}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする)
例	$\frac{45}{\sqrt{45}}$ ($\sqrt{5}=2.236$ とする) $=\frac{45}{3\sqrt{5}}=\frac{45\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{45\sqrt{5}}{15}=3\sqrt{5}$ $=3\times2.236=6.708$	⑥	$\frac{4}{\sqrt{2}}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする)	⑦	$\frac{21}{\sqrt{3}}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする)
⑧	$\frac{60}{\sqrt{24}}$ ($\sqrt{6}=2.449$ とする)	⑨	$\frac{7}{\sqrt{63}}$ ($\sqrt{7}=2.646$ とする)	⑩	$\frac{2}{\sqrt{8}}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする)

2章 5 根号の加法、減法

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

√ の中が等しい項は、同類項としてまとめることが出来ます。

次の計算をしましょう。(2 点×20 問＝40 点)

例	$5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ $=9\sqrt{2}-2\sqrt{3}$	①	$5\sqrt{2}+3\sqrt{2}$	②	$3\sqrt{3}+6\sqrt{3}$
③	$5\sqrt{5}-3\sqrt{5}$	④	$12\sqrt{7}-8\sqrt{7}$	⑤	$4\sqrt{5}-5\sqrt{5}$
⑥	$2\sqrt{7}+5\sqrt{7}+3\sqrt{7}$	⑦	$3\sqrt{10}+4\sqrt{10}-2\sqrt{10}$	⑧	$2\sqrt{11}+9\sqrt{11}-4\sqrt{11}$
⑨	$15\sqrt{3}-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}$	⑩	$3\sqrt{13}+5\sqrt{13}-\sqrt{13}$	⑪	$14\sqrt{10}-5\sqrt{10}-3\sqrt{10}$
⑫	$3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$	⑬	$7\sqrt{3}+2\sqrt{5}+4\sqrt{5}$	⑭	$5\sqrt{11}-4\sqrt{2}-2\sqrt{11}$
⑮	$2\sqrt{2}+6\sqrt{5}-11\sqrt{2}-2\sqrt{5}$	⑯	$4\sqrt{7}+3\sqrt{7}-7\sqrt{3}+10\sqrt{3}$	⑰	$7\sqrt{2}+4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-10\sqrt{2}$
⑱	$8\sqrt{3}-3\sqrt{5}+12\sqrt{3}-7\sqrt{5}$	⑲	$8\sqrt{10}-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}+\sqrt{10}$	⑳	$5\sqrt{3}-9\sqrt{3}-5\sqrt{13}+\sqrt{13}$

根号の加法や減法は、√ の中を出来るだけ簡単にしてから、同類項をまとめて計算します。

次の計算をしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\sqrt{28}+\sqrt{63}$ $=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ $=5\sqrt{7}$	例	$\sqrt{45}+\sqrt{8}+\sqrt{80}$ $=3\sqrt{5}+2\sqrt{2}+4\sqrt{5}$ $=7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$	①	$\sqrt{12}+\sqrt{75}$
②	$\sqrt{72}+\sqrt{32}$	③	$\sqrt{20}-\sqrt{500}$	④	$\sqrt{175}-\sqrt{28}$
⑤	$\sqrt{18}+\sqrt{128}+\sqrt{40}$	⑥	$\sqrt{24}+\sqrt{147}-\sqrt{96}$	⑦	$\sqrt{125}-\sqrt{27}+\sqrt{108}$
⑧	$\sqrt{98}-\sqrt{50}-\sqrt{40}$	⑨	$\sqrt{45}+\sqrt{48}-\sqrt{300}$	⑩	$\sqrt{150}-\sqrt{54}+\sqrt{162}$

根号は、以下のことに気をつけて計算しましょう。
① √ の中を出来るだけ簡単にする。
② 分母を有理化する。
③ 同類項をまとめる。

次の計算をしましょう。(2 点×20 問=40 点)

例	$\sqrt{12}+\frac{9}{\sqrt{3}}$ $=2\sqrt{3}+\frac{9\sqrt{3}}{3}$ $=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$	①	$\sqrt{20}+\frac{15}{\sqrt{5}}$	②	$\sqrt{18}+\frac{8}{\sqrt{2}}$
③	$\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{27}$	④	$\frac{12}{\sqrt{6}}+\sqrt{54}$	⑤	$\frac{35}{\sqrt{7}}+\sqrt{28}$
⑥	$\sqrt{32}-\frac{10}{\sqrt{2}}$	⑦	$\sqrt{96}-\frac{60}{\sqrt{6}}$	⑧	$\sqrt{45}-\frac{20}{\sqrt{5}}$
⑨	$\frac{100}{\sqrt{10}}-\sqrt{90}$	⑩	$\frac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}$	⑪	$\frac{42}{\sqrt{7}}-\sqrt{63}$
⑫	$\sqrt{45}+\frac{20}{2\sqrt{5}}$	⑬	$\sqrt{72}+\frac{32}{8\sqrt{2}}$	⑭	$\sqrt{48}+\frac{54}{3\sqrt{3}}$
⑮	$\frac{60}{2\sqrt{6}}+\sqrt{24}$	⑯	$\frac{45}{3\sqrt{5}}+\sqrt{80}$	⑰	$\frac{32}{4\sqrt{2}}+\sqrt{200}$
⑱	$\sqrt{75}-\frac{30}{5\sqrt{3}}$	⑲	$\sqrt{28}-\frac{42}{3\sqrt{7}}$	⑳	$\sqrt{72}-\frac{90}{5\sqrt{2}}$

2章 6 根号の展開式

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

かっこのある乗法は、分配法則を使って、かっこの中の全ての項をかけます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問＝20点)

例 $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)$ $=\sqrt{9}+2\sqrt{3}$ $=3+2\sqrt{3}$	例 $\sqrt{3}(\sqrt{27}+7)$ $=\sqrt{81}+7\sqrt{3}$ $=9+7\sqrt{3}$	① $\sqrt{5}(\sqrt{5}+4)$
② $\sqrt{2}(\sqrt{2}-8)$	③ $\sqrt{7}(\sqrt{7}-6)$	④ $\sqrt{6}(\sqrt{6}-9)$
⑤ $\sqrt{2}(\sqrt{8}+4)$	⑥ $\sqrt{3}(\sqrt{12}+5)$	⑦ $\sqrt{2}(\sqrt{32}+10)$
⑧ $\sqrt{2}(\sqrt{18}+2)$	⑨ $\sqrt{3}(\sqrt{27}+7)$	⑩ $\sqrt{6}(\sqrt{24}+8)$

$(a+b)(c+d)$ を展開すると、$ac+ad+bc+bd$ のような式になります。
展開した後、同類項があればまとめます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問＝20点)

例 $(\sqrt{5}+2)(2\sqrt{5}+3)$ $=10+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}+6$ $=16+7\sqrt{5}$	例 $(\sqrt{3}+4)(2-2\sqrt{3})$ $=2\sqrt{3}-6+8-8\sqrt{3}$ $=-6\sqrt{3}+2$	① $(\sqrt{2}+3)(4\sqrt{2}+5)$
② $(\sqrt{7}+2)(3\sqrt{7}-4)$	③ $(\sqrt{6}-5)(4\sqrt{6}+7)$	④ $(2\sqrt{10}-6)(\sqrt{10}-5)$
⑤ $(9+\sqrt{2})(3+3\sqrt{2})$	⑥ $(4+\sqrt{5})(8-3\sqrt{5})$	⑦ $(2-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+9)$
⑧ $(\sqrt{7}+2)(3+2\sqrt{7})$	⑨ $(3-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+7)$	⑩ $(\sqrt{6}-4)(5-3\sqrt{6})$

展開は、公式を使うと便利です。
乗法の公式…$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

次の式を展開しましょう。(3 点×20 問=60 点)

例	$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}+5)$ $=(\sqrt{6})^2+(2+5)\sqrt{6}+2\times 5$ $=6+7\sqrt{6}+10$ $=16+7\sqrt{6}$	例	$(\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-7)$ $=(\sqrt{6})^2+(3-7)\sqrt{6}+3\times(-7)$ $=6-4\sqrt{6}-21$ $=-15-4\sqrt{6}$	①	$(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}+8)$
②	$(\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}+2)$	③	$(\sqrt{2}+12)(\sqrt{2}+3)$	④	$(\sqrt{5}+9)(\sqrt{5}+4)$
⑤	$(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-8)$	⑥	$(\sqrt{2}+8)(\sqrt{2}-4)$	⑦	$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-9)$
⑧	$(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+7)$	⑨	$(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+5)$	⑩	$(\sqrt{5}-9)(\sqrt{5}+5)$

平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

次の式を展開しましょう。(3 点×20 問=60 点)

例	$(\sqrt{10}+3)^2$ $=(\sqrt{10})^2+2\times\sqrt{10}\times 3+3^2$ $=10+6\sqrt{10}+9$ $=19+6\sqrt{10}$	例	$(\sqrt{13}+4)(\sqrt{13}-4)$ $=(\sqrt{13})^2-4^2$ $=13-16$ $=-3$	①	$(\sqrt{5}+9)^2$
②	$(\sqrt{11}+2)^2$	③	$(\sqrt{7}+5)^2$	④	$(\sqrt{6}+8)^2$
⑤	$(\sqrt{3}-1)^2$	⑥	$(\sqrt{5}-4)^2$	⑦	$(\sqrt{2}-7)^2$
⑧	$(\sqrt{12}+3)(\sqrt{12}-3)$	⑨	$(\sqrt{9}+2)(\sqrt{9}-2)$	⑩	$(\sqrt{10}+9)(\sqrt{10}-9)$

3章 1 二次方程式(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

文字に2乗がついている式を**二次方程式**といいます。二次方程式は、移項や平方根を使って解きます。

次の方程式を解きましょう。(2点×15問=30点)

例 $5x^2-15=0$ $5x^2=15$ $x^2=3$ $x=\pm\sqrt{3}$	① $2x^2=22$	② $7x^2=14$	③ $4x^2=36$
④ $4x^2=100$	⑤ $3x^2=12$	⑥ $2x^2=90$	⑦ $6x^2=48$
⑧ $7x^2-35=0$	⑨ $4x^2-40=0$	⑩ $5x^2-320=0$	⑪ $6x^2-54=0$
⑫ $5x^2-80=0$	⑬ $9x^2-72=0$	⑭ $3x^2-54=0$	⑮ $6x^2-72=0$

$(x+m)^2=n$ の形の二次方程式は、(　　)の中をひとまとめにして平方根を求めます。
$(x+m)^2=n \rightarrow x+m=\pm\sqrt{n} \rightarrow x=-m\pm\sqrt{n}$

次の方程式を解きましょう。(2点×15問=30点)

例 $(x-5)^2=36$ $x-5=\pm6$ $x=5\pm6$ $x=11,\ -1$	① $(x+4)^2=6$	② $(x+2)^2=7$	③ $(x+3)^2=5$
④ $(x-2)^2=3$	⑤ $(x-9)^2=2$	⑥ $(x-5)^2=8$	⑦ $(x-8)^2=75$
⑧ $(x+5)^2=49$	⑨ $(x+3)^2=36$	⑩ $(x+1)^2=4$	⑪ $(x+5)^2=81$
⑫ $(x-9)^2=25$	⑬ $(x-7)^2=49$	⑭ $(x-2)^2=64$	⑮ $(x-10)^2=9$

$x^2+2px+q=0$ の二次方程式は、$(x+m)^2=n$ の形に直して解くことが出来ます。

① q を移項する。 → $x^2+2px=-q$

② 両辺に p の 2 乗を足す。 → $x^2+2px+p^2=-q+p^2$

③ $(x+m)^2=n$ の形に直す。 → $(x+p)^2=-q+p^2$

次の方程式を解きましょう。(2 点×20 問=40 点)

例	$x^2+8x+5=0$ $x^2+8x=-5$ $x^2+8x+4^2=-5+4^2$ $(x+4)^2=11$ $x=-4\pm\sqrt{11}$	①	$x^2+10x+18=0$	②	$x^2+12x+7=0$
③	$x^2+12x+13=0$	④	$x^2+4x+1=0$	⑤	$x^2+6x+4=0$
⑥	$x^2+2x-14=0$	⑦	$x^2+6x-2=0$	⑧	$x^2+8x-10=0$
⑨	$x^2+4x-7=0$	⑩	$x^2+10x-22=0$	⑪	$x^2+12x-1=0$
⑫	$x^2-6x+4=0$	⑬	$x^2-16x+54=0$	⑭	$x^2-8x+9=0$
⑮	$x^2-10x-8=0$	⑯	$x^2-4x-3=0$	⑰	$x^2-12x-11=0$
⑱	$x^2-14x-1=0$	⑲	$x^2-20x-8=0$	⑳	$x^2-18x-9=0$

3章 2 二次方程式(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

$ax^2+bx+c=0$ の解は、**解の公式**で求めることが出来ます。

解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ この公式の a,b,c に数字を代入します。

次の方程式を解きましょう。(3点×5問=15点)

例	$x^2+5x+2=0$ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}$ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$	①	$x^2+3x+1=0$
②	$2x^2+3x-4=0$	③	$x^2-5x+3=0$
④	$x^2-5x-7=0$	⑤	$3x^2+7x-2=0$

解の公式で解いた後、$\sqrt{\ }$ の中を出来るだけ簡単にします。
また、約分も忘れないようにしましょう。

次の方程式を解きましょう。(3点×5問=15点)

例	$2x^2+6x+1=0$ $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times2\times1}}{2\times2}$ $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{28}}{4}=\dfrac{-6\pm2\sqrt{7}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$	①	$x^2-9x+9=0$
②	$2x^2-8x-1=0$	③	$3x^2-2x-7=0$
④	$2x^2+3x-2=0$	⑤	$4x^2-x-3=0$

0 は何をかけても 0 です。
$(x+a)(x+b)=0$ のような因数分解は、(　)の中がそれぞれ 0 になる数字が答えになります。

次の方程式を解きましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$(x-8)(x-2)=0$ $x=8,\ x=2$	例	$(x+3)(x-5)=0$ $x=-3,\ x=5$	①	$(x-3)(x-7)=0$	②	$(x-10)(x-4)=0$
③	$(x-1)(x+9)=0$	④	$(x-5)(x+14)=0$	⑤	$(x+2)(x-11)=0$	⑥	$(x+12)(x-3)=0$
⑦	$(x+1)(x+9)=0$	⑧	$(x+10)(x+14)=0$	⑨	$(x+5)(x+11)=0$	⑩	$(x+6)(x+13)=0$

$x^2+(a+b)x+ab=0$ のような二次方程式は、$(x+a)(x+b)=0$ の形にすることが出来ます。

次の方程式を解きましょう。(2 点×15 問＝30 点)

例	$x^2-2x-35=0$ $(x+5)(x-7)=0$ $x=-5,\ x=7$	①	$x^2+10x+9=0$	②	$x^2+16x+63=0$	③	$x^2+14x+45=0$
④	$x^2-2x-15=0$	⑤	$x^2-6x-16=0$	⑥	$x^2-2x-3=0$	⑦	$x^2-6x-16=0$
⑧	$x^2+8x-9=0$	⑨	$x^2+x-12=0$	⑩	$x^2+x-20=0$	⑪	$x^2+4x-12=0$
⑫	$x^2-14x+40=0$	⑬	$x^2-10x+21=0$	⑭	$x^2-8x+15=0$	⑮	$x^2-10x+16=0$

$ax^2+bx=0$ のような二次方程式は、$x(ax+b)=0$ の形にして解きます。

次の方程式を解きましょう。(2 点×15 問＝30 点)

例	$x^2-3x=0$ $x(x-3)=0$ $x=0,\ x=3$	①	$x^2-2x=0$	②	$x^2-5x=0$	③	$x^2-6x=0$
④	$x^2+8x=0$	⑤	$x^2+10x=0$	⑥	$x^2+4x=0$	⑦	$x^2+7x=0$
⑧	$2x^2-5x=0$	⑨	$3x^2-2x=0$	⑩	$5x^2-x=0$	⑪	$4x^2-3x=0$
⑫	$5x^2+6x=0$	⑬	$2x^2+x=0$	⑭	$3x^2+4x=0$	⑮	$2x^2+7x=0$

3章 3 二次方程式(3)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

乗法の公式を利用して、二次方程式を解くことが出来ます。

$x^2+2ax+a^2=0 \rightarrow (x+a)^2=0$

$x^2-2ax+a^2=0 \rightarrow (x-a)^2=0$

次の方程式を解きましょう。(2点×10問=20点)

例 $x^2+10x+25=0$ $(x+5)^2=0$ $x+5=0$ $x=-5$	例 $x^2-4x+4=0$ $(x-2)^2=0$ $x-2=0$ $x=2$	① $x^2+16x+64=0$
② $x^2+6x+9=0$	③ $x^2+14x+49=0$	④ $x^2+18x+81=0$
⑤ $x^2+2x+1=0$	⑥ $x^2-8x+16=0$	⑦ $x^2-12x+36=0$
⑧ $x^2-10x+25=0$	⑨ $x^2-18x+81=0$	⑩ $x^2-16x+64=0$

この章で学習した二次方程式の解き方を復習しましょう。
二次方程式は、移項や因数分解などを利用して解くことが出来ます。

次の方程式を解きましょう。(2点×10問=20点)

例 $9x^2-72=0$ $9x^2=72$ $x^2=8$ $x=\pm2\sqrt{2}$	① $6x^2-72=0$	② $3x^2-54=0$
③ $(x+5)^2=49$	④ $(x-10)^2=9$	⑤ $x^2-18x+81=0$
例 $x^2-6x+4=0$ $x^2-6x+3^2=-4+3^2$ $(x-3)^2=5$ $x=3\pm\sqrt{5}$	⑥ $x^2+10x+18=0$	⑦ $x^2-14x-1=0$
⑧ $x^2+x-20=0$	⑨ $3x^2+4x=0$	⑩ $2x^2-5x=0$

文章題は、求めたい数字を x として二次方程式をつくります。
二次方程式の解を求めたら、その解が問題文に合うかどうかを確かめましょう。

次の問いに答えましょう。(10 点×6 問＝60 点)

例	大小 2 つの正の整数があり、その差が 3、積が 40 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
	小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+3$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+3)=40$ これを解くと、$x=-8,\ 5$　　-8 は正の整数ではないので、$x=5$ よって、2 つの整数は、5 と 8	$x(x+3)=40$ $x^2+3x-40=0$ $(x+8)(x-5)=0$ $x=-8,\ 5$
①	大小 2 つの正の整数があり、その差が 7、積が 60 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
②	大小 2 つの正の整数があり、その差が 4、積が 96 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
③	連続した 3 つの正の整数があり、真ん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和より 24 大きくなります。 この連続した 3 つの正の整数を求めましょう。	
④	連続した 3 つの正の整数があり、大きい方の 2 つの数の積は、3 つの数の和の 2 倍に等しくなります。 この連続した 3 つの正の整数を求めましょう。	
⑤	ある自然数を 2 乗するところを、間違って 2 倍したため、答えが 48 小さくなりました。 もとの自然数を求めましょう。	
⑥	ある自然数に 3 を加えて 2 乗するところを、3 を加えて 2 倍したため、答えが 35 小さくなりました。 もとの自然数を求めましょう。	

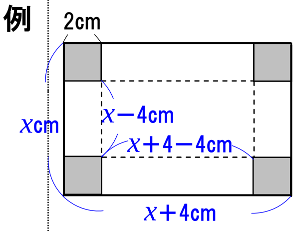
3章 4 図形問題

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

長方形の4隅から正方形を切り取って直方体をつくる問題は、二次方程式で解きます。
直方体の縦、横、高さがそれぞれ何cmになるかを考えて、式をつくります。

紙の縦の長さを求めましょう。(10点×5問＝50点)

例

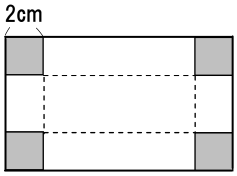


横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は64cm^{3}でした。

縦の長さをx cmとすると、横の長さはx＋4cm
容積を求める式は、(x−4)×(x＋4−4)×2＝64
これを解くと、x＝−4, 8　辺は正の数なので、x＝8
よって、紙の縦の長さは、8cm

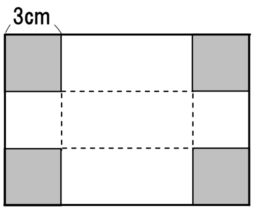
$(x-4)\times x\times 2=64$
$(x-4)\times x=32$
$x^2-4x-32=0$
$(x+4)(x-8)=0$

①



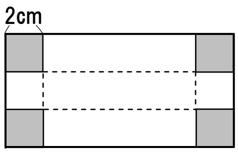
横が縦より5cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は48cm^{3}でした。

②



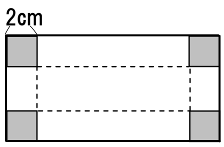
横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は63cm^{3}でした。

③



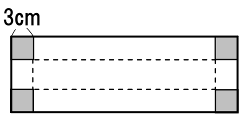
横が縦より6cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は32cm^{3}でした。

④



縦と横の長さの比が1：2の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は60cm^{3}でした。

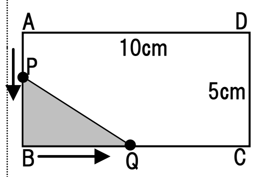
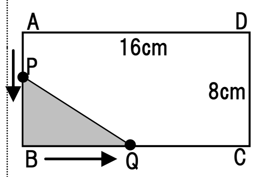
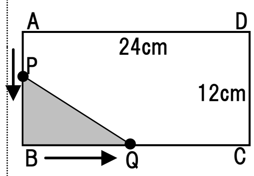
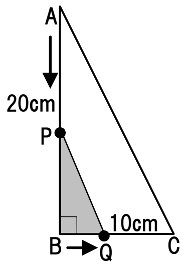
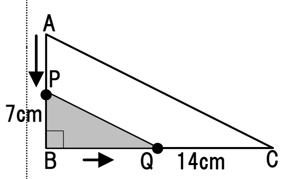
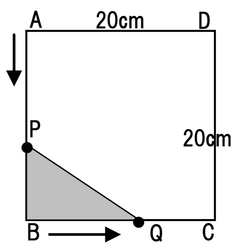
⑤



縦と横の長さの比が1：3の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は288cm^{3}でした。

動く点によってつくられる三角形の問題は、二次方程式で解きます。
底辺と高さがそれぞれ何 cm になるかを考えて、式をつくります。

次の問いに答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 6cm^2 になるのは、何秒後ですか？ 点が動く時間を t 秒とすると、PB＝5－t　BQ＝2t △PBQ の面積は、(5－t)×2t÷2＝6 これを解くと、t＝2, 3 △PBQ の面積が 6cm^2 になるのは、2 秒後と 3 秒後	$(5-t)\times 2t\div 2=6$ $-t^2+5t-6=0$ $t^2-5t+6=0$ $(t-2)(t-3)=0$
①		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 12cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
②		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 4cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 20cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
③		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 1cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 25cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
④		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 10cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
⑤		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 42cm^2 になるのは、何秒後ですか？	

4章 1 二次関数(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

x の値が決まると y の値が1つに決まる場合、y は x の関数であるといいます。
y が x の2乗に比例するとき、$y=ax^2$ という二次関数の式で表します。
a の値は、$y \div x^2$ で求めることが出来ます。

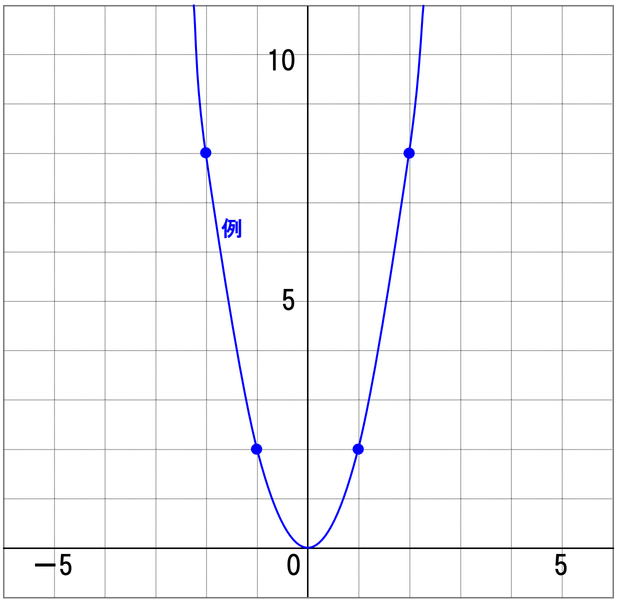
y が x の2乗に比例するとき、x、y の関係を式に表しましょう。(2点×10問=20点)

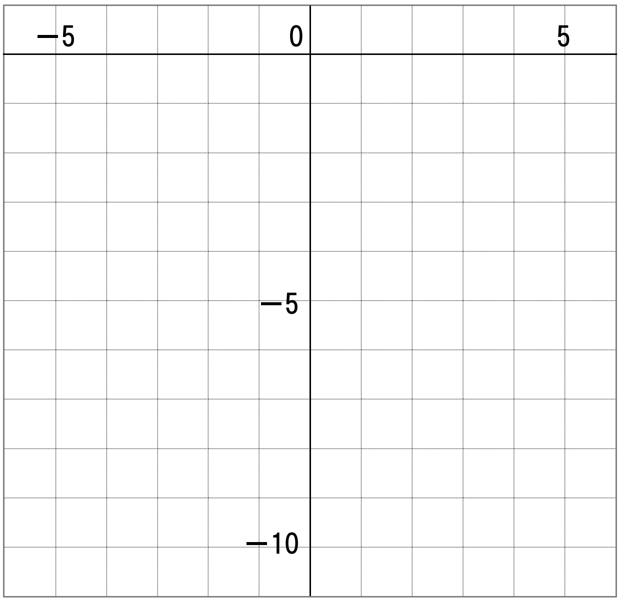
例	$x=5$ のとき、$y=50$ $a=50\div5^2=2$ $y=2x^2$	例	$x=-2$ のとき、$y=-36$ $a=-36\div(-2)^2=-9$ $y=-9x^2$	①	$x=3$ のとき、$y=54$
②	$x=6$ のとき、$y=108$	③	$x=3$ のとき、$y=63$	④	$x=4$ のとき、$y=80$
⑤	$x=-1$ のとき、$y=8$	⑥	$x=-5$ のとき、$y=100$	⑦	$x=7$ のとき、$y=-98$
⑧	$x=2$ のとき、$y=-20$	⑨	$x=-4$ のとき、$y=-48$	⑩	$x=-3$ のとき、$y=-36$

$y=ax^2$ のグラフは、原点(0, 0)を通る放物線です。
$x=1$ のときの y の値、$x=2$ のときの y の値、$x=3$ のとき…、と考えていき、グラフをかきます。

次の関数のグラフをかきましょう。(5点×5問=25点)

例	$y=2x^2$	③	$y=-x^2$
①	$y=x^2$	④	$y=-2x^2$
②	$y=\frac{1}{2}x^2$	⑤	$y=-\frac{1}{3}x^2$





$y=ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で減少し、$x≧0$ で増加します。
$y=-ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で増加し、$x≧0$ で減少します。

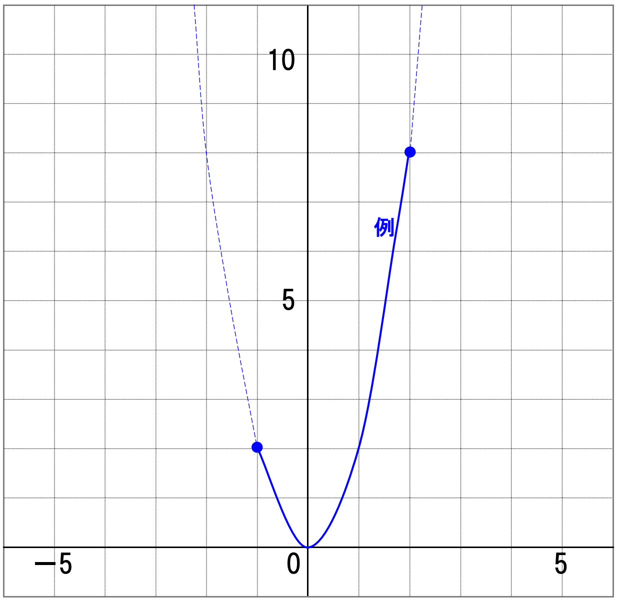
(　　)に合う言葉を書きましょう。(5 点×2 問＝10 点)

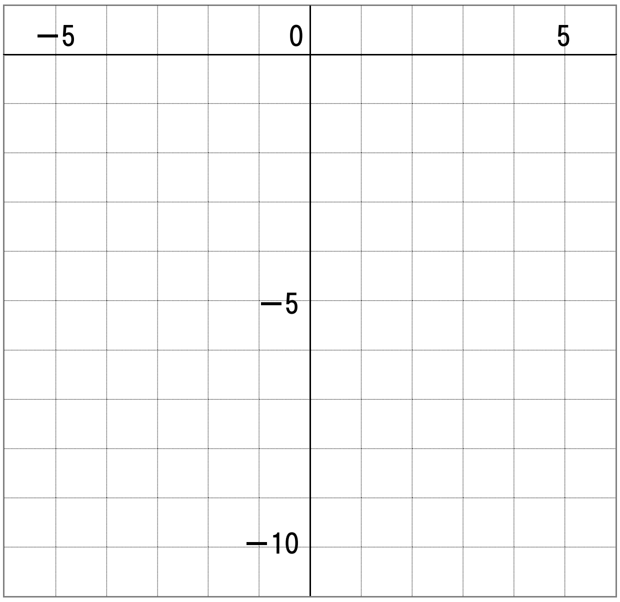
①	$y=ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で(　　　　)し、$x≧0$ で(　　　　)します。
②	$y=-ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で(　　　　)し、$x≧0$ で(　　　　)します。

グラフで変域を表す場合、変域の境目に点をつけます。
変域の範囲外のグラフは点線で表します。

次の関数のグラフをかきましょう。(5 点×5 問＝25 点)

例	$y=2x^2$ $(-1≦x≦2)$	③	$y=-2x^2$ $(-2≦x≦1)$
①	$y=\frac{1}{4}x^2$ $(-2≦x≦6)$	④	$y=-\frac{1}{3}x^2$ $(-3≦x≦3)$
②	$y=x^2$ $(-2≦x≦3)$	⑤	$y=-x^2$ $(-3≦x≦2)$





$y=ax^2$ の y の値は、x の絶対値が最大のときが最大、x の絶対値が最小のときが最小です。
$y=-ax^2$ の y の値は、x の絶対値が最大のときが最小、x の絶対値が最小のときが最大です。

次の関数の、y の変域を求めましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$y=2x^2$ $(-2≦x≦3)$ $0≦y≦18$	例	$y=-3x^2$ $(-3≦x≦1)$ $-27≦y≦0$	①	$y=2x^2$ $(-3≦x≦1)$
②	$y=3x^2$ $(-1≦x≦2)$	③	$y=x^2$ $(-7≦x≦5)$	④	$y=4x^2$ $(1≦x≦5)$
⑤	$y=5x^2$ $(-1≦x≦-3)$	⑥	$y=-2x^2$ $(-1≦x≦5)$	⑦	$y=-x^2$ $(-9≦x≦6)$
⑧	$y=-4x^2$ $(-2≦x≦3)$	⑨	$y=-3x^2$ $(1≦x≦5)$	⑩	$y=-2x^2$ $(-2≦x≦-4)$

4章 2 二次関数(2)

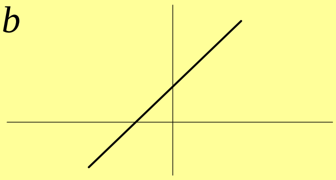
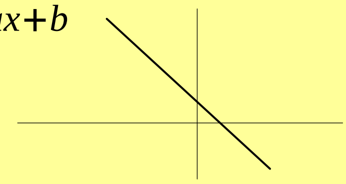
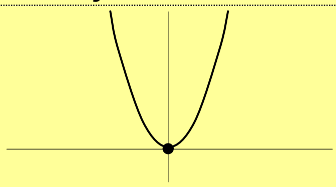
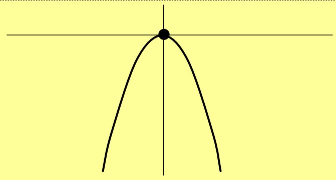
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

変化の割合は、一次関数では一定ですが、二次関数では一定ではありません。
$y=ax^2$ で、x の値が p から q まで増加するとき、変化の割合は $a(p+q)$ で求めます。

x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$y=2x^2$ (3 から 5 まで) $2(3+5)=16$	例	$y=3x^2$ (−3 から−1 まで) $3(-3-1)=-12$	①	$y=2x^2$ (4 から 6 まで)
②	$y=4x^2$ (1 から 4 まで)	③	$y=x^2$ (3 から 7 まで)	④	$y=-3x^2$ (2 から 5 まで)
⑤	$y=-5x^2$ (3 から 7 まで)	⑥	$y=2x^2$ (−6 から−1 まで)	⑦	$y=x^2$ (−9 から−3 まで)
⑧	$y=-4x^2$ (−5 から−2 まで)	⑨	$y=-3x^2$ (−8 から−4 まで)	⑩	$y=-5x^2$ (−7 から−4 まで)

一次関数と二次関数の特徴を比べてみましょう。

一次関数 **グラフの形 … 直線** **変化の割合 … 一定**	$y=ax+b$  **x が増加すると y も増加**	$y=-ax+b$  **x が増加すると y は減少**
二次関数 **グラフの形 … 放物線** **変化の割合 … 一定ではない**	$y=ax^2$  **$x=0$ のとき y は最小**	$y=-ax^2$  **$x=0$ のとき y は最大**

次の関数について、下の A～H から当てはまるものを全て選び、記号で答えましょう。(3 点×10 問＝30 点)

①	グラフが放物線である。	
②	グラフが直線である。	
③	$x\leqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加する。	
④	$x\geqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加する。	
⑤	$x\leqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値は減少する。	
⑥	$x\geqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値は減少する。	
⑦	変化の割合がつねに 2 である。	
⑧	x の値が 1 から 3 まで増加するときの変化の割合が 2 である。	
⑨	(2, 8)を通る。	
⑩	原点(0, 0)を通る。	

A	$y=2x+4$	B	$y=-2x+4$	C	$y=\frac{1}{2}x$	D	$y=-\frac{1}{2}x$
E	$y=2x^2$	F	$y=-2x^2$	G	$y=\frac{1}{2}x^2$	H	$y=-\frac{1}{2}x^2$

(円
100
95
90
85
80

一次関数や二次関数以外にも、いろいろな関数があります。
グラフ上で、白点はその数を含まないことを表し、黒点はその数を含むことを表します。

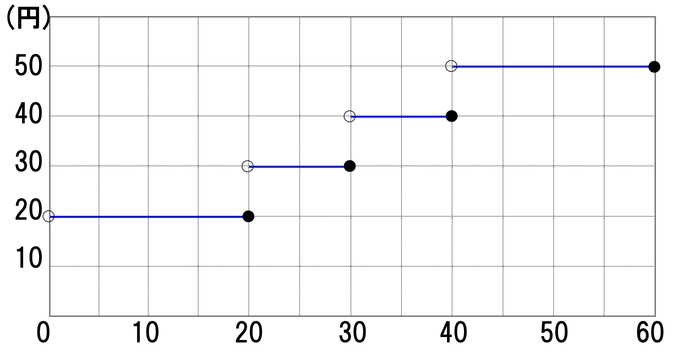
表を見て、問いに答え、グラフをかきましょう。(10 点×5 問=50 点)

例　県外への 1 分あたりの通話料

20kmまで	20 円
30kmまで	30 円
40kmまで	40 円
60kmまで	50 円

35km 離れたところへ 2 分 30 秒電話すると、通話料はいくらですか？

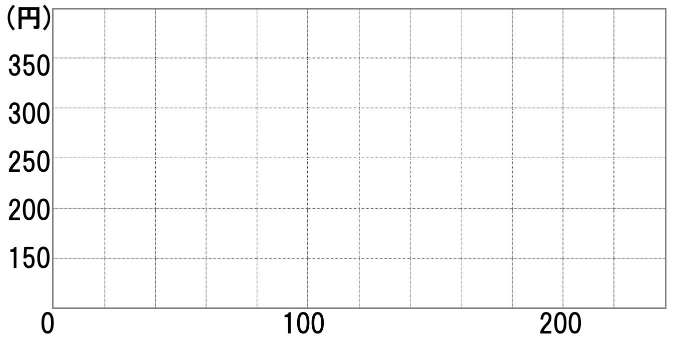
40 円×3 分=120 円



① ある運送会社の市内の送料

100g まで	200 円
140g まで	250 円
180g まで	300 円
240g まで	350 円

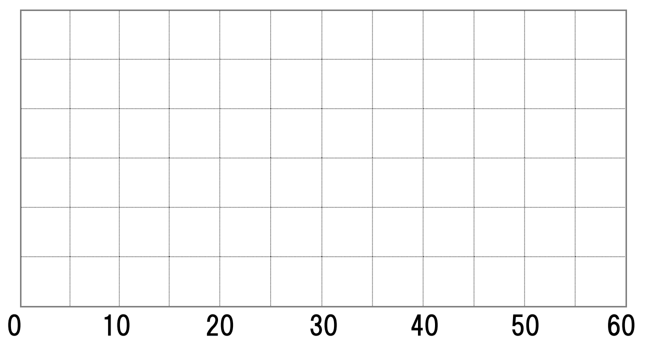
120g の荷物を市内に発送すると、送料はいくらですか？



② ある市の水道料

10m^3まで	850 円
20m^3まで	900 円
40m^3まで	950 円
60m^3まで	1000 円

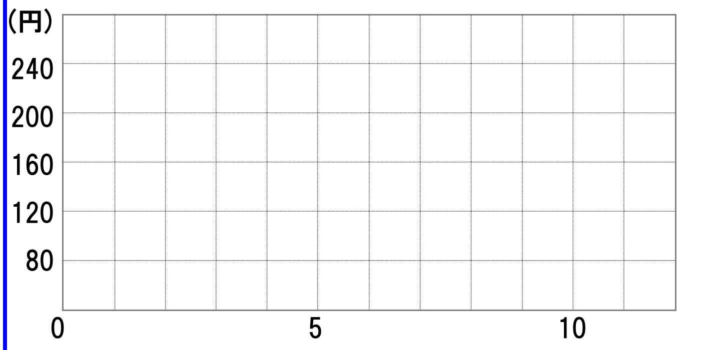
32m^3 使用すると、水道料はいくらですか？



③ ある鉄道会社の運賃

3km まで	120 円
6km まで	160 円
9km まで	200 円
12km まで	240 円

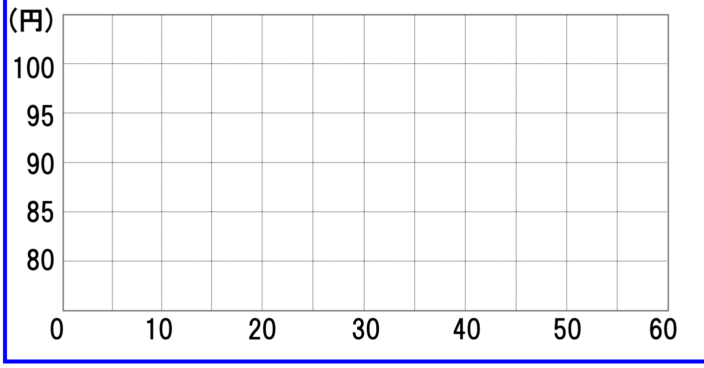
電車に 10km 乗ると、運賃はいくらですか？



④ ジュース 1 本あたりの仕入れ値

20 本まで	95 円
30 本まで	90 円
40 本まで	85 円
60 本まで	80 円

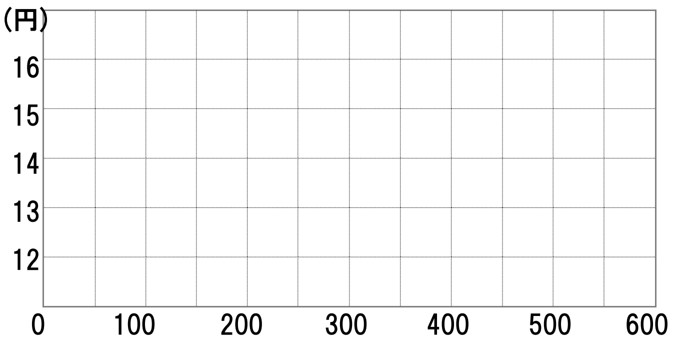
ジュースを 50 本仕入れると、いくらですか？



⑤ チラシ 1 枚あたりの印刷料金

50 枚まで	15 円
100 枚まで	14 円
200 枚まで	13 円
600 枚まで	12 円

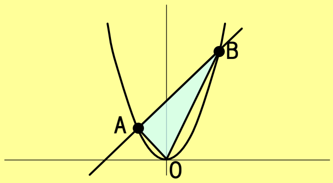
チラシを 150 枚印刷すると、いくらですか？



4章 3 グラフの交点

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

$y=ax^2$ のグラフ上の 2 点 A, B を通る直線は、一次関数のグラフになります。
△OAB の面積を求める場合、底辺と高さの距離をそれぞれ考えます。
△OAB の底辺は、一次関数 $y=ax+b$ の切片 b の距離です。
△OAB の高さは、2 点 A, B の x 座標の絶対値の合計です。



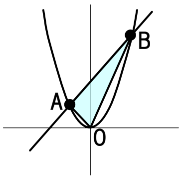
$y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があります。次の問題に答えましょう。(10 点×5 問=50 点)

例 A の x 座標は−2、B の x 座標は 3 です。
A, B の座標を求めましょう。
A(−2, 4)　B(3, 9)

A, B を通る直線の式を求めましょう。

変化の割合 $=\dfrac{9-4}{3-(-2)}=\dfrac{5}{5}=1$

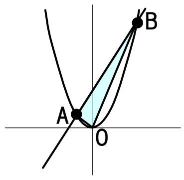
$y=x+b$ に(−2, 4)を代入
$4=-2+b$　$4+2=b$　$y=x+6$



△OAB の面積を求めましょう。
$y=x+6$ より、底辺は 6
A(−2, 4)　B(3, 9)より、高さは 2+3=5
△OAB の面積=6×5÷2=15

① A の x 座標は−1、B の x 座標は 4 です。
A, B の座標を求めましょう。

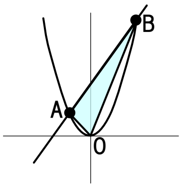
A, B を通る直線の式を求めましょう。



△OAB の面積を求めましょう。

② A の x 座標は−3、B の x 座標は 5 です。
A, B の座標を求めましょう。

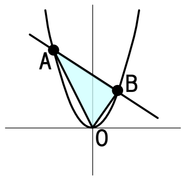
A, B を通る直線の式を求めましょう。



△OAB の面積を求めましょう。

③ A の x 座標は−2、B の x 座標は 1 です。
A, B の座標を求めましょう。

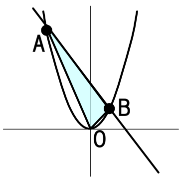
A, B を通る直線の式を求めましょう。



△OAB の面積を求めましょう。

④ A の x 座標は−4、B の x 座標は 2 です。
A, B の座標を求めましょう。

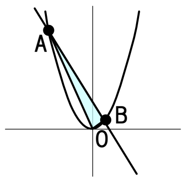
A, B を通る直線の式を求めましょう。



△OAB の面積を求めましょう。

⑤ A の x 座標は−5、B の x 座標は 1 です。
A, B の座標を求めましょう。

A, B を通る直線の式を求めましょう。

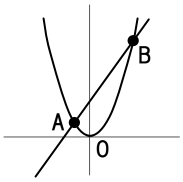


△OAB の面積を求めましょう。

二次関数と一次関数のグラフの交点は連立方程式で求めることが出来ます。
x^2 の係数を 1 にしたら、二次方程式を利用して x の値を求めます。

次の 2 つのグラフの交点 A, B の座標を求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例 $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=x+4$ の交点 A, B



$$\begin{aligned} & y=\frac{1}{2}x^2 \\ -)\ & \underline{y=\qquad x+4} \end{aligned}$$

$0=\frac{1}{2}x^2-x-4$ …×2 → $x^2-2x-8=0$

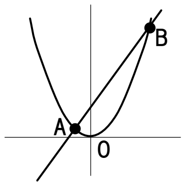
$(x+2)(x-4)=0 \qquad x=-2,\ 4$

$x=-2$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

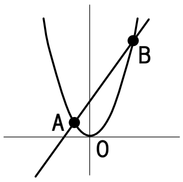
$x=4$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times 4^2=8$

よって A=(−2, 2)、B=(4, 8)

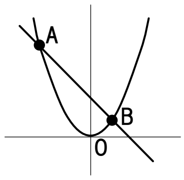
① $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=2x+9$ の交点 A, B



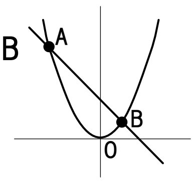
② $y=\frac{3}{4}x^2$ と $y=3x+9$ の交点 A, B



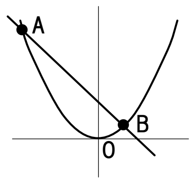
③ $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=-x+6$ の交点 A, B



④ $y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-2x+6$ の交点 A, B



⑤ $y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=-x+3$ の交点 A, B



4章 4 二次関数の利用

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	□時□分	□時□分	80点

車がブレーキをかけてから止まるまでの距離を制動距離といいます。
時速 x km のときの制動距離を y とすると、y は x の 2 乗に比例します。
$y=ax^2$ の a の値は、$y \div x^2$ で求めます。

時速と制動距離の関係を式に表し、あとのことがらを求めましょう。(4 点×5 問＝20 点)

例	時速 30km のときの制動距離が 10m の自動車。 $a=10\div30^2=\frac{1}{90}$　$y=\frac{1}{90}x^2$ この自動車が時速 60km のときの制動距離。 $y=\frac{1}{90}\times60^2=40$m	①	時速 40km のときの制動距離が 8m の自動車。 この自動車が時速 100km のときの制動距離。
②	時速 20km のときの制動距離が 5m の自動車。 この自動車が時速 40km のときの制動距離。	③	時速 50km のときの制動距離が 10m の自動車。 この自動車が時速 100km のときの制動距離。
④	時速 60km のときの制動距離が 24m の自動車。 この自動車の制動距離が 54m になる時速。	⑤	時速 25km のときの制動距離が 5m の自動車。 この自動車の制動距離が 20m になる時速。

ボールが斜面を転がり始めてからの時間を x、転がった距離を y とすると、y は x の 2 乗に比例します。
$y=ax^2$ で、x の値が p から q まで増加するとき、平均の速さ(変化の割合)は $a(p+q)$で求めます。

ボールが斜面を転がるときの関係を式に表し、平均の速さを求めましょう。(4 点×5 問＝20 点)

例	転がり始めて 2 秒後までに 12m 転がった。 $a=12\div2^2=3$　$y=3x^2$ 2 秒後から 5 秒後までの平均の速さ。 $3(2+5)=21$　秒速 21m	①	転がり始めて 3 秒後までに 18m 転がった。 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さ。
②	転がり始めて 4 秒後までに 16m 転がった。 2 秒後から 8 秒後までの平均の速さ。	③	転がり始めて 2 秒後までに 24m 転がった。 2 秒後から 9 秒後までの平均の速さ。
④	転がり始めて 5 秒後までに 100m 転がった。 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さ。	⑤	転がり始めて 3 秒後までに 45m 転がった。 2 秒後から 7 秒後までの平均の速さ。

周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係になります。

次の問いに答えましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例	周期が 8 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times 8^2=16$m	①	周期が 4 秒のふりこは何 m ですか？
②	周期が 12 秒のふりこは何 m ですか？	③	周期が 10 秒のふりこは何 m ですか？
④	周期が 6 秒のふりこは何 m ですか？	⑤	周期が 2 秒のふりこは何 m ですか？
例	長さが 2m のふりこの周期は何秒ですか？ $2=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=8$　$x=2\sqrt{2}$ 秒	⑥	長さが 16m のふりこの周期は何秒ですか？
⑦	長さが 10m のふりこの周期は何秒ですか？	⑧	長さが 6m のふりこの周期は何秒ですか？
⑨	長さが 20m のふりこの周期は何秒ですか？	⑩	長さが 12m のふりこの周期は何秒ですか？

ふりこの長さの単位を cm で表す場合は、100 倍にして計算します。

次の問いに答えましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例	周期が 0.8 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times 0.8^2=0.16$m　0.16m×100＝16cm	①	周期が 0.6 秒のふりこは何 cm ですか？
②	周期が 0.4 秒のふりこは何 cm ですか？	③	周期が 1 秒のふりこは何 cm ですか？
④	周期が 2 秒のふりこは何 cm ですか？	⑤	周期が 1.2 秒のふりこは何 cm ですか？
例	長さが 16cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.16=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=0.64$　$x=0.8$ 秒	⑥	長さが 36cm のふりこの周期は何秒ですか？
⑦	長さが 1cm のふりこの周期は何秒ですか？	⑧	長さが 49cm のふりこの周期は何秒ですか？
⑨	長さが 25cm のふりこの周期は何秒ですか？	⑩	長さが 9cm のふりこの周期は何秒ですか？

5章	1 相似な図形	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

形と大きさが等しい図形を合同といい、形が等しく大きさが異なる図形を相似といいます。
△ABCと△DEFが相似である場合、△ABC∽△DEFと表します。
相似な図形は、対応する線分の比が全て等しく、対応する角の大きさがそれぞれ等しいです。

(　　)にあてはまる言葉を書きましょう。(2点×5問=10点)

①	形と大きさが等しい図形を(　　　　　)といいます。
②	形が等しく大きさが異なる図形を(　　　　　)といいます。
③	△ABCと△DEFが相似である場合、△ABC(　　　　　)△DEFと表します。
④	相似な図形は、対応する(　　　　　)が全て等しいです。
⑤	相似な図形は、対応する(　　　　　)がそれぞれ等しいです。

$a:b=c:d$ のような等式を比例式といいます。
比例式で、a が c の3倍ならば、b も d の3倍です。
比例式を利用して、相似な図形の線分の長さを求めることが出来来ます。

×4
2：5=8：20
×4

次の比例式が成り立つように、(　　)にあてはまる数字をかきましょう。(1点×15問=15点)

例	1：5=3：(15)	①	1：2=3：(　　)	②	2：5=6：(　　)	③	3：4=6：(　　)
④	1：3=(　　)：12	⑤	2：3=(　　)：15	⑥	3：7=(　　)：14	⑦	5：7=(　　)：42
⑧	2：(　　)=10：25	⑨	5：(　　)=15：18	⑩	4：(　　)=40：70	⑪	2：(　　)=18：54
⑫	(　　)：7=4：14	⑬	(　　)：8=35：40	⑭	(　　)：11=20：22	⑮	(　　)：9=12：27

比例式を解く場合、外側どうし、内側どうしをかけて計算します。　$a:b=c:d$
x が左辺にくるようにすると、計算しやすくなります。　$a\times d=b\times c$

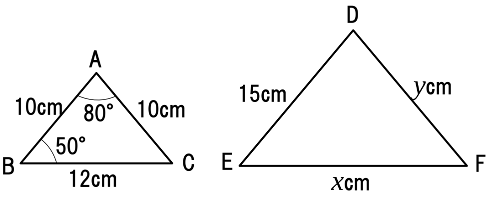
次の比例式を解きましょう。(1点×15問=15点)

例	$14:21=8:x$ $14\times x=21\times 8$ $14x=168$ $x=12$	①	$2:5=4:x$	②	$24:30=4:x$	③	$12:21=4:x$
④	$30:6=x:1$	⑤	$24:21=x:7$	⑥	$4:3=x:9$	⑦	$4:3=x:6$
⑧	$3:x=9:12$	⑨	$2:x=10:25$	⑩	$4:x=16:28$	⑪	$2:x=10:45$
⑫	$x:2=15:10$	⑬	$x:3=24:9$	⑭	$x:1=81:9$	⑮	$x:3=42:18$

相似な図形の線分の比を相似比といいます。
対応する線分の長さが分かっているものを基準にすると、相似比を求めることが出来ます。
小数は整数に直し、約分できるものは約分し、できるだけ簡単な整数の比で表します。

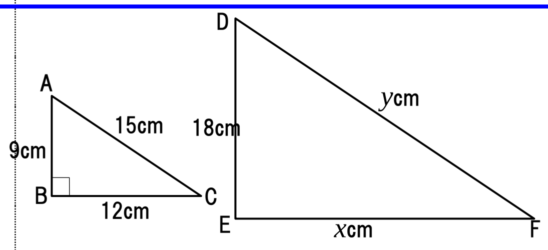
2 つの相似の図形を見て、あとの問いに答えましょう。(10 点×6 問＝60 点)

例



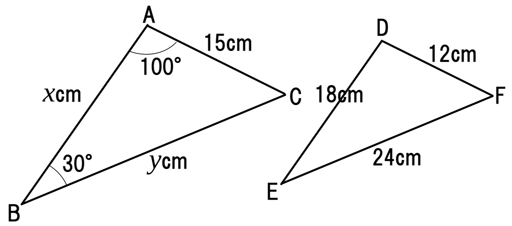
相似であることを記号で表しましょう。	△ABC∽△DEF
∠D の大きさを求めましょう。	80°
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	2：3
x の長さを求めましょう。	18cm
y の長さを求めましょう。	15cm

①



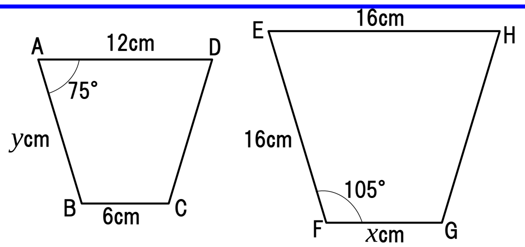
相似であることを記号で表しましょう。	
∠E の大きさを求めましょう。	
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

②



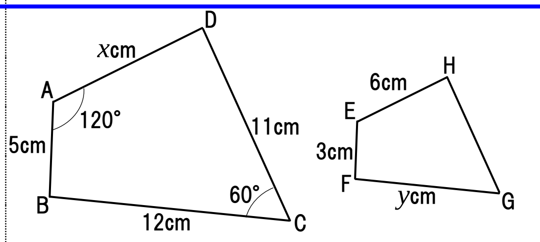
相似であることを記号で表しましょう。	
∠F の大きさを求めましょう。	
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

③



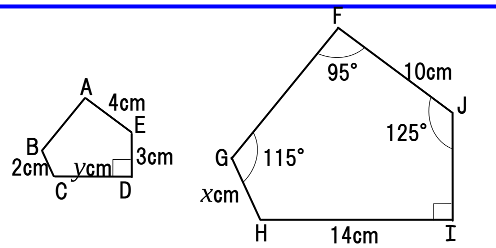
∠B の大きさを求めましょう。	
∠E の大きさを求めましょう。	
ABCD と EFGH の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

④



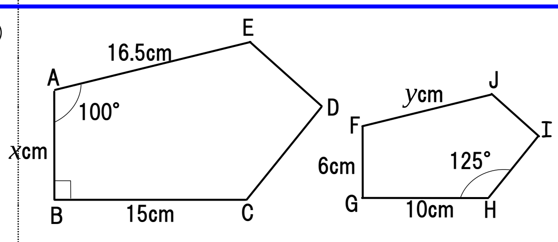
∠E の大きさを求めましょう。	
∠G の大きさを求めましょう。	
ABCD と EFGH の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

⑤



∠A の大きさを求めましょう。	
∠C の大きさを求めましょう。	
ABCDE と FGHIJ の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

⑥



∠F の大きさを求めましょう。	
∠G の大きさを求めましょう。	
ABCDE と FGHIJ の相似比を求めましょう。	
x の長さを求めましょう。	
y の長さを求めましょう。	

5章	2 相似の証明	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

三角形の相似条件は3つあります。

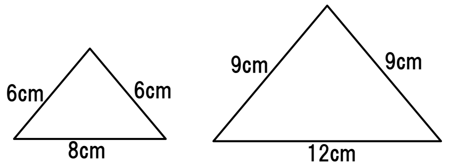
① 3組の辺の比が全て等しい。

② 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

③ 2組の角がそれぞれ等しい。

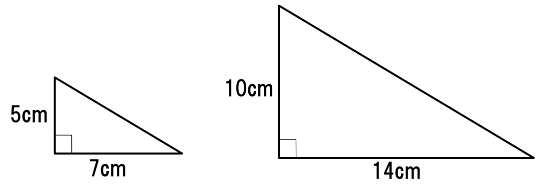
次の2つの三角形の相似条件を書きましょう。(5点×5問=25点)

例

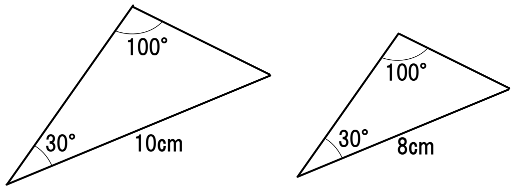


3組の辺の比が全て等しい。

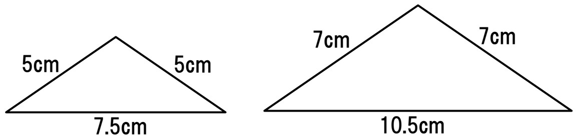
①



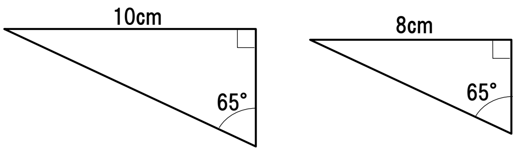
②



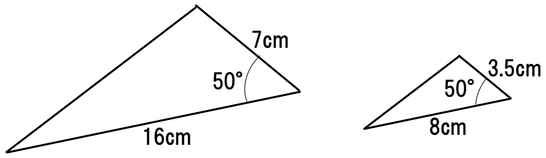
③



④



⑤



向きが違っても、相似な組を見分けられるようにしましょう。

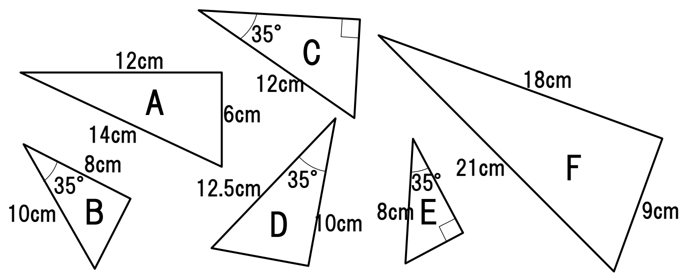
等しい角の数から、相似条件を見分けられる場合が多いです。

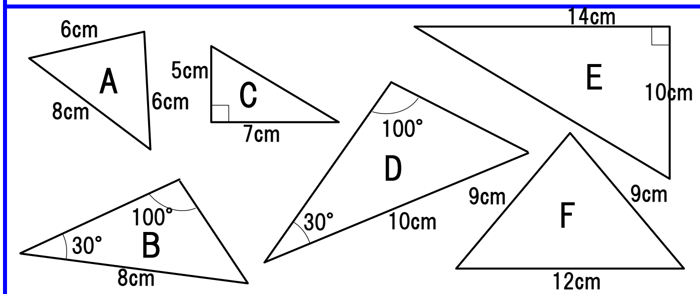
等しい角が0個 … 3組の辺の比が全て等しい。

等しい角が1個 … 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

等しい角が2個 … 2組の角がそれぞれ等しい。

下の図の三角形を、相似な三角形の組に分け、その相似条件を書きましょう。(5点×5問=25点)



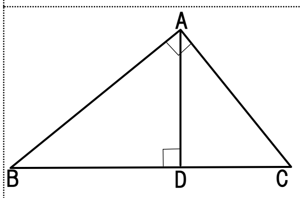


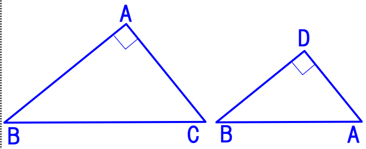
例	A と F 3組の辺の比が全て等しい。
①	
②	
③	
④	
⑤	

相似の図形を同じ向きに並べると、証明がしやすくなります。
相似の証明
① 相似の図形を同じ向きに並べてかく。(大きさは正確でなくてもいいです。)
② 仮定や図形から、比や角が等しいものを見つける。
③ 相似条件を書いて、証明する。

相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(10 点×5 問=50 点)

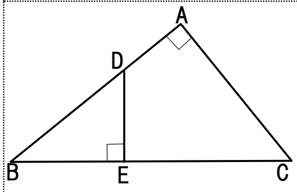
例 ∠A=90°の直角三角形 ABC で、点 D は点 A から辺 BC にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABC∽△DBA であることを証明しましょう。



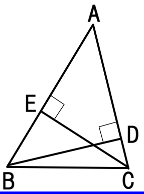


∠A=90°、AD⊥BC より、∠BAC=∠BDA …①
共通な角なので、∠ABC=∠DBA …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABC∽△DBA

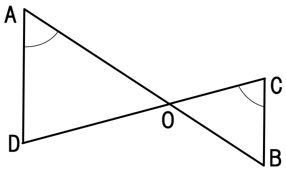
① ∠A=90°の直角三角形 ABC で、点 E は点 D から辺 BC にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABC∽△EBD であることを証明しましょう。



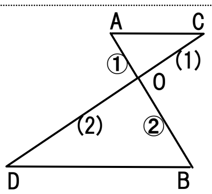
② 点 D は点 B から辺 AC にひいた垂線の交点、点 E は点 C から辺 AB にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABD∽△ACE であることを証明しましょう。



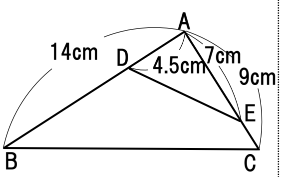
③ AB と CD が点 O で交わっていて、∠OAD=∠OCB である。
このとき、△AOD∽△COB であることを証明しましょう。



④ AB と CO が点 O で交わっていて、2AO=BO、2CO=DO である。
このとき、△AOC∽△BOD であることを証明しましょう。



⑤ AB=14cm、AC=9cm、AD=4.5cm、AE=7cm である。
このとき、△ABC∽△AED であることを証明しましょう。



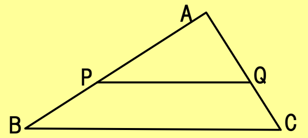
5章 3 平行線と線分の比

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

△ABC 上の辺 PQ と BC が平行ならば、次のことが成り立ちます。

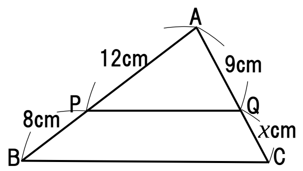
① AP：PB＝AQ：QC

② AP：AB＝AQ：AC＝PQ：BC



次の図で、PQ//BC のとき、x の値を求めましょう。(4 点×10 問＝40 点)

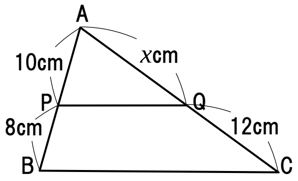
例



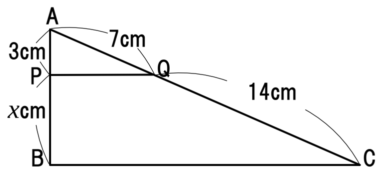
12：8＝9：x

12x＝72　x＝6cm

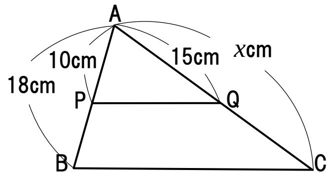
①



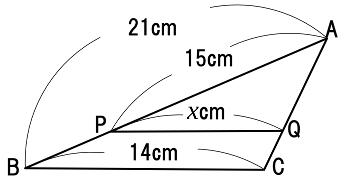
②



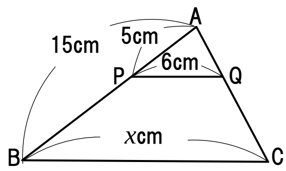
③



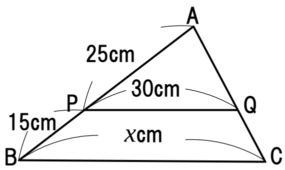
④



⑤



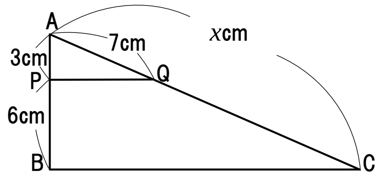
例



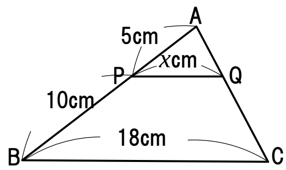
25：(25＋15)＝30：x

25x＝1200　x＝48cm

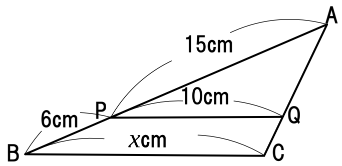
⑥



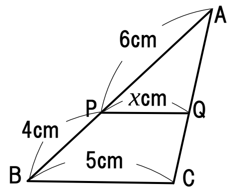
⑦



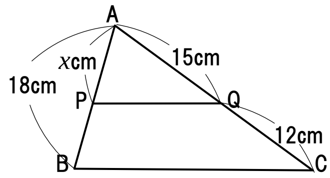
⑧



⑨



⑩

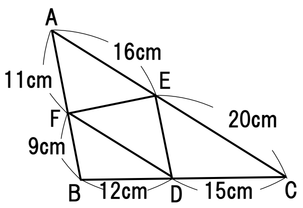


△ABC 上の辺の比が等しければ、次のことが成り立ちます。

AP：PB＝AQ：QC ならば PQ//BC　　AP：AB＝AQ：AC ならば PQ//BC

次の図で、平行になっている線分はどれですか？ (5 点×2 問＝10 点)

例



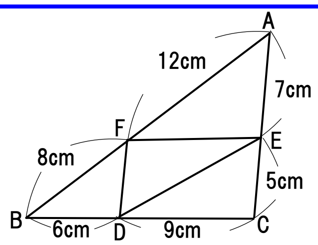
AF：FB＝11：9

CE：EA＝20：16＝5：4

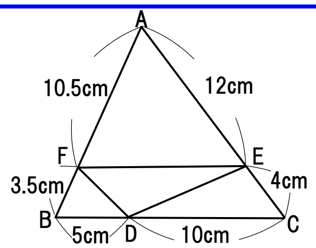
CD：DB＝15：12＝5：4

CE：EA＝CD：DB より AB// ED

①



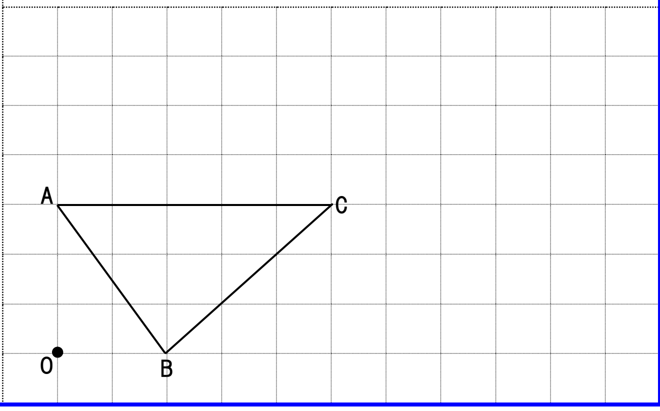
②



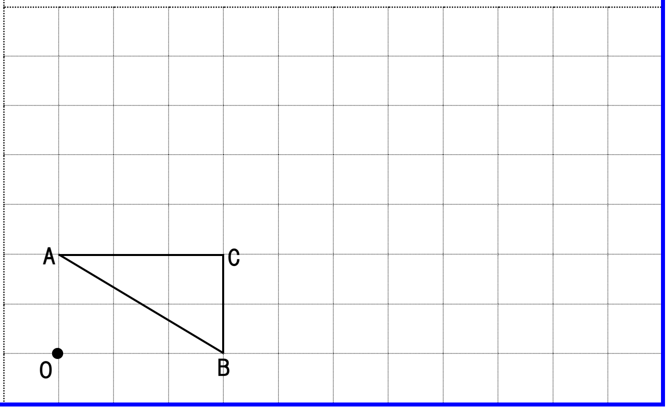
△ABC 上にない点 O から点 A、B、C を通る直線をひくと、拡大図をかくことが出来ます。
2 倍の拡大図の場合、OA'＝2OA、OB'＝2OB、OC'＝2OC となるように、点 A'、B'、C'をとります。
点 A'、B'、C'を結んで、△A'B'C'をかきます。

次の図で、点 O から△ABC の各頂点を通る直線をひき、拡大図をかきましょう。(5 点×2 問＝10 点)

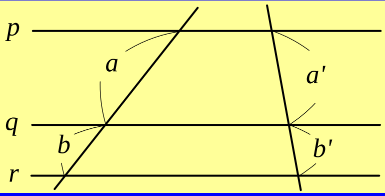
① △ABC の 2 倍の拡大図△A'B'C'



② △ABC の 3 倍の拡大図△A'B'C'

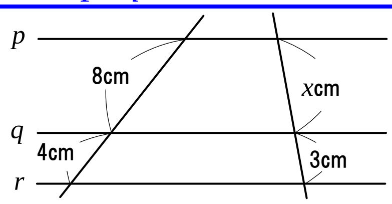


3 つの平行な直線 p、q、r に、2 つの直線が交わるとき、
次のことが成り立ちます。
① $a : b = a' : b'$
② $a : a' = b : b'$



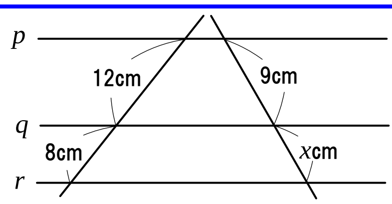
次の図で、$p//q//r$ のとき、x の値を求めましょう。(4 点×10 問＝40 点)

例

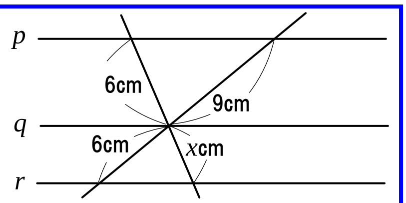


$8 : 4 = x : 3$
$4x = 24$　　$x = 6$cm

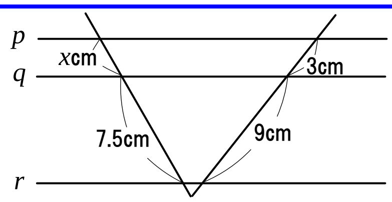
①



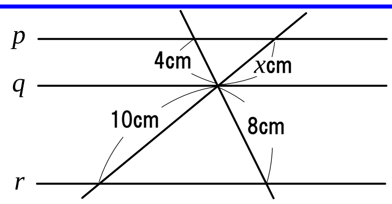
②



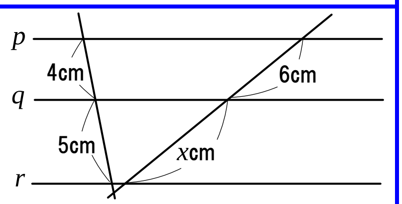
③



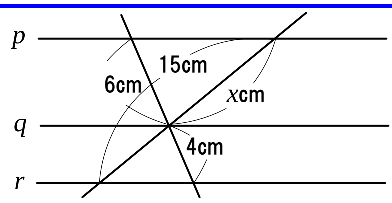
④



⑤

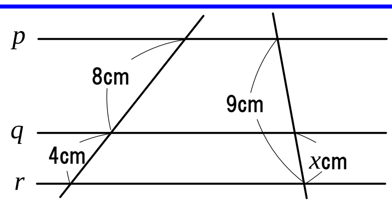


例

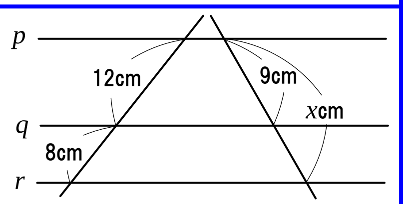


$6 : (6+4) = x : 15$
$10x = 90$　　$x = 9$cm

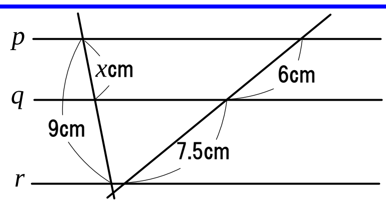
⑥



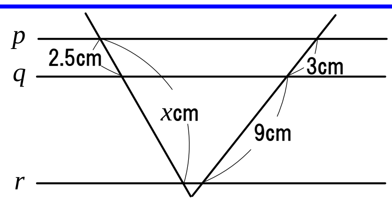
⑦



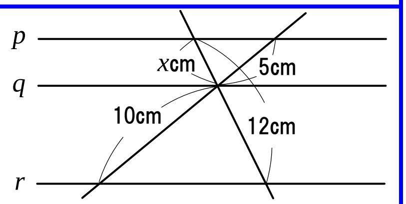
⑧



⑨



⑩

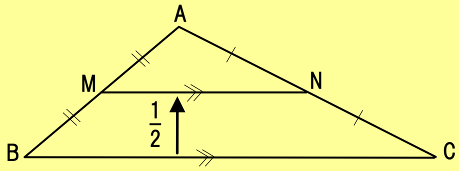


5章 4 中点連結定理

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

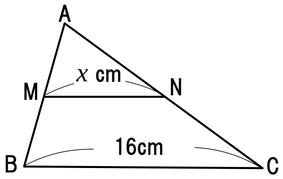
△ABC の辺 AB の中点を M、辺 AC の中点を N とすると、
次のことが成り立ちます。

MN//BC、MN=$\frac{1}{2}$BC　これを**中点連結定理**といいます。



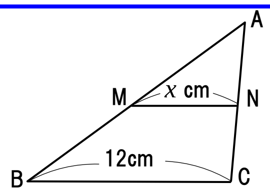
点 M が AB の中点、点 N が AC の中点のとき、x の値を求めましょう。(4点×5問=20点)

例

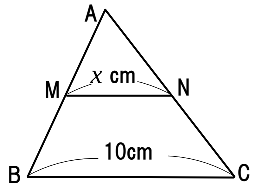


x=8cm

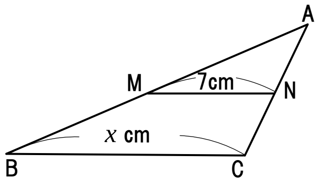
①



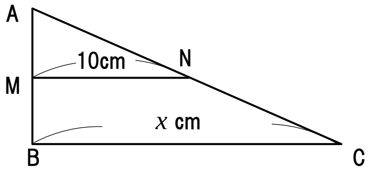
②



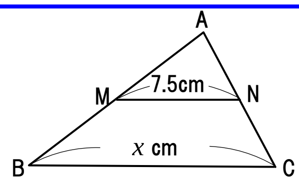
③



④

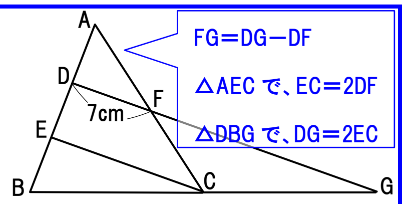


⑤



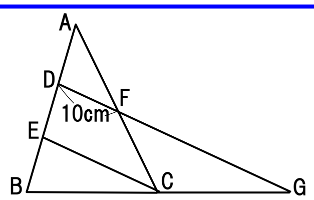
点 D、E が AB を3等分する点、点 F が AC の中点のとき、FG の長さを求めましょう。(4点×5問=20点)

例

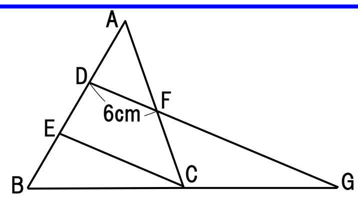


2EC(28cm)−DF(7cm)=21cm

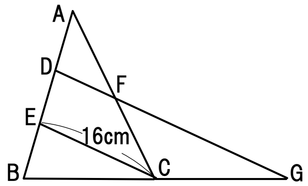
①



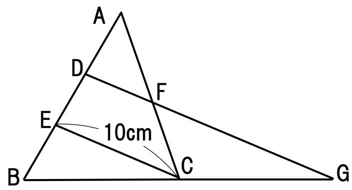
②



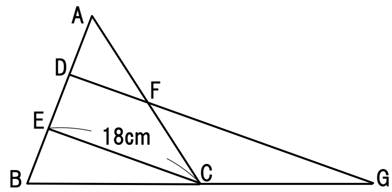
③



④



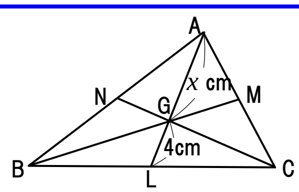
⑤



△ABC の3辺の中点を L、M、N とするとき、次のことが成り立ちます。
3つの中線 AL、BM、CN が交わる点 G を**重心**といい、AG：GL=BG：GM=CG：GN=2：1である。

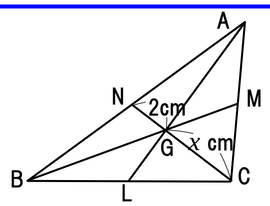
G が△ABC の重心であるとき、x の値を求めましょう。(4点×5問=20点)

例

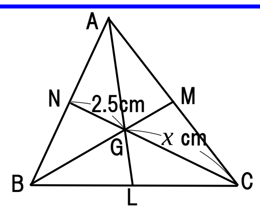


x=8cm

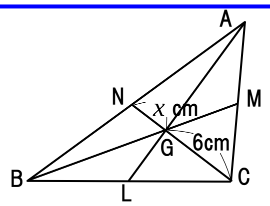
①



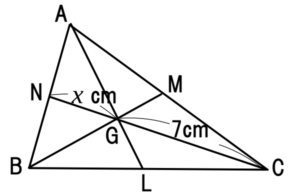
②



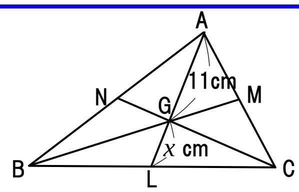
③



④



⑤

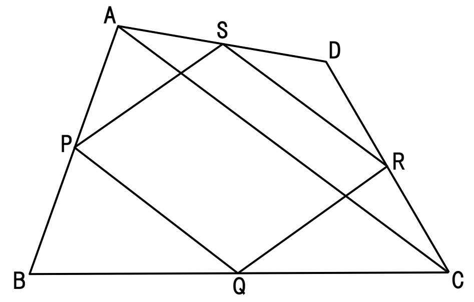


中点連結定理を利用して、証明をすることが出来ます。
四角形の対角線を１辺とする三角形から、中点連結定理を使って、証明を進めます。

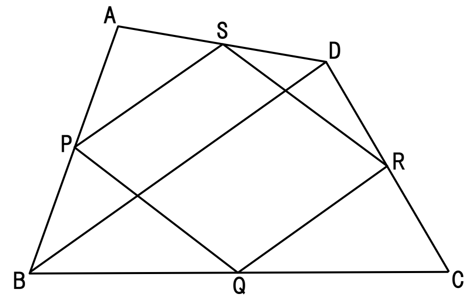
四角形 ABCD について、次のことを証明しましょう。(10 点×4 問＝40 点)

例　4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。

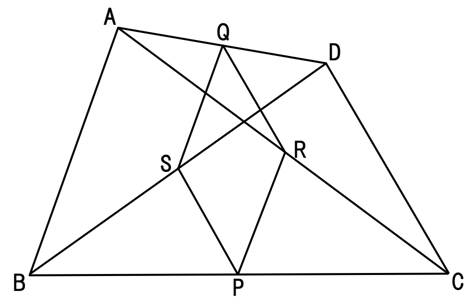
△ABC で、中点連結定理より、AC// PQ で AC＝2PQ…①
△ADC で、中点連結定理より、AC// SR で AC＝2SR…②
①②より、PQ// SR で PQ＝SR…③
よって、１組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PQRS は平行四辺形になる。



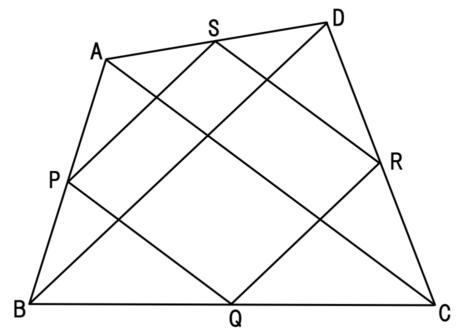
①　4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。



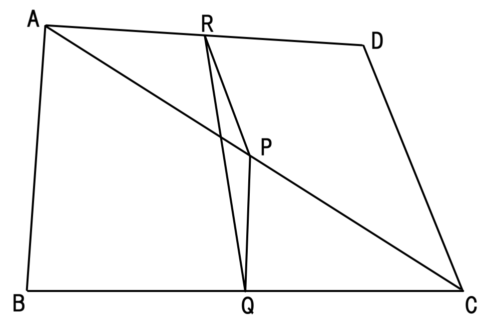
②　BC、AD、AC、BD の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PRQS は平行四辺形になる。



③　対角線 AC＝BD のとき、4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS はひし形になる。



④　AB＝CD のとき、AC、BC、DA の中点を P、Q、R とすると、△PQR は二等辺三角形になる。



5章 5 相似の利用(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

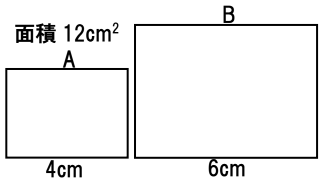
相似比が $a:b$ の図形は、面積の比は $a^2:b^2$、体積の比は $a^3:b^3$ になります。

図形 A と図形 B が相似であるとき、図形 B の面積と体積を求めましょう。(6 点×5 問＝30 点)

	問題	B の面積	B の体積
例	A：B＝2：3、A の面積 $12cm^2$、A の体積 $24\ cm^3$	$2^2:3^2=12:B$ $4:9=12:B$ $B=27cm^2$	$2^3:3^3=24:B$ $8:27=24:B$ $B=81cm^3$
①	A：B＝1：2、A の面積 $10cm^2$、A の体積 $30\ cm^3$		
②	A：B＝1：3、A の面積 $6cm^2$、A の体積 $18cm^3$		
③	A：B＝2：5、A の面積 $8cm^2$、A の体積 $16cm^3$		
④	A：B＝3：4、A の面積 $36cm^2$、A の体積 $54cm^3$		
⑤	A：B＝4：5、A の面積 $80cm^2$、A の体積 $320cm^3$		

図形 A と図形 B が相似であるとき、図形 B の面積を求めましょう。(5 点×3 問＝15 点)

例



B の面積

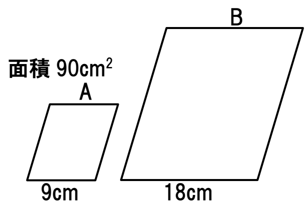
相似比…4：6＝2：3

$2^2:3^2=12:B$

$4:9=12:B$

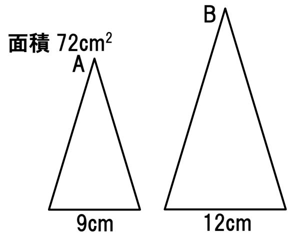
$B=27cm^2$

①



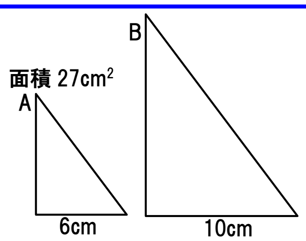
B の面積

②



B の面積

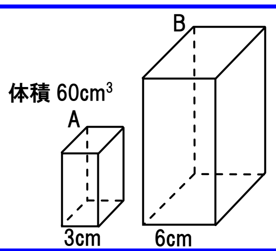
③



B の面積

図形 A と図形 B が相似であるとき、図形 B の体積を求めましょう。(5 点×3 問＝15 点)

例



B の体積

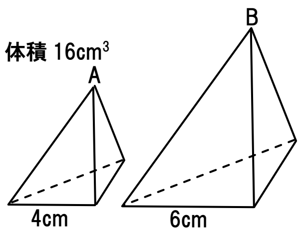
相似比…3：6＝1：2

$1^3:2^3=60:B$

$1:8=60:B$

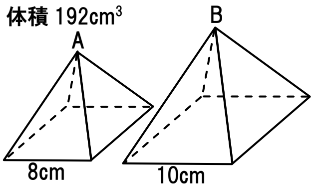
$B=480cm^3$

①



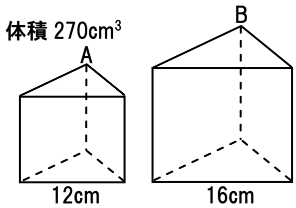
B の体積

②



B の体積

③



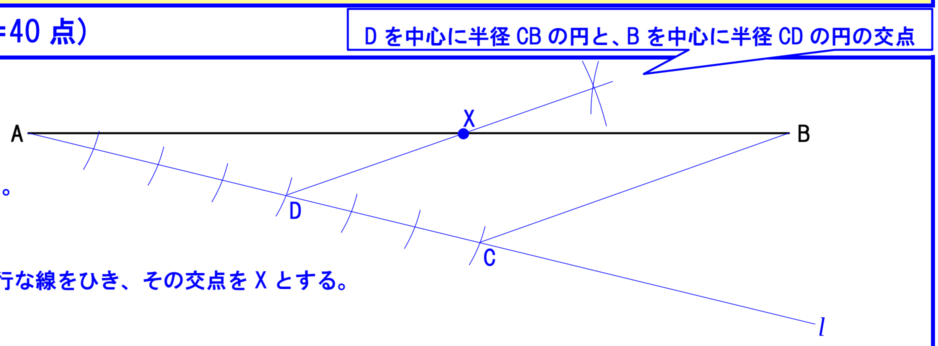
B の体積

平行線と線分の比を利用して、線分を分けることが出来ます。
線分 AB を 2：3 に分ける点 X の作図
① 点 A を通る直線 l をひく。
② コンパスを使って、直線 l 上に点 A から等間隔に 5 つの点をとる。(2：3 なので 2＋3＝5)
③ 5 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。
④ 2 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。

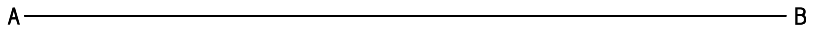
次の作図をしましょう。(8 点×5 問＝40 点)

例 線分 AB を 4：3 に分ける点 X

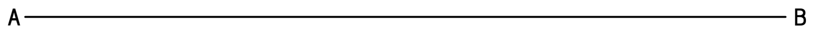
① 点 A を通る直線 l をひく。
② l 上に点 A から等間隔に 7 つの点をとる。
③ 7 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。
④ 4 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



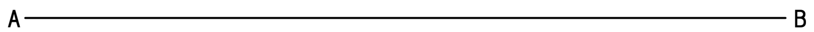
① 線分 AB を 7：2 に分ける点 X



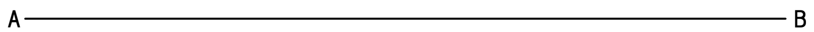
② 線分 AB を 5：3 に分ける点 X



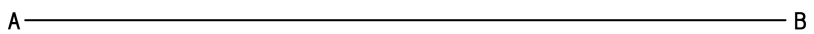
③ 線分 AB を 4：7 に分ける点 X



④ 線分 AB を 7：3 に分ける点 X



⑤ 線分 AB を 6：5 に分ける点 X



<table>
<tr><td rowspan="2">5章</td><td rowspan="2">6　相似の利用(2)</td><td>制限時間</td><td>開始時間</td><td>終了時間</td><td>合格点</td></tr>
<tr><td>30分</td><td>□時□分</td><td>□時□分</td><td>80点</td></tr>
</table>

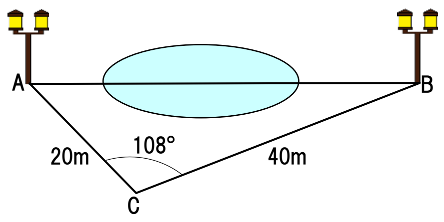
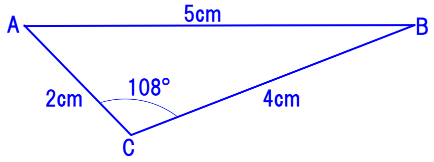
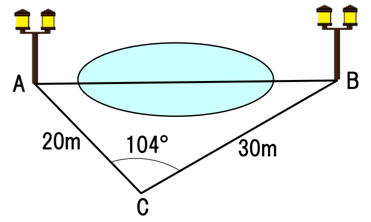
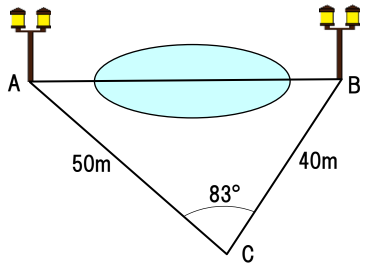
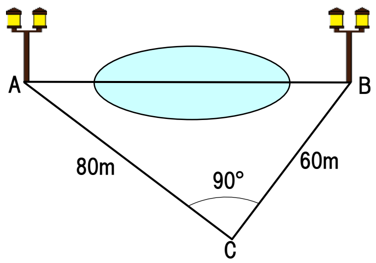
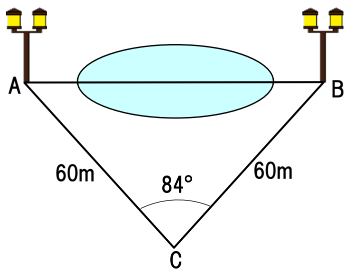
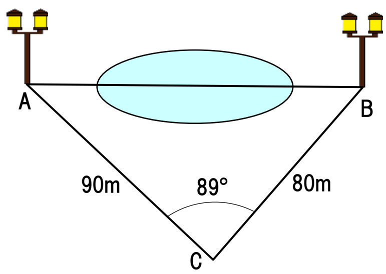
池などが邪魔で、距離を計測出来ない場合、相似を利用します。

①　距離の両端をA、Bとし、A、Bを見ることが出来る地点をCとする。

②　ACの距離、BCの距離、∠ACBの角度を計測する。

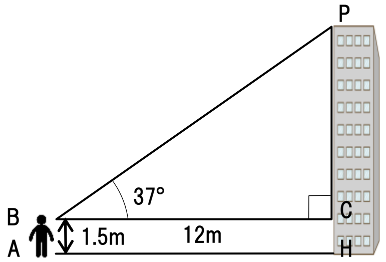
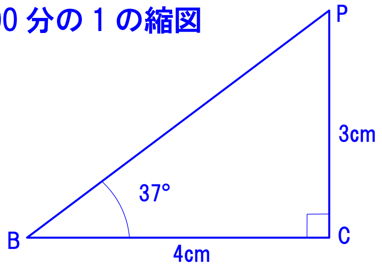
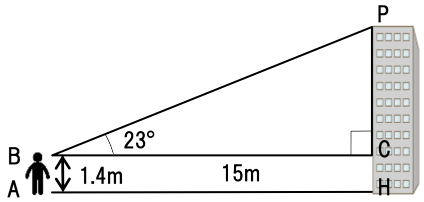
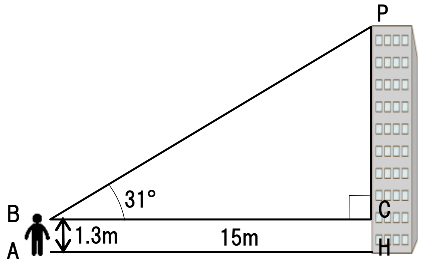
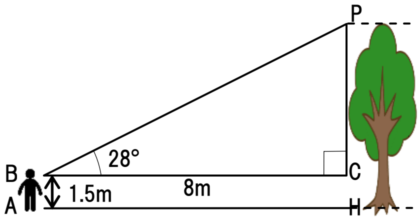
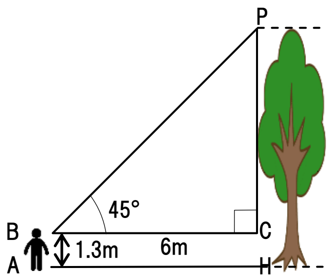
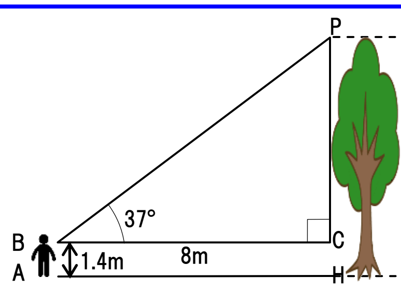
③　縮図を紙にかき、紙の上でABの長さを測り、元の比に戻す。(縮小率は紙に合わせて変えます。)

縮図をかいて、池をはさんだ2地点A、Bの距離を求めましょう。(10点×5問=50点)

<table>
<tr><td>例</td><td>
</td><td>1000分の1の縮図

</td><td>1000分の1の縮図でABは5cm
5cm×1000=50m</td></tr>
<tr><td>①</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>②</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>③</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>④</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>⑤</td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
</table>

建物や木の高さも、相似を利用して求めることが出来ます。
① 建物を見ることが出来る地点を A、目線の高さを B とする。
② 建物の 0m の地点を H、目線と同じ高さを C、頂点を P とする。
③ BA の距離、BC の距離、∠PBC の角度を計測する。
④ 縮図を紙にかき、紙の上での PC の長さを測り、元の比に戻す。
⑤ PC に BA の長さをたすと、建物の高さを求めることが出来る。

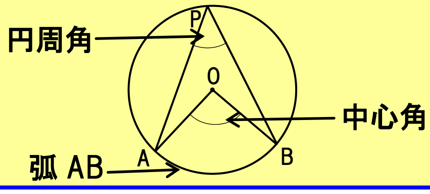
縮図をかいて、建物や木の高さを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例		300 分の 1 の縮図	300 分の 1 の縮図で PC は 3cm 3cm×300=9m 9m+1.5m=10.5m
①			
②			
③			
④			
⑤			

6章 1 円周角の定理(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

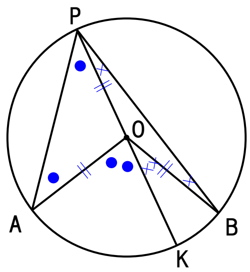
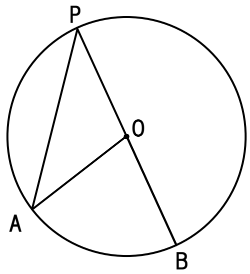
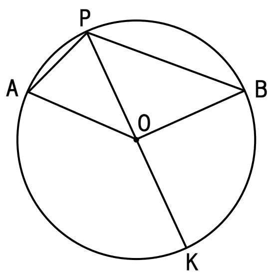
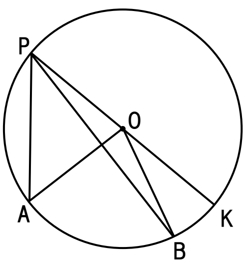
円周上の A から B を**弧 AB** といい、$\overset{\frown}{AB}$と表します。
∠APB を$\overset{\frown}{AB}$に対する**円周角**といいます。
∠AOB を$\overset{\frown}{AB}$に対する**中心角**といいます。
円周角は中心角の半分の大きさです。



次の(　　　)にあてはまる言葉や記号を書きましょう。(2 点×5 問＝10 点)

①	円周上の A から B を(　　　　　)といいます。
②	弧 AB は、記号で(　　　　　)と表します。
③	弧 AB と円周上の点 P からなる∠APB を、弧 AB に対する(　　　　　)といいます。
④	弧 AB と中心の点 O からなる∠AOB を、弧 AB に対する(　　　　　)といいます。
⑤	円周角は中心角の(　　　　　)の大きさです。

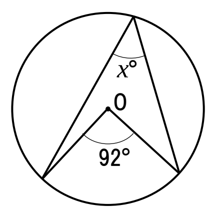
∠AOB＝2∠APB であることを証明するのに、(　　)に合う言葉を書きましょう。(10 点×3 問＝30 点)

例		半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。 よって、∠OPA＝∠(OAP) …①、∠OPB＝∠(OBP) …② 三角形の内角・外角の性質と①②より、 ∠AOK＝∠OPA＋∠(OAP)＝2∠OPA …③ ∠BOK＝∠OPB＋∠(OBP)＝2∠OPB …④ ③④より、∠AOB＝∠AOK＋∠BOK＝2(∠OPA＋∠OPB)＝2∠(APB) したがって、∠AOB＝2∠APB である。
①		半径の長さは等しいので、△OPA は(　　　　　)である。 よって、∠OPA＝∠(　　　　　) 三角形の内角・外角の性質より、 ∠AOB＝∠OPA＋∠(　　　　　)＝2∠OPA＝2∠APB したがって、∠AOB＝2∠APB である。
②		半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。 よって、∠OPA＝∠(　　　　　) …①、∠OPB＝∠(　　　　　) …② 三角形の内角・外角の性質と①②より、 ∠AOK＝∠(　　　　　)＋∠OAP＝2∠OPA …③ ∠BOK＝∠(　　　　　)＋∠OBP＝2∠OPB …④ ③④より、∠AOB＝∠AOK＋∠BOK＝2(∠OPA＋∠OPB)＝2∠(　　　　　) したがって、∠AOB＝2∠APB
③		半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。 よって、∠(　　　　　)＝∠OAP …①、∠(　　　　　)＝∠OBP …② 三角形の内角・外角の性質と①②より、 ∠AOK＝∠OPA＋∠(　　　　　)＝2∠OPA …③ ∠BOK＝∠OPB＋∠(　　　　　)＝2∠OPB …④ ③④より、∠AOB＝∠AOK－∠(　　　　　)＝2(∠OPA－∠OPB)＝2∠(　　　　　) したがって、∠AOB＝2∠APB

円周角の定理 …「同じ弧に対する円周角は等しい。」「円周角は中心角の半分である。」

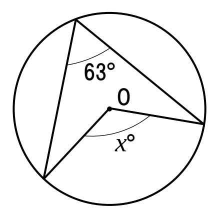
$\angle x$ の大きさを求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例



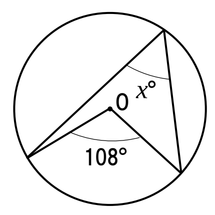
46 度

例

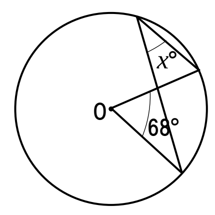


126 度

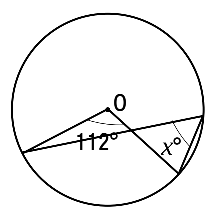
①



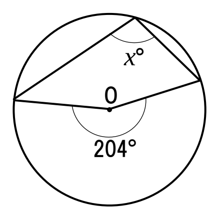
②



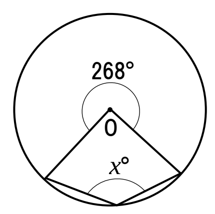
③



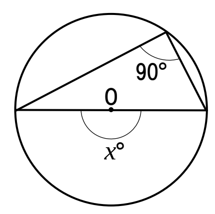
④



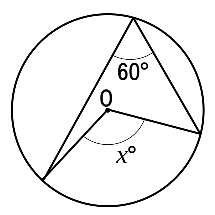
⑤



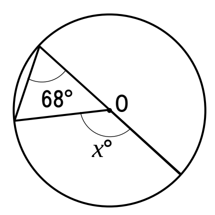
⑥



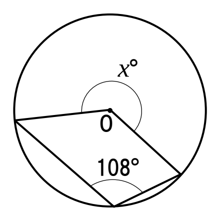
⑦



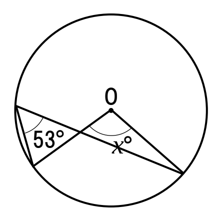
⑧



⑨



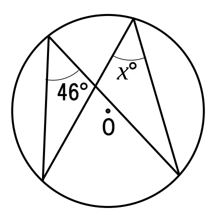
⑩



弧の長さが等しければ円周角が等しいです。
円周角が等しければ弧の長さが等しいです。

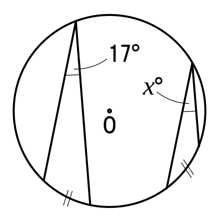
$\angle x$ の大きさを求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例



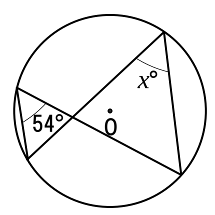
46 度

例

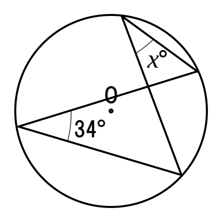


17 度

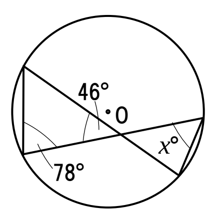
①



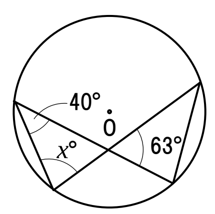
②



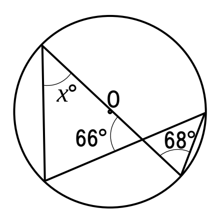
③



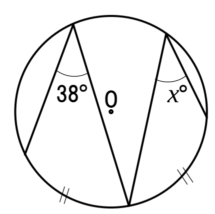
④



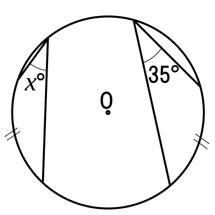
⑤



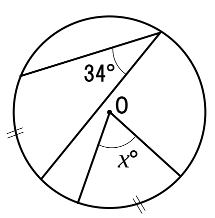
⑥



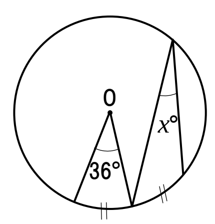
⑦



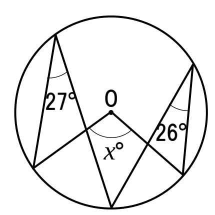
⑧



⑨



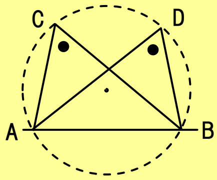
⑩

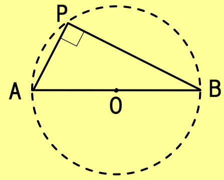


6章 2 円周角の定理(2)

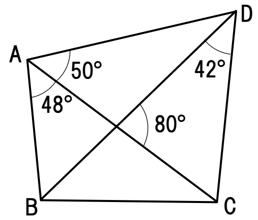
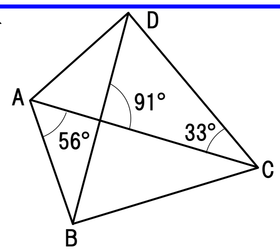
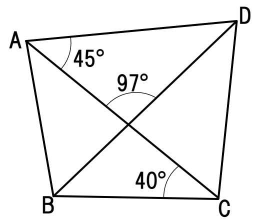
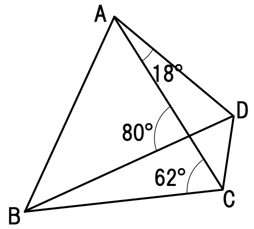
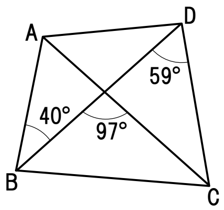
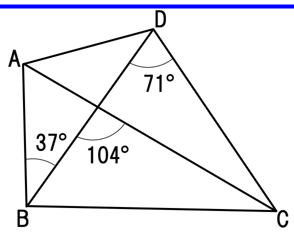
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

円周角の定理について、逆もいえます。
2点C、Dが直線ABについて同じ側にあるとき、
∠ACB＝∠ADBならば、A、B、C、Dは同じ円周上にあります。
∠APB＝90°のとき、点PはABを直径とする円周上にあります。

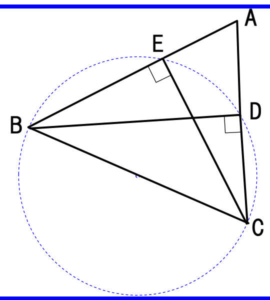
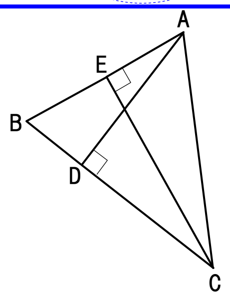
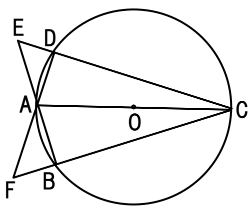
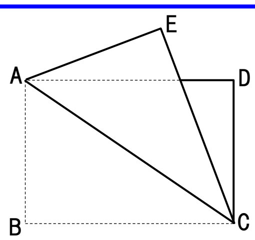




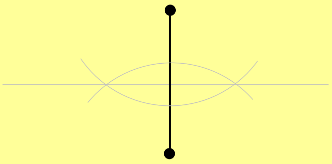
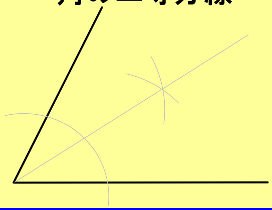
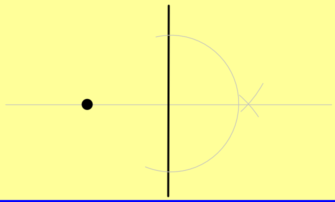
4点A、B、C、Dが同じ円周上にあるものを1つずつ選び、記号に○をしましょう。(8点×2問＝16点)

	ア	イ	ウ
①			
②			

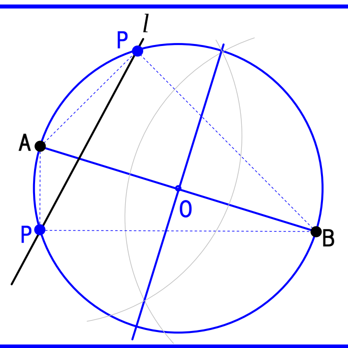
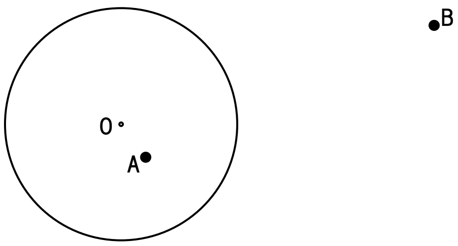
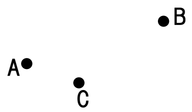
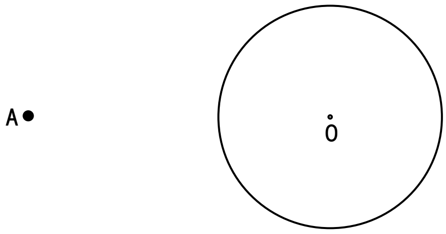
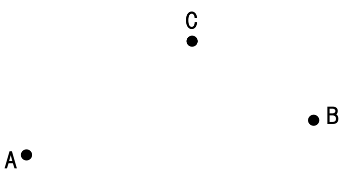
次のことを証明しましょう。(12点×3問＝36点)

例		△ABCの頂点B、Cから垂線BD、CEをひくとき、4点B、C、D、Eは同じ円周上にある。 BD、CEは垂線だから、∠BDC＝∠CEB＝90° また、2点D、Eは線分BCについて同じ側にある。 したがって、4点B、C、D、Eは同じ円周上にある。
①		△ABCの頂点A、Cから垂線AD、CEをひくとき、4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。
②		円OはACを直径とし、BAの延長とCDの延長の交点をE、DAの延長とCBの延長の交点をFとするとき、4点B、D、E、Fは同じ円周上にある。
③		長方形ABCDをACで折り、点Bが移った点をEとする。 このとき4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。

円の性質を利用して、いろいろな作図をすることが出来ます。
まずは、基本の作図を思い出しましょう。

垂直二等分線	角の二等分線	垂線
		

指示に従って作図を完成しましょう。(12 点×4 問=48 点)

例		∠APB=90°となる直線 *l* 上の点 P 【作図の手順】 ① 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB との交点を O とする。 ② 点 O を中心とする半径 OA の円をかく。 ③ 円と直線 *l* の交点を P とする。 AB は円 O の直径だから、∠APB=90°になる。
①		∠APB=90°となる円 O 上の点 P
②		AB⊥CP、∠APB=30°となる点 P
③		点 A を通る円 O の接線
④		AB⊥CP、∠APB=90°となる点 P

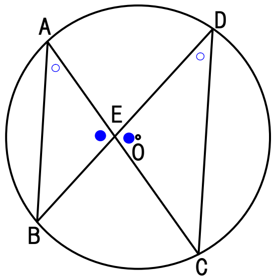
6章 3 円周角の定理(3)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

円周角の定理を利用して、三角形の相似を証明することが出来ます。
等しい角を2組見つけ、「2組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を使って証明をします。

次のことを証明しましょう。(8点×5問＝40点)

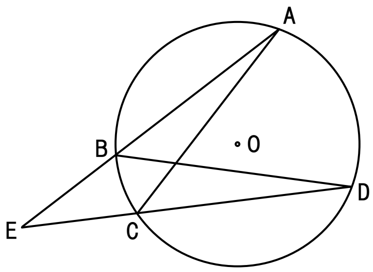
例



円Ｏ上にA、B、C、Dがあり、線分ACと線分BDの交点をEとする。
このとき、△ABE∽△DCEとなる。

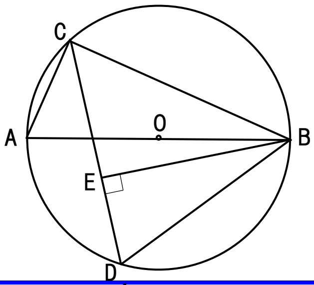
△ABEと△DCEで、
$\overset{\frown}{\mathrm{BC}}$に対する円周角なので、∠BAE＝∠CDE …①
対頂角なので、∠AEB＝∠DEC …②
①②より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ABE∽△DCE

①



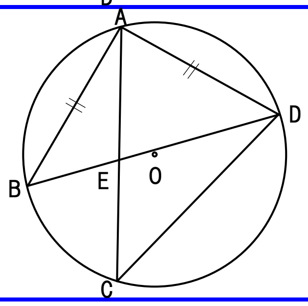
円Ｏ上にA、B、C、Dがあり、線分ABの延長と線分DCの延長の交点をEとすると、△AEC∽△DEBとなる。

②



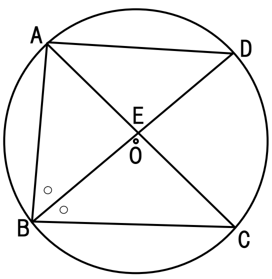
ABを直径とする円Ｏ上にC、Dがあり、点BからひいたHead垂線と線分CDの交点をEとする。このとき、△ABC∽△DBEとなる。

③



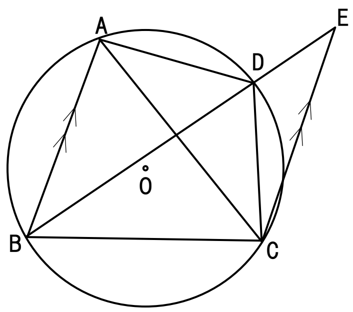
円Ｏ上にA、B、C、Dがあり、線分ACと線分BDの交点をEとする。
AB＝ADのとき、△ACD∽△ADEとなる。

④



∠ABCの二等分線と円Ｏの円周との交点をD、辺ACとの交点をEとする。
このとき、△ABD∽△EADとなる。

⑤



円Ｏ上にA、B、C、Dがあり、点Cを通り辺ABに平行な直線と線分BDの延長の交点をEとすると、△ACD∽△BECとなる。

円に内接する四角形の性質

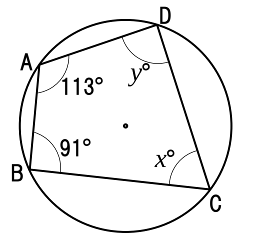
- 向かい合う内角の和は 180°になる。
- 1 つの内角は、向かい合う内角のとなりの外角に等しい。

弦と接線のつくる角の性質

- 弦と接線のつくる角は、その弧に対する円周角に等しい。

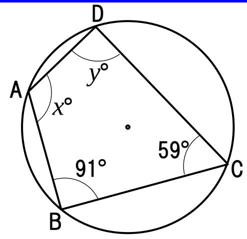
$\angle x$ と$\angle y$ の大きさを求めましょう。(4 点×9 問=36 点)

例

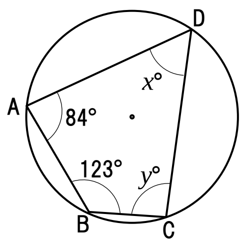


$\angle x=67°$　$\angle y=89°$

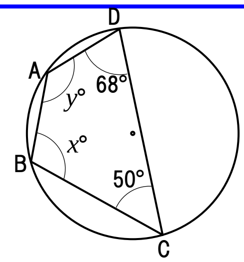
①



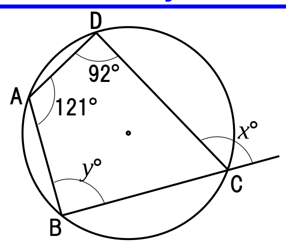
②



③

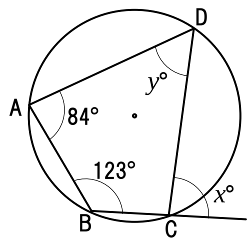


例

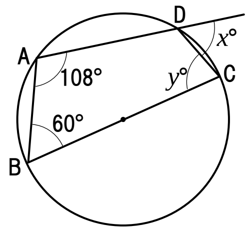


$\angle x=121°$　$\angle y=88°$

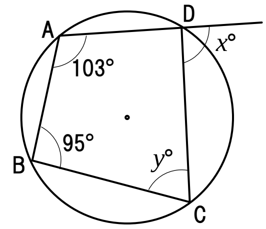
④



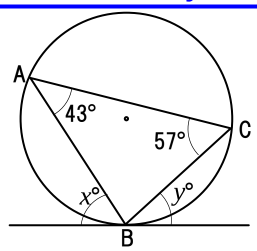
⑤



⑥

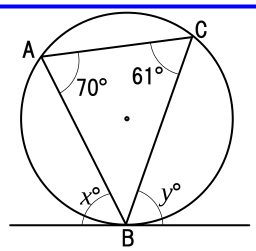


例

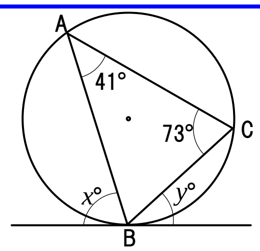


$\angle x=57°$　$\angle y=43°$

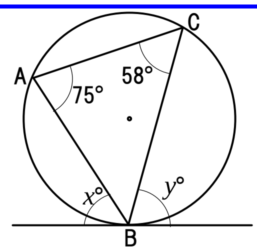
⑦



⑧



⑨

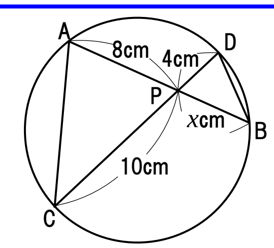


方べきの定理

- 円周上の 4 点 A、B、C、D において、AB と CD の交点を P とすると、PA×PB=PC×PD になる。

x の値を求めましょう。(4 点×6 問=24 点)

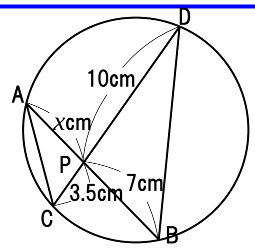
例



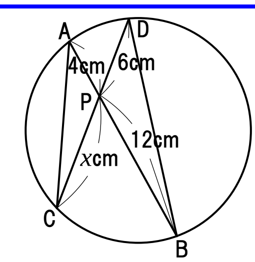
$8\times x=10\times 4$

$8x=40$　$x=5$cm

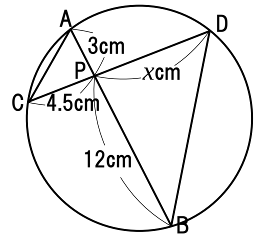
①



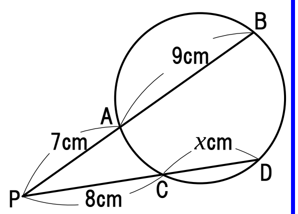
②



③



例

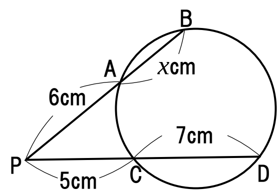


$8\times(8+x)=7\times 16$

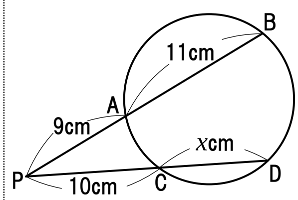
$64+8x=112$

$8x=48$　$x=6$cm

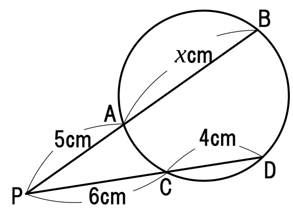
④



⑤



⑥

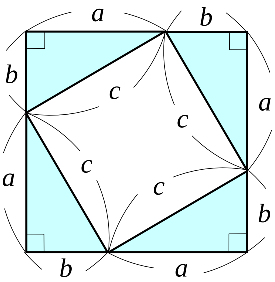


7章	1　三平方の定理(1)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30 分	■時■分	■時■分	80 点

直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、$a^2+b^2=c^2$ になります。
このことを**三平方の定理**といいます。

次の計算から、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しましょう。(8 点×5 問＝40 点)

例



1 辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4 つの直角三角形の面積

内側の正方形の面積は、c^2 …①

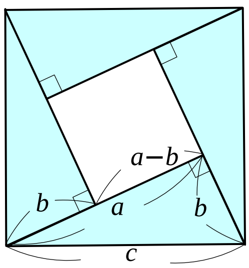
外側の正方形の面積は、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …②

4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③

内側の正方形の面積を②－③で表すと、$a^2+2ab+b^2-2ab=a^2+b^2$ …④

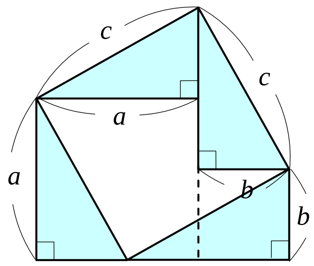
④＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

①



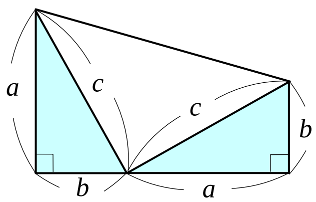
1 辺が c の正方形の面積＝内側の正方形の面積＋4 つの直角三角形の面積

②



1 辺が c の正方形の面積＝全体の面積－2 つの直角三角形の面積

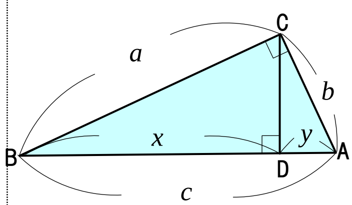
③



1 辺が c の正方形の面積＝(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2

④

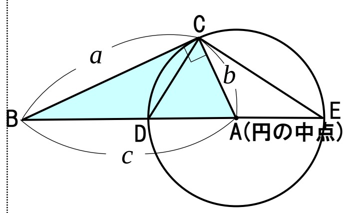
△ABC∽△CBD∽△ACD



AB：CB＝CB：DB と AB：AC＝AC：AD を計算し、両辺をそれぞれ足す。

⑤

△BCD∽△BEC

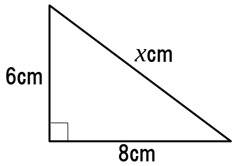


BC：BE＝BD：BC を計算する。

直角三角形の斜辺 c の長さは、三平方の定理を利用して、$c^2=a^2+b^2$ で求めます。
10 より大きい数の 2 乗　$11^2=121$、$12^2=144$、$13^2=169$、$14^2=196$、$15^2=225$、$16^2=256$、$17^2=289$

次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

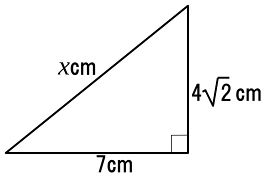
例



$x^2=6^2+8^2=100$

$x=\sqrt{100}=10$cm

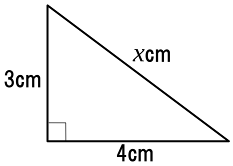
例



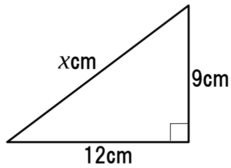
$x^2=(4\sqrt{2})^2+7^2=81$

$x=\sqrt{81}=9$cm

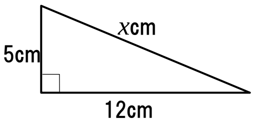
①



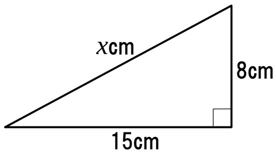
②



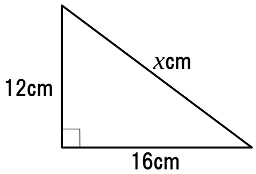
③



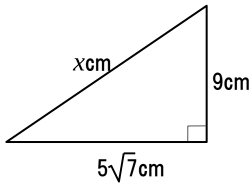
④



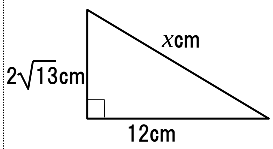
⑤



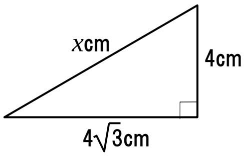
⑥



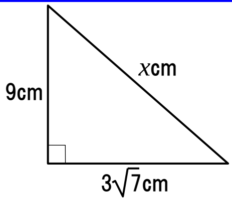
⑦



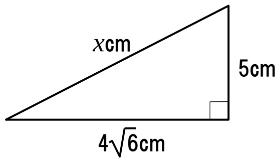
⑧



⑨



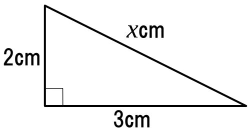
⑩



$c^2=a^2+b^2$ の答えが整数にならない場合は、√を使って表します。

次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

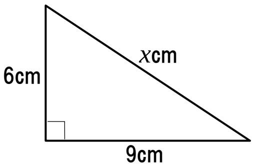
例



$x^2=2^2+3^2=13$

$x=\sqrt{13}$

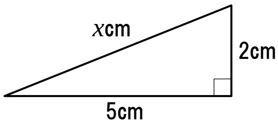
例



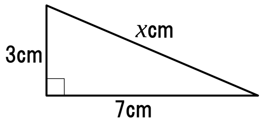
$x^2=6^2+9^2=117$

$x=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$cm

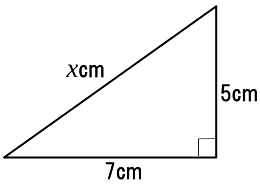
①



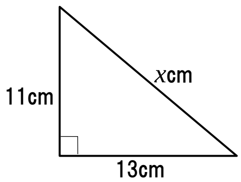
②



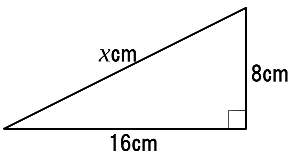
③



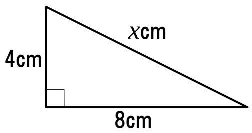
④



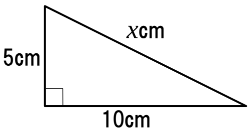
⑤



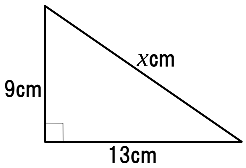
⑥



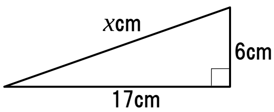
⑦



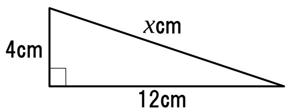
⑧



⑨



⑩

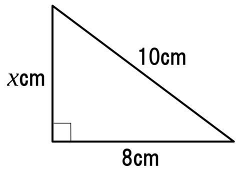
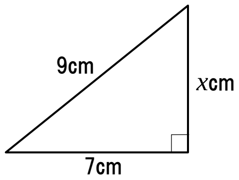
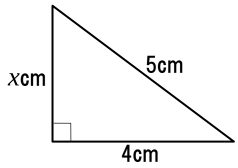
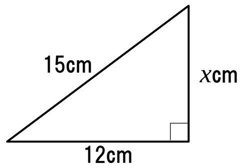
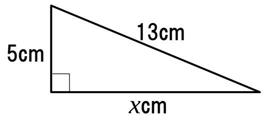
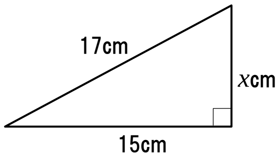
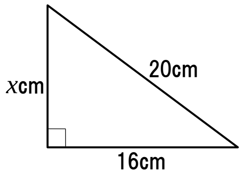
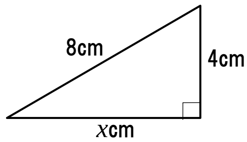
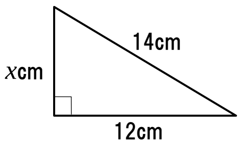
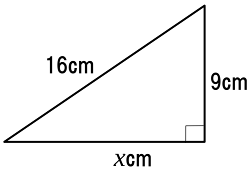
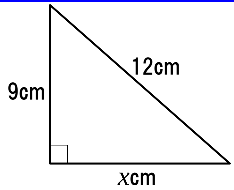
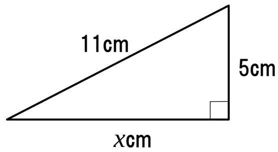


7章 2 三平方の定理(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

三平方の定理を利用して、直角三角形の斜辺以外の長さも、$a^2=c^2-b^2$ のように求めることが出来ます。

次の直角三角形で、x の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

例	 $x^2=10^2-8^2=36$ $x=\sqrt{36}=6$cm	例	 $x^2=9^2-7^2=32$ $x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm	①		②	
③		④		⑤		⑥	
⑦		⑧		⑨		⑩	

三平方の定理の逆で、$a^2+b^2=c^2$ ならば∠C=90° といえます。
斜辺以外の 2 辺の 2 乗の和と斜辺(1 番長い辺)の 2 乗が等しければ、直角三角形です。

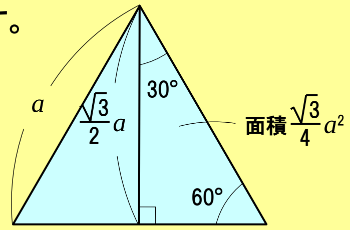
次の長さを 3 辺とする三角形が、直角三角形なら○、異なるなら×をかきましょう。(3 点×10 問=30 点)

例	5cm、12cm、13cm $5^2+12^2=25+144=169$ $13^2=169$ ○	例	$\sqrt{10}$cm、$4\sqrt{2}$cm、6cm $\sqrt{10}^2+(4\sqrt{2})^2=10+32=42$ $6^2=36$ ×	①	3cm、4cm、5cm
②	9cm、15cm、17cm	③	6cm、8cm、10cm	④	5cm、11cm、12cm
⑤	0.9cm、1.2cm、1.5cm	⑥	1.2cm、1.6cm、2cm	⑦	0.8cm、1.4cm、1.7cm
⑧	$\sqrt{3}$cm、$\sqrt{4}$cm、$\sqrt{7}$cm	⑨	$\sqrt{13}$cm、$\sqrt{17}$cm、$4\sqrt{2}$cm	⑩	$2\sqrt{3}$cm、$\sqrt{15}$cm、$3\sqrt{3}$cm

正三角形は全ての角が 60°です。正三角形の半分は、30°、60°、90°になります。

1 辺の長さが a の正三角形の高さ＝$\frac{\sqrt{3}}{2}a$

1 辺の長さがの正三角形の面積＝$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



次の正三角形の高さと面積を求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

	1 辺の長さ	高さ	面積		1 辺の長さ	高さ	面積
例	高さ 9cm	$9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{9\sqrt{3}}{2}$cm	$9^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{81\sqrt{3}}{4}$cm^2	例	高さ 12cm	$12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=6\sqrt{3}$cm	$12^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}a$ $=36\sqrt{3}$cm^2
①	高さ 5cm			②	高さ 8cm		
③	高さ 7cm			④	高さ 14cm		
⑤	高さ 3cm			⑥	高さ 10cm		
⑦	高さ 13cm			⑧	高さ 16cm		
⑨	高さ 15cm			⑩	高さ 4cm		

直角三角形の特徴を確認しましょう。

1 つの角が 90°の三角形を直角三角形といい、直角をはさまない辺を斜辺といいます。

直角三角形の辺を a、b、c(斜辺)とすると、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを、三平方の定理といいます。

次の問題に答えましょう。(2 点×5 問＝10 点)

例	1 つの角が 90°の三角形を何といいますか？	直角三角形	①	直角三角形で、直角をはさまない辺を何といいますか？	
②	直角三角形の辺を a、b、c とし、三平方の定理をかきましょう。		③	直角三角形を半分にすると、3 つの角は何度になりますか？	
④	1 辺の長さが $a$cm の正三角形の高さは何 cm ですか？		⑤	1 辺の長さが $a$cm の正三角形の面積は何 cm ですか？	

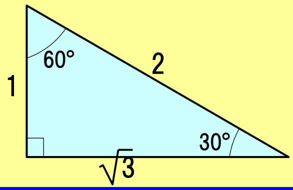
7章 3 図形への利用(1)

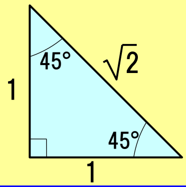
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

三角定規と同じ形の直角三角形は、3 辺の長さの比が決まっています。

角が 30°、60°、90°の直角三角形 → $1:2:\sqrt{3}$

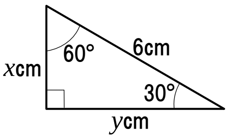
角が 45°、45°、90°の直角三角形 → $1:1:\sqrt{2}$





次の直角三角形で、x と y の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

例



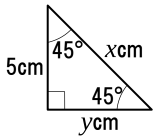
$x:6=1:2$

$x=3$cm

$y:6=\sqrt{3}:2$

$y=3\sqrt{3}$ cm

例



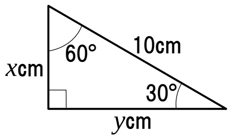
$x:5=\sqrt{2}:1$

$x=5\sqrt{2}$ cm

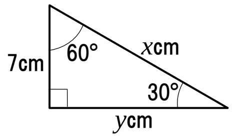
$y:5=1:1$

$y=5$cm

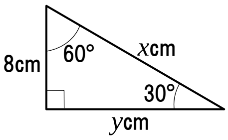
①



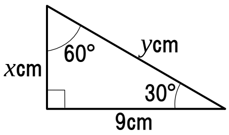
②



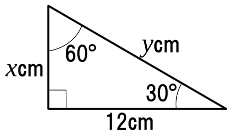
③



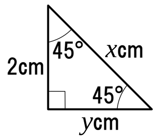
④



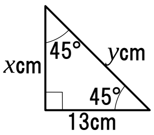
⑤



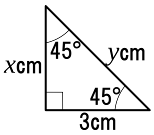
⑥



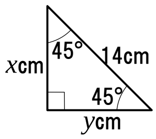
⑦



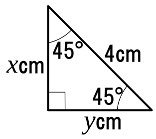
⑧



⑨



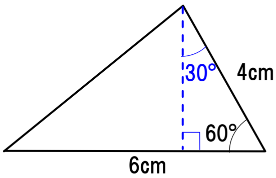
⑩



1 つの角が 30°か 45°か 60°なら、垂線をひいて、三角定規と同じ直角三角形に出来ます。

高さを h、面積を S として、次の三角形の面積を求めましょう。(4 点×5 問=20 点)

例



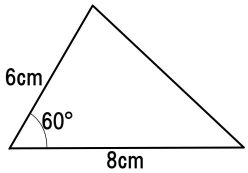
$h:4=\sqrt{3}:2$

$h=2\sqrt{3}$ cm

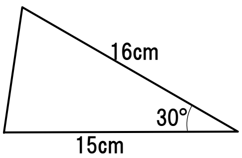
$S=6\times2\sqrt{3}\div2$

$S=6\sqrt{3}$ cm^2

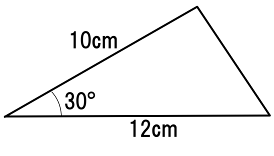
①



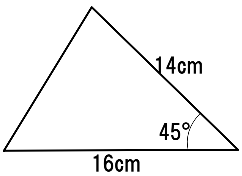
②



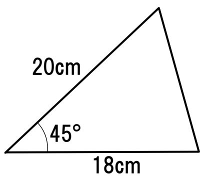
③



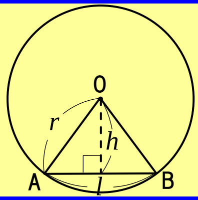
④



⑤

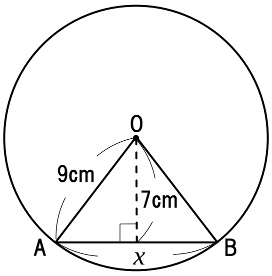


半径 r を 2 辺とする△OAB は二等辺三角形になります。
AB の長さを l、点 O からの垂線の長さを h とすると、次のことが成り立ちます。
$l=2\sqrt{r^2-h^2}$



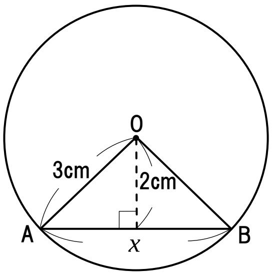
x の値を求めましょう。(5 点×10 問=50 点)

例

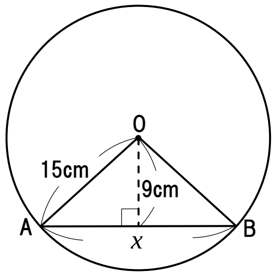


$x=2\times\sqrt{9^2-7^2}$
$x=2\times\sqrt{32}$
$x=8\sqrt{2}$

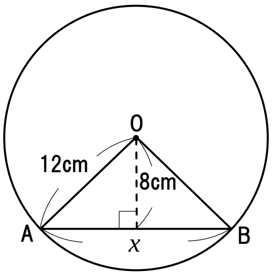
①



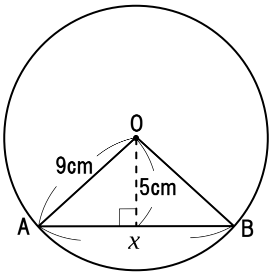
②



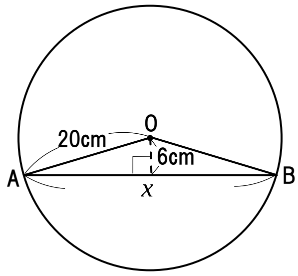
③



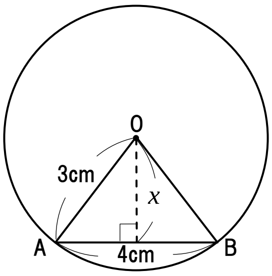
④



⑤

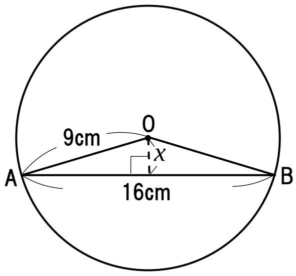


例

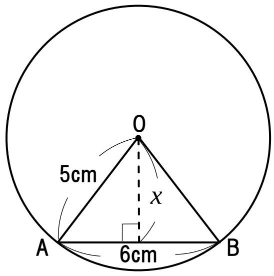


$4=2\times\sqrt{3^2-x^2}$
$2=\sqrt{3^2-x^2}$
$2^2=3^2-x^2$
$x^2=9-4=5$　　$x=\sqrt{5}$

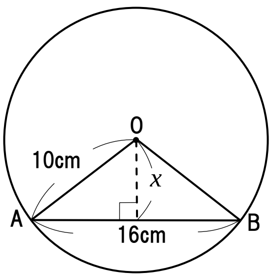
⑥



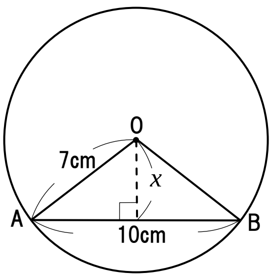
⑦



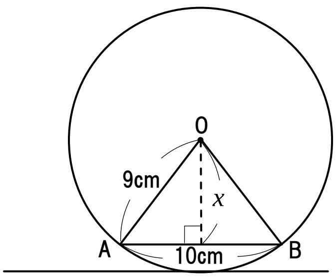
⑧



⑨



⑩



7章 4 図形への利用(2)

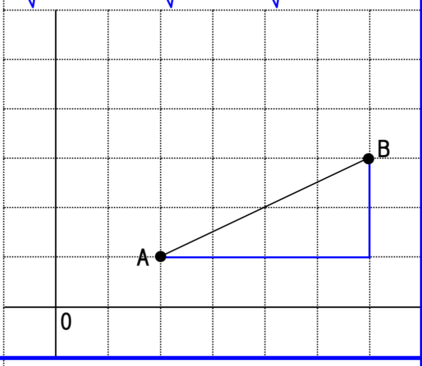
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

座標上の 2 点間を斜辺とする直角三角形をつくると、2 点間の距離を求めることが出来ます。
2 点間の距離は、三平方の定理を利用して、$\sqrt{(x\text{座標の差})^2+(y\text{座標の差})^2}$ で求めます。

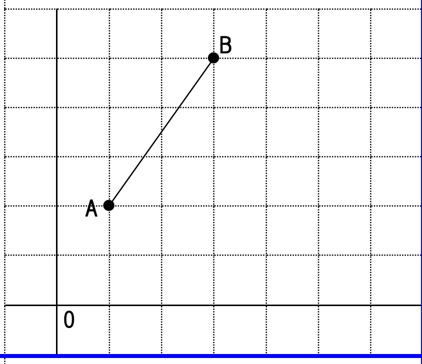
次の座標をもつ 2 点間の距離を求めましょう。(5 点×10 問=50 点)

例 A(2, 1)、B(6, 3)

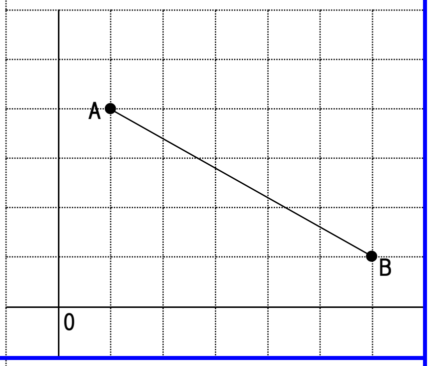
$\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



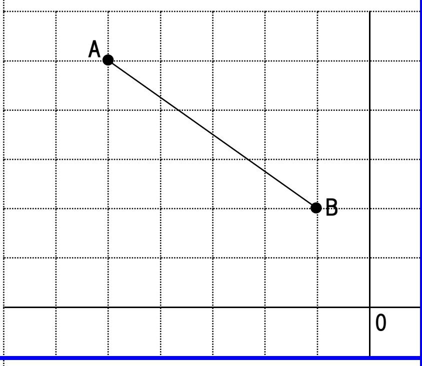
① A(1, 2)、B(3, 5)



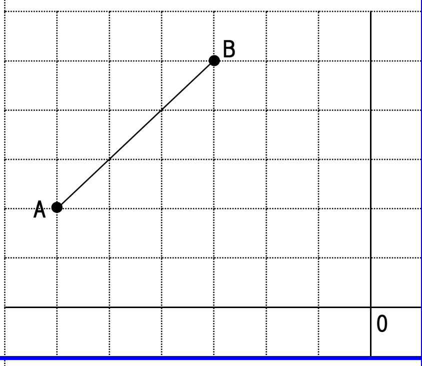
② A(1, 4)、B(6, 1)



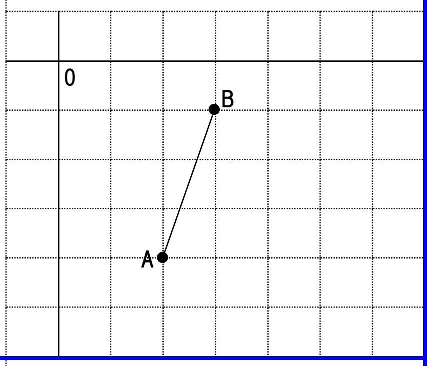
③ A(−5, 5)、B(−1, 2)



④ A(−6, 2)、B(−3, 5)

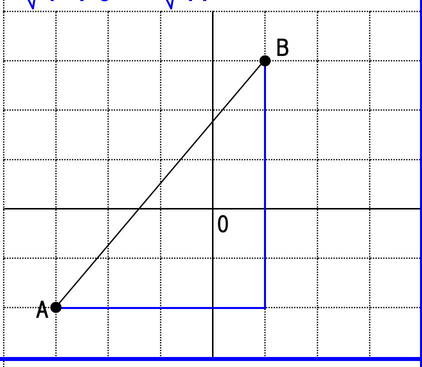


⑤ A(2, −4)、B(3, −1)

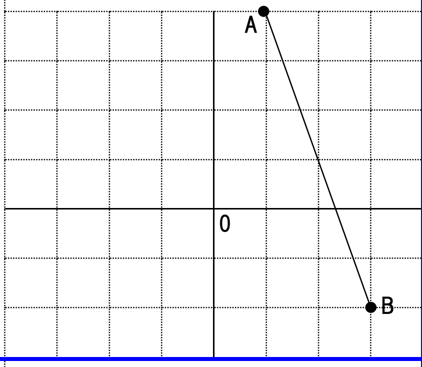


例 A(−3, −2)、B(1, 3)

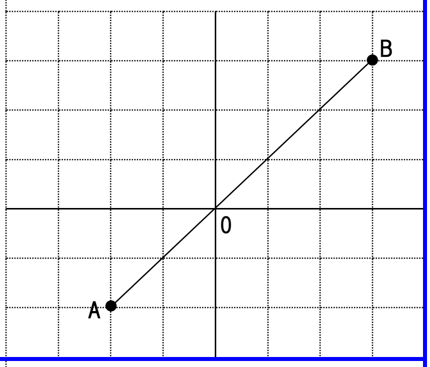
$\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$



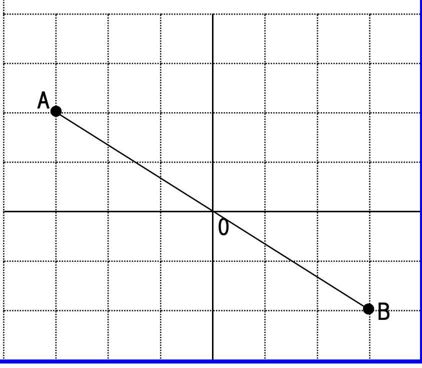
⑥ A(1, 4)、B(3, −2)



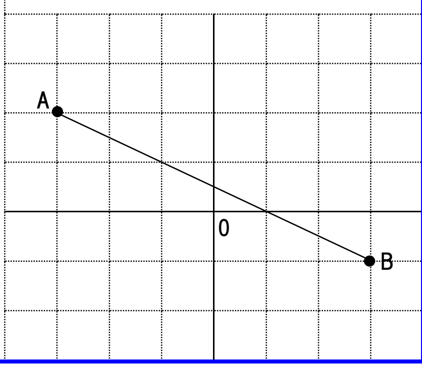
⑦ A(−2, −2)、B(3, 3)



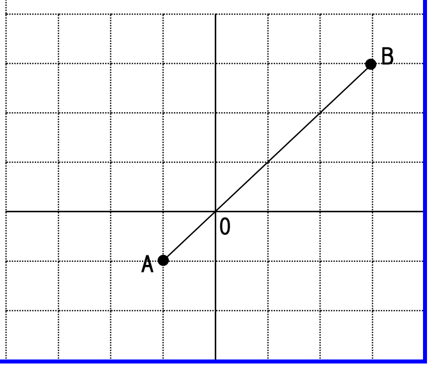
⑧ A(−3, 2)、B(3, −2)



⑨ A(−3, 2)、B(3, −1)



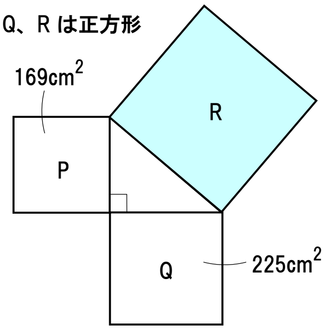
⑩ A(−1, −1)、B(3, 3)



直角三角形の各辺を１辺とする図形の面積をＰ、Ｑ、Ｒとすると、Ｐ＋Ｑ＝Ｒが成り立ちます。
これは、Ｐ、Ｑ、Ｒが正方形、正三角形、半円の場合に成り立ちます。

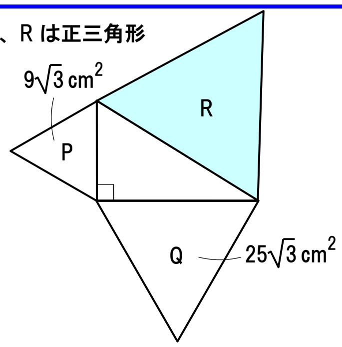
影をつけた部分の面積を求めましょう。(５点×10 問＝50 点)

例　Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形

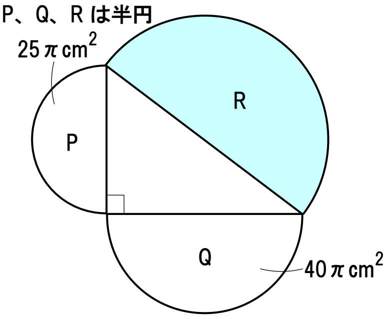


$R=169+225=394cm^2$

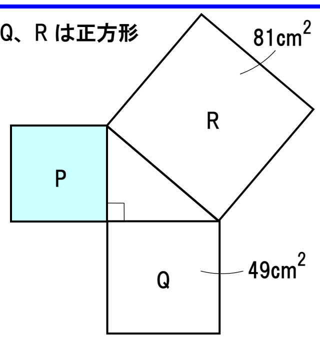
①　Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



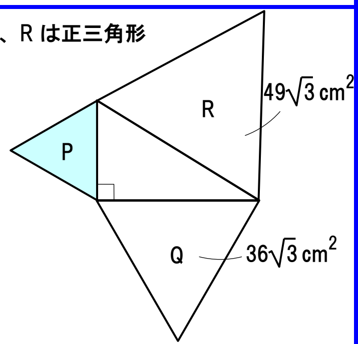
②　Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



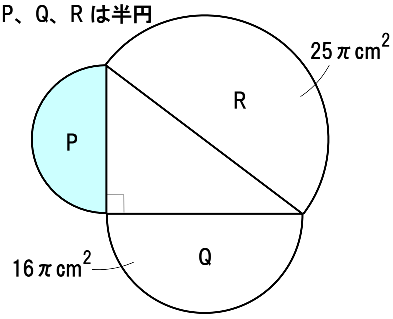
③　Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



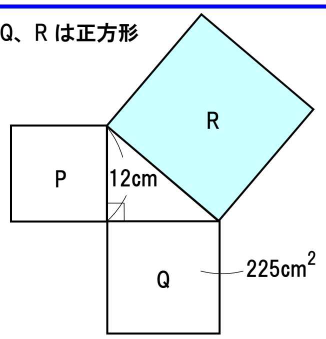
④　Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



⑤　Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



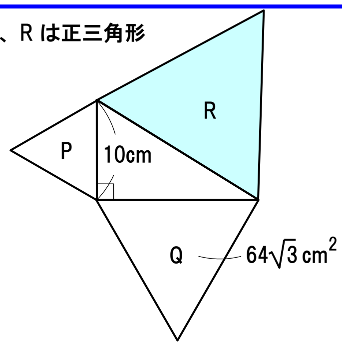
例　Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



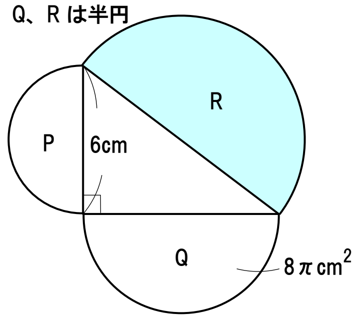
$P=12\times12=144$ cm^2

$R=144+225=369cm^2$

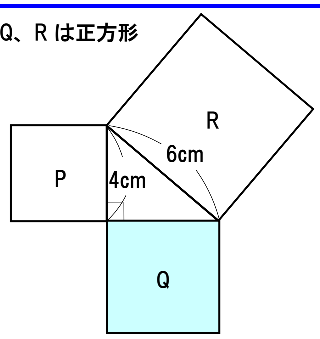
⑥　Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



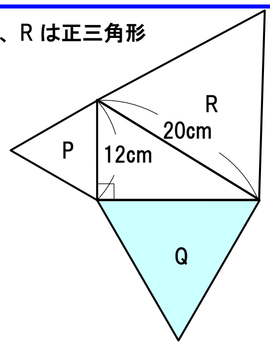
⑦　Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



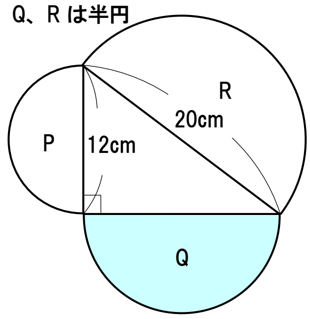
⑧　Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



⑨　Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



⑩　Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



7章　5　図形への利用(3)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

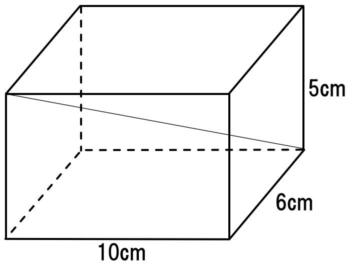
三平方の定理を利用して、直方体や立方体の対角線の長さを求めることが出来ます。

直方体の対角線の長さ l … 縦 a、横 b、高さ c とすると、$l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

立方体の対角線の長さ l … 1辺の長さを a とすると、$l=\sqrt{3}a$

次の直方体や立方体の対角線 l の長さを求めましょう。(5点×10問=50点)

例

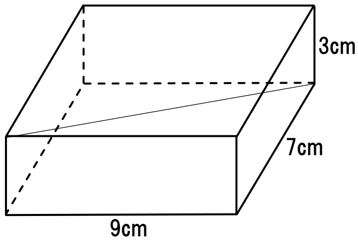


$l=\sqrt{10^2+6^2+5^2}$

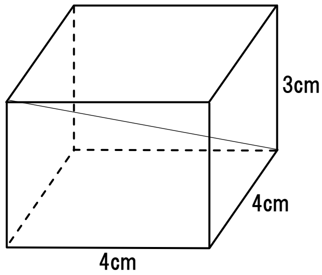
$l=\sqrt{100+36+25}$

$l=\sqrt{161}$ cm

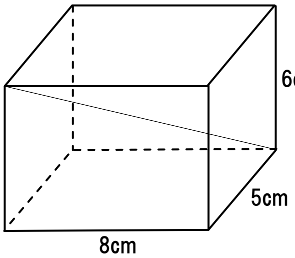
①



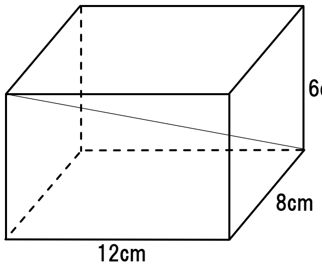
②



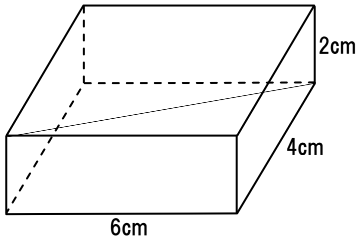
③



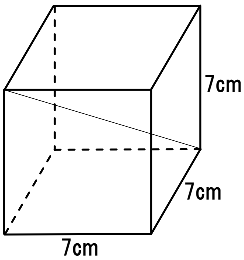
④



⑤

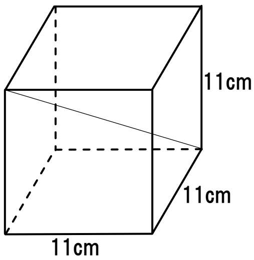


例

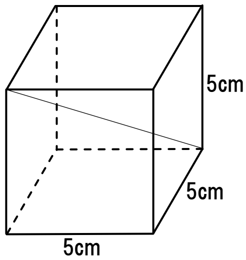


$l=7\sqrt{3}$ cm

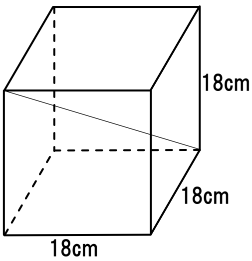
⑥



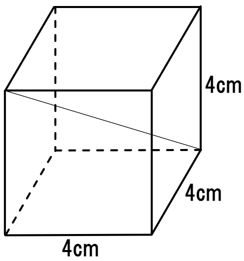
⑦



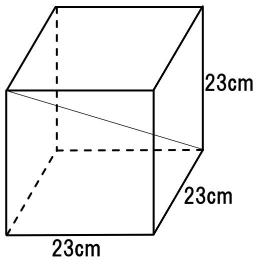
⑧



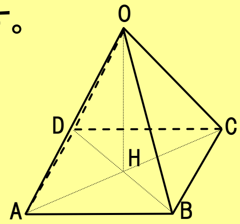
⑨

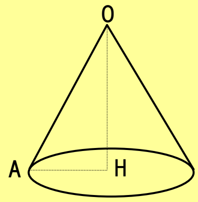


⑩

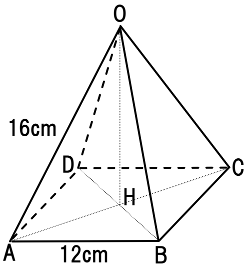
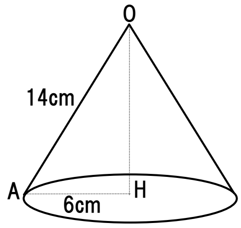
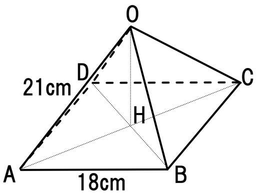
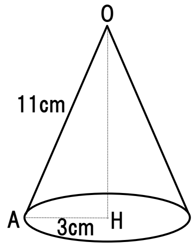
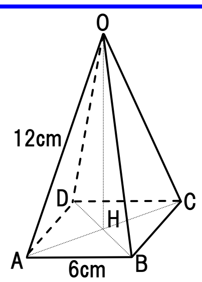
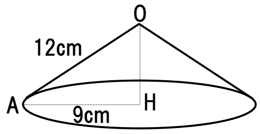
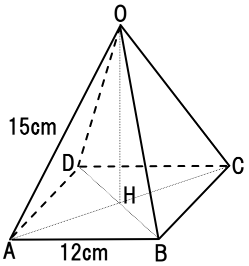
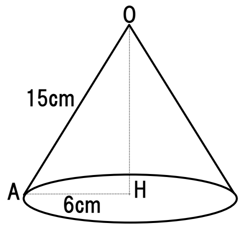
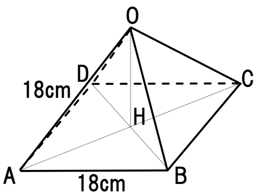
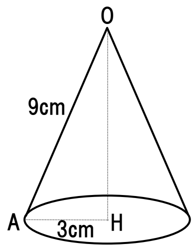
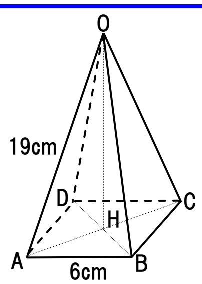
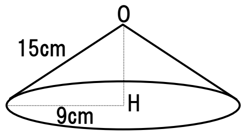


三平方の定理を利用して、正四角錐や円錐の高さを求めることが出来ます。
頂点を O とする正四角錐や円錐では、$OH^2=OA^2-AH^2$ が成り立ちます。
$AH:AB=1:\sqrt{2}$ なので、AH の長さは、$AB\times\sqrt{2}\div 2$ で求めます。
正四角錐や円錐の体積は、底面積×高さ×$\frac{1}{3}$ で求めます。





次の正四角錐や円錐の高さ OH と体積 V を求めましょう。(5 点×10 問＝50 点)

例		$AH=12\times\sqrt{2}\div 2=6\sqrt{2}$ $OH^2=16^2-(6\sqrt{2})^2=184$ $OH=\sqrt{184}=2\sqrt{46}$ cm $V=12^2\times 2\sqrt{46}\times\frac{1}{3}$ $V=96\sqrt{46}$ cm^3	例		$OH^2=14^2-6^2=160$ $OH=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$ cm $V=6^2\pi\times 4\sqrt{10}\times\frac{1}{3}$ $V=48\sqrt{10}$ cm^3
①			②		
③			④		
⑤			⑥		
⑦			⑧		
⑨			⑩		

7章 6 標本調査

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

あるものを調べるときに、全てを調べることを全数調査、一部を調べることを標本調査といいます。
標本調査をするときに、調査のために取り出した一部を標本といい、もとの全てを母集団といいます。
標本で調査した結果から、母集団の性質を推測することが出来ます。

次の問題に答えましょう。(5 点×10 問＝50 点)

例	ある工場で製造した製品から、100 個を無作為に抽出したところ、2 個が不良品でした。 この工場で 3000 個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？ 不良品の比率 100：2＝3000：x 100×x＝2×3000　x＝60 個	①	ある工場で製造した製品から、50 個を無作為に抽出したところ、3 個が不良品でした。 この工場で 8000 個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？
②	ある工場で製造した製品から、200 個を無作為に抽出したところ、5 個が不良品でした。 この工場で 6000 個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？	③	袋の中に青と赤のビーズが 4000 個あります。 この中から、80 個を無作為に抽出したところ、青のビーズは 16 個ありました。この袋の中に、青のビーズはおよそ何個だと推測されますか？
④	箱の中に赤玉と白玉が 2000 個あります。 この中から、40 個を無作為に抽出したところ、赤玉は 12 個ありました。この箱の中の赤玉はおよそ何個だと推測されますか？	⑤	箱の中に金と銀のシールが 5000 枚あります。 この中から、20 枚を無作為に抽出したところ、金のシールは 3 枚ありました。この箱の中の金のシールはおよそ何枚だと推測されますか？
例	袋の中にある白玉の数を調べます。袋に黒玉を 50 個入れ、混ぜてから 20 個を無作為に抽出したところ、黒玉は 5 個ありました。この袋の中の白玉はおよそ何個だと推測されますか？ 白玉と黒玉の比 15：5＝x：50 5×x＝15×50　x＝150 個	⑥	袋の中にある白玉の数を調べます。袋に黒玉を 30 個入れ、混ぜてから 60 個を無作為に抽出したところ、黒玉は 12 個ありました。この袋の中の白玉はおよそ何個だと推測されますか？
⑦	袋の中にある白米の数を調べます。袋に玄米を 300 粒入れ、混ぜてから 350 粒を無作為に抽出したところ、玄米は 25 粒ありました。この袋の中の白米はおよそ何個だと推測されますか？	⑧	池の中の魚の数を調べます。池に目印付きの魚を 40 匹入れ、数日後 50 匹を無作為に捕獲したところ、目印をつけた魚は 8 匹いました。この池の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？
⑨	池の中の魚の数を調べます。池に目印付きの魚を 30 匹入れ、数日後 25 匹を無作為に捕獲したところ、目印付きの魚は 6 匹いました。この池の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？	⑩	湖の中の魚の数を調べます。湖に目印付きの魚を 60 匹入れ、数日後 200 匹を無作為に捕獲したところ、目印付きの魚は 3 匹いました。この湖の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？

数字がバラバラに並んでいる表を乱数表といいます。
乱数表は、標本調査でデータを無作為に抽出するのに使われます。

中学 3 年生の男子 60 人の握力の記録を見て、次の問題に答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	30 kg	11	39 kg	21	26 kg	31	34 kg	41	32 kg	51	27 kg
2	29 kg	12	28 kg	22	44 kg	32	41 kg	42	46 kg	52	30 kg
3	40 kg	13	16 kg	23	37 kg	33	22 kg	43	34 kg	53	39 kg
4	42 kg	14	38 kg	24	31 kg	34	37 kg	44	25 kg	54	31 kg
5	33 kg	15	18 kg	25	23 kg	35	28 kg	45	33 kg	55	23 kg
6	26 kg	16	24 kg	26	36 kg	36	19 kg	46	47 kg	56	35 kg
7	41 kg	17	30 kg	27	50 kg	37	48 kg	47	21 kg	57	49 kg
8	45 kg	18	40 kg	28	31 kg	38	25 kg	48	43 kg	58	43 kg
9	38 kg	19	47 kg	29	45 kg	39	22 kg	49	34 kg	59	25 kg
10	34 kg	20	32 kg	30	36 kg	40	35 kg	50	52 kg	60	29 kg

① 下の乱数表の 1 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号										
記録										

② 下の乱数表の 2 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号										
記録										

③ 下の乱数表の 3 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号										
記録										

④ 下の乱数表の 4 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号										
記録										

⑤ 下の乱数表の 5 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号										
記録										

乱数表	1 行目	21	16	40	46	47	53	29	10	1	44
	2 行目	22	51	23	54	12	27	8	36	35	25
	3 行目	41	19	60	13	49	56	24	17	57	59
	4 行目	9	30	55	18	58	34	28	33	7	45
	5 行目	5	38	43	6	14	2	4	20	48	26
	6 行目	42	31	52	15	3	37	39	11	32	50

1章 因数分解 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の式を展開しましょう。(2点×15問=30点)

①	$2a(4a-3b)$	②	$-3b(-a+b)$	③	$b(2a+3b-4)$
④	$(a+4)(a+5)$	⑤	$(3a-7)(a+9)$	⑥	$(4a-1)(2a-3)$
⑦	$(20ab+8a)\div 4a$	⑧	$(12ab-9a)\div 3a$	⑨	$(21a^2+14a)\div 7a$
⑩	$(x+4)(x+7)$	⑪	$(x-7)(x+2)$	⑫	$(x+2)^2$
⑬	$(x-8)^2$	⑭	$(x+5)(x-5)$	⑮	$(3x+2)(3x-2)$

次の式を因数分解しましょう。(2点×15問=30点)

①	x^2-16	②	x^2-64	③	$25x^2-81$
④	x^2+4x+4	⑤	x^2+2x+1	⑥	$16x^2-56xy+49y^2$
⑦	$x^2+11x+28$	⑧	$x^2-8x+15$	⑨	x^2-x-56
⑩	$4x^2-100$	⑪	$7x^2+14x+7$	⑫	$5x^2-55x+120$
⑬	$(x-5)a-(x-5)b$	⑭	$(x+3)a+(x+3)b$	⑮	$(x-7)a+(x-7)b$

公式を利用して計算しましょう。(2点×6問=12点)

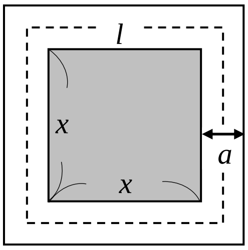
①	26^2-24^2	②	61^2-39^2	③	102×98
④	101^2	⑤	98^2	⑥	48^2

次の自然数の最大公約数と最小公倍数を求めましょう。(2 点×4 問=8 点)

① 24, 30	② 28, 42	③ 18, 24	④ 12, 16

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(4 点×3 問=12 点)

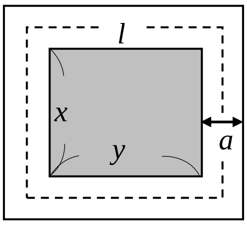
①



1 辺の長さが x の正方形の畑のまわりに、幅 a の道がついている。
この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S=al となる。

S=大きい正方形(㋐　　　　)^2−小さい正方形(㋑　　　　)^2
式を解くと、(㋒　　　　　　　)−(㋓　　　　)=(㋔　　　　　　)
l=(㋕　　　　　　)
al=(㋖　　　　　　　)　㋔=㋖なので、S=al となる。

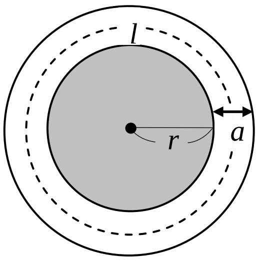
②



縦の長さが x、横の長さが y の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。
この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S=al となる。

S=大きい長方形(㋐　　　　)×(㋑　　　　)−小さい長方形(㋒　　　　)
式を解くと、(㋓　　　　　　　)−(㋒　　　　)=(㋔　　　　　　)
l=縦(㋕　　　　)×2+横(㋖　　　　)×2=(㋗　　　　　　)
al=(㋘　　　　　　　)　㋔=㋘なので、S=al となる。

③



半径 r の円形の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。
この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S=al となる。

S=大きい円(㋐　　　　)^2×π−小さい円(㋑　　　　)
式を解くと、(㋒　　　　　　　)−(㋑　　　　)=(㋓　　　　　　)
l=直径(㋔　　　　)×π=(㋕　　　　　　)
al=(㋖　　　　　　　)　㋓=㋖なので、S=al となる。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(4 点×2 問=8 点)

① 連続した 3 つの整数で、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。

真ん中の整数を n とすると、最小の整数は(㋐　　　　)、最大の整数は(㋑　　　　)と表される。
最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差=㋑^{2}−㋐^{2}=(㋒　　　　)
真ん中の整数の 4 倍=(㋓　　　　)
㋒=㋓なので、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。

② 連続した 2 つの奇数で、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。

ある自然数を n とすると、小さい奇数は(㋐　　　　)、大きい奇数は(㋑　　　　)と表される。
大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた数=㋑^{2}−㋐^{2}=(㋒　　　　)
これを共通因数でまとめると 8×(㋓　　　　)になる。
よって、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。

2章 平方根 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の数の平方根を求めましょう。(1点×8問=8点)

①	81		②	0.25		③	3		④	6	
⑤	$\frac{16}{49}$		⑥	$\frac{1}{81}$		⑦	$\frac{1}{5}$		⑧	$\frac{3}{10}$	

次の形を変形して、$\sqrt{\ }$ の中を出来るだけ簡単にしましょう。(1点×4問=4点)

①	$\sqrt{24}$	②	$\sqrt{63}$	③	$\sqrt{48}$	④	$\sqrt{72}$

$\sqrt{\ }$ の近似値を代入して、次の計算をしましょう。(1点×4問=4点)

①	$\sqrt{20}$ ($\sqrt{5} \fallingdotseq 2.236$)	②	$\sqrt{48}$ ($\sqrt{3}=1.732$)	③	$\sqrt{54}$ ($\sqrt{6}=2.449$)	④	$\sqrt{28}$ ($\sqrt{7}=2.646$)

次の計算をしましょう。(2点×12問=24点)

①	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$	②	$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$	③	$-\sqrt{13}\times\sqrt{5}$	④	$\sqrt{2}\times-\sqrt{50}$
⑤	$\sqrt{10}\div\sqrt{2}$	⑥	$\sqrt{48}\div\sqrt{3}$	⑦	$\sqrt{63}\div(-\sqrt{9})$	⑧	$-\sqrt{98}\div\sqrt{2}$
⑨	$\sqrt{40}\times\sqrt{27}$	⑩	$\sqrt{8}\times\sqrt{48}$	⑪	$\sqrt{50}\times\sqrt{40}$	⑫	$\sqrt{45}\times\sqrt{40}$

次の循環小数を分数で表しましょう。(2点×4問=8点)

①	$0.\dot{7}$	②	$0.\dot{1}$	③	$0.\dot{4}\dot{8}$	④	$0.\dot{2}\dot{1}$

次の数の分母を有理化しましょう。(2 点×6 問=12 点)

①	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$	②	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$	③	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$
④	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$	⑤	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{45}}$	⑥	$\frac{7}{\sqrt{32}}$

次の計算をしましょう。(2 点×6 問=12 点)

①	$3\sqrt{10}+4\sqrt{10}-2\sqrt{10}$	②	$3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$	③	$5\sqrt{11}-4\sqrt{2}-2\sqrt{11}$
④	$\sqrt{18}+\sqrt{128}+\sqrt{40}$	⑤	$\sqrt{98}-\sqrt{50}-\sqrt{40}$	⑥	$\sqrt{24}+\sqrt{147}-\sqrt{96}$

次の式を展開しましょう。(2 点×12 問=24 点)

①	$\sqrt{5}(\sqrt{5}+4)$	②	$\sqrt{2}(\sqrt{2}-8)$	③	$\sqrt{7}(\sqrt{7}-6)$
④	$(9+\sqrt{2})(3+3\sqrt{2})$	⑤	$(\sqrt{7}+2)(3\sqrt{7}-4)$	⑥	$(2\sqrt{10}-6)(\sqrt{10}-5)$
⑦	$(\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}+2)$	⑧	$(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-8)$	⑨	$(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}+8)$
⑩	$(\sqrt{5}+9)^2$	⑪	$(\sqrt{3}-1)^2$	⑫	$(\sqrt{5}-4)^2$

次の問いに答えましょう。(1 点×4 問=4 点)

①	$\sqrt{70}$ より小さい自然数は全部で何個ありますか。	
②	$3<\sqrt{n}<4$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	
③	$\sqrt{8n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	
④	$\sqrt{12n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	

3章 二次方程式 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の方程式を解きましょう。(2点×15問=30点)

①	$7x^2=14$	②	$7x^2-35=0$	③	$5x^2-320=0$
④	$(x+2)^2=7$	⑤	$(x+5)^2=49$	⑥	$(x-9)^2=25$
⑦	$x^2+14x+49=0$	⑧	$x^2-4x+4=0$	⑨	$x^2-18x+81=0$
⑩	$x^2+10x+18=0$	⑪	$x^2+6x-2=0$	⑫	$x^2-6x+4=0$
⑬	$x^2-10x-8=0$	⑭	$x^2-14x-1=0$	⑮	$x^2-20x-8=0$

次の問いに答えましょう。(6点×3問=18点)

① 大小2つの正の整数があり、その差が3、積が40になります。
この2つの整数を求めましょう。

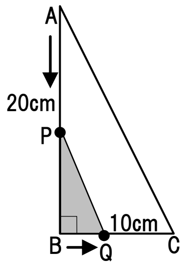
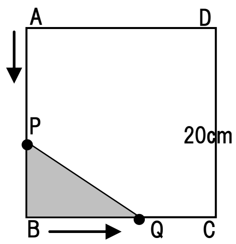
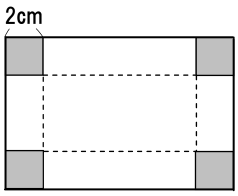
② 連続した3つの正の整数があり、真ん中の数の2乗は、残りの2数の和より24大きくなります。
この連続した3つの正の整数を求めましょう。

③ ある自然数を2乗するところを、間違って2倍したため、答えが48小さくなりました。
もとの自然数を求めましょう。

次の方程式を解きましょう。(2 点×12 問＝24 点)

①	$x^2+16x+63=0$	②	$x^2-2x-15=0$	③	$x^2-6x-16=0$
④	$x^2+8x-9=0$	⑤	$x^2-14x+40=0$	⑥	$x^2-10x+21=0$
⑦	$x^2-2x=0$	⑧	$x^2+10x=0$	⑨	$x^2+7x=0$
⑩	$2x^2-5x=0$	⑪	$3x^2-2x=0$	⑫	$5x^2+6x=0$

次の問いに答えましょう。(6 点×3 問＝18 点)

①		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 1cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 25cm² になるのは、何秒後ですか？
②		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 42cm² になるのは、何秒後ですか？
③		横が縦より 4cm 長い長方形の紙があります。この紙の 4 隅から 1 辺が 2cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は 64cm³ でした。 もとの紙の縦の長さを求めましょう。

解の公式を利用して、次の方程式を解きましょう。(5 点×2 問＝10 点)

①	$2x^2+3x-4=0$	②	$3x^2-2x-7=0$

4章 二次関数 確認テスト

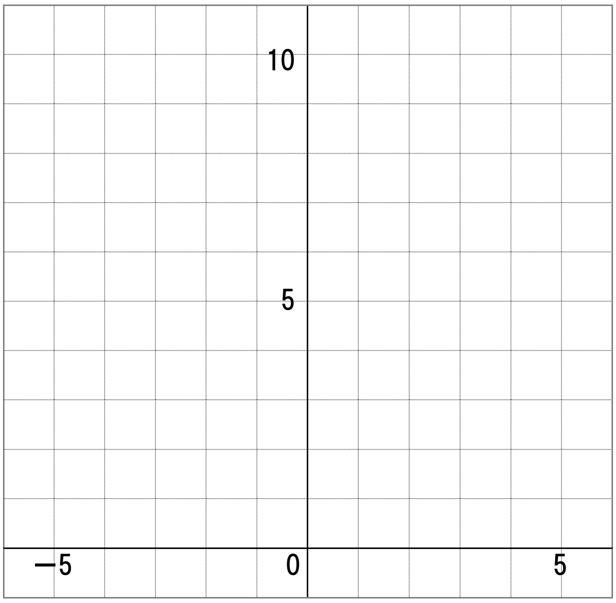
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

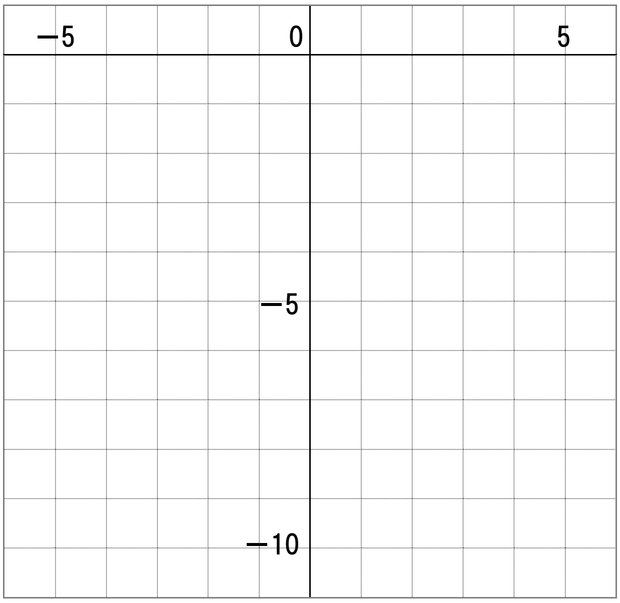
y が x の2乗に比例するとき、x、y の関係を式に表しましょう。(2点×3問=6点)

①	$x=3$ のとき、$y=63$	②	$x=2$ のとき、$y=-20$	③	$x=-4$ のとき、$y=-48$

次の関数のグラフをかきましょう。(3点×4問=12点)

①	$y=2x^2$	③	$y=-x^2$
②	$y=x^2$	④	$y=-2x^2$





時速と制動距離の関係を式に表し、あとのことがらを求めましょう。(5点×2問=10点)

①	時速50kmのときの制動距離が10mの自動車。 この自動車が時速100kmのときの制動距離。	②	時速60kmのときの制動距離が24mの自動車。 この自動車の制動距離が54mになる時速。

ボールが斜面を転がるときの関係を式に表し、平均の速さを求めましょう。(5点×2問=10点)

①	転がり始めて5秒後までに100m転がった。 1秒後から3秒後までの平均の速さ。	②	転がり始めて3秒後までに45m転がった。 2秒後から7秒後までの平均の速さ。

次の問いに答えましょう。(3点×3問=9点)

①	周期が4秒のふりこは何mですか?	②	長さが6mのふりこの周期は何秒ですか?

次の関数の、y の変域を求めましょう。(3 点×3 問=9 点)

①	$y=3x^2$ $(-1 \leqq x \leqq 2)$	②	$y=-2x^2$ $(-1 \leqq x \leqq 5)$	③	$y=4x^2$ $(1 \leqq x \leqq 5)$

x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めましょう。(3 点×3 問=9 点)

①	$y=4x^2$ (1 から 4 まで)	②	$y=-3x^2$ (2 から 5 まで)	③	$y=-3x^2$ (−8 から−4 まで)

次の関数について、下の A~H から当てはまるものを全て選び、記号で答えましょう。(3 点×5 問=15 点)

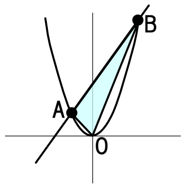
①	グラフが放物線である。	
②	$x \leqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加する。	
③	変化の割合がつねに 2 である。	
④	(2, 8)を通る。	
⑤	原点(0, 0)を通る。	

A	$y=2x+4$	B	$y=-2x+4$	C	$y=2x^2$	D	$y=-2x^2$

$y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があります。次の問題に答えましょう。(5 点×2 問=10 点)

① A の x 座標は−3、B の x 座標は 5 です。
A, B の座標を求めましょう。

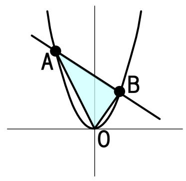
A, B を通る直線の式を求めましょう。



△OAB の面積を求めましょう。

② A の x 座標は−2、B の x 座標は 1 です。
A, B の座標を求めましょう。

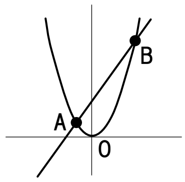
A, B を通る直線の式を求めましょう。



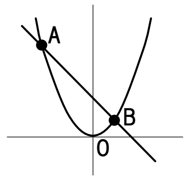
△OAB の面積を求めましょう。

次の 2 つのグラフの交点 A, B の座標を求めましょう。(5 点×2 問=10 点)

① $y=\frac{3}{4}x^2$ と $y=3x+9$ の交点 A, B



② $y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=-x+6$ の交点 A, B



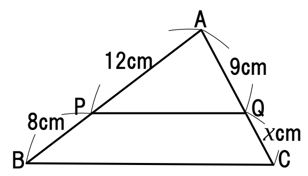
5章 相似 確認テスト

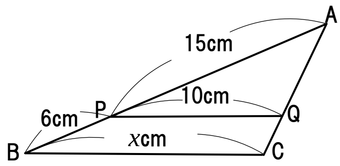
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

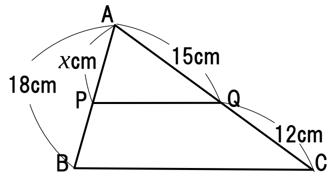
次の比例式を解きましょう。(3点×4問＝12点)

① $2:5=4:x$	② $4:3=x:9$	③ $4:3=x:6$	④ $x:3=42:18$

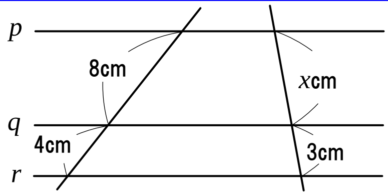
次の図で、PQ//BC のとき、x の値を求めましょう。(4点×3問＝12点)

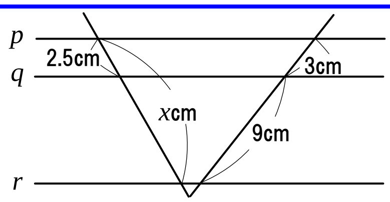
①


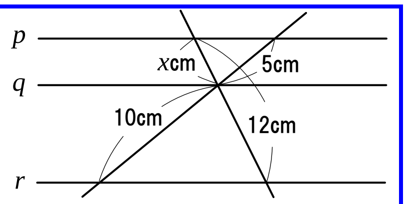
②


③


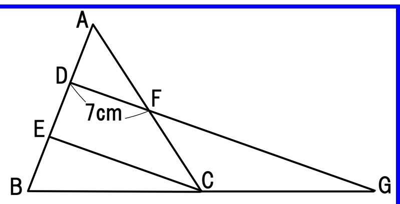
次の図で、$p//q//r$ のとき、x の値を求めましょう。(4点×3問＝12点)

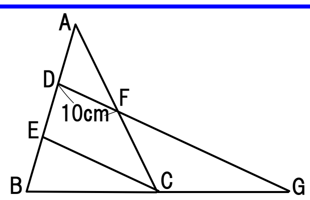
①


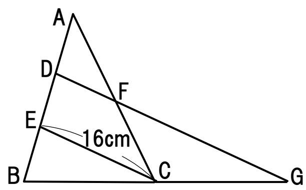
②


③


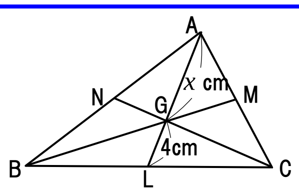
点D、EがABを3等分する点、点FがACの中点のとき、FGの長さを求めましょう。(4点×3問＝12点)

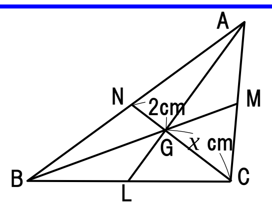
①


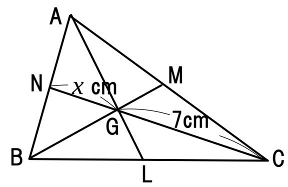
②


③


Gが△ABCの重心であるとき、x の値を求めましょう。(4点×3問＝12点)

①


②


③


図形Aと図形Bが相似であるとき、図形Bの面積と体積を求めましょう。(5点×2問＝10点)

① A：B＝2：3、Aの面積 12cm^2、Aの体積 24 cm^3

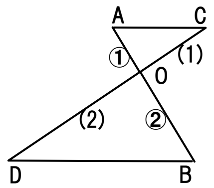
Bの面積	Bの体積

② A：B＝2：5、Aの面積 8cm^2、Aの体積 16cm^3

Bの面積	Bの体積

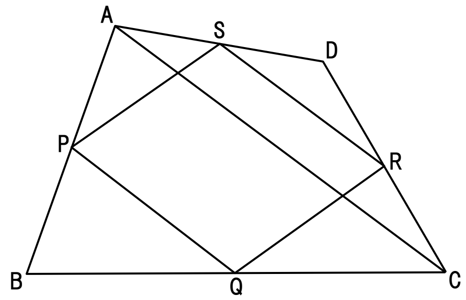
相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(6 点×1 問=6 点)

① ABとCOが点Oで交わっていて、2AO=BO、2CO=DOである。
このとき、△AOC∽△BODであることを証明しましょう。

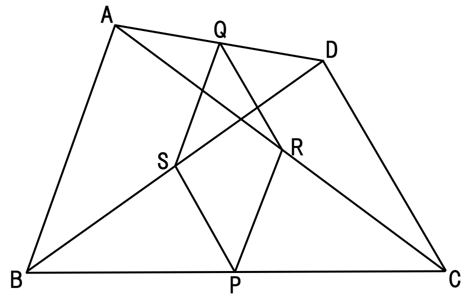


四角形ABCDについて、次のことを証明しましょう。(6 点×2 問=12 点)

① 4辺の中点をP、Q、R、Sとすると、四角形PQRSは平行四辺形になる。



② BC、AD、AC、BDの中点をP、Q、R、Sとすると、四角形PRQSは平行四辺形になる。



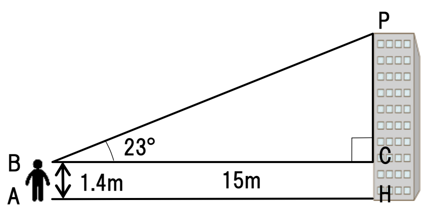
次の作図をしましょう。(6 点×1 問=6 点)

① 線分ABを7：2に分ける点X

A ―――――――――――――――――――――――――――― B

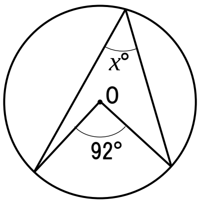
縮図をかいて、建物や木の高さを求めましょう。(6 点×1 問=6 点)

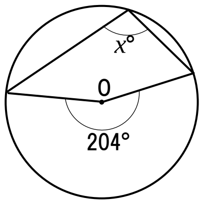
①

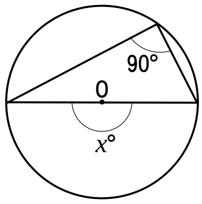


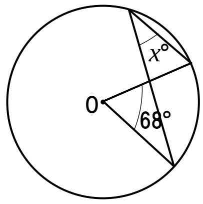
6章	円周角　確認テスト	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

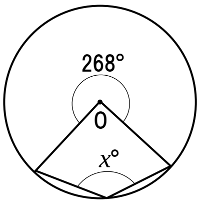
∠x の大きさを求めましょう。(3点×8問＝24点)

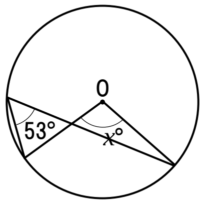
①


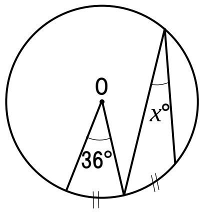
②


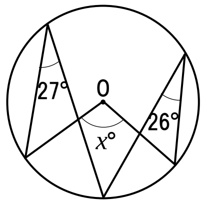
③


④


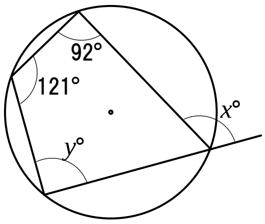
⑤


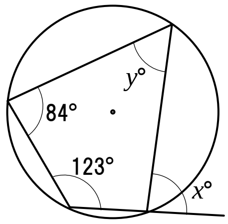
⑥


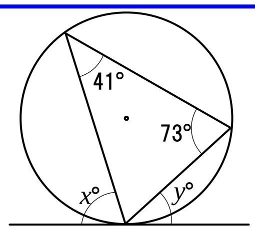
⑦


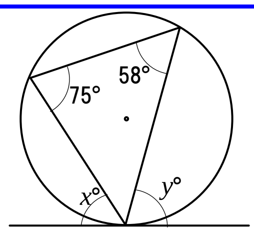
⑧


∠x と∠y の大きさを求めましょう。(4点×4問＝16点)

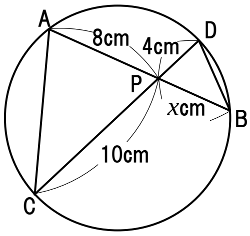
①


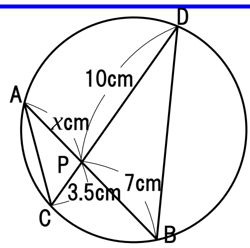
②


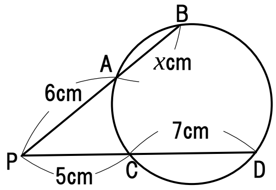
③


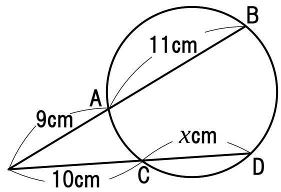
④


x の値を求めましょう。(4点×4問＝16点)

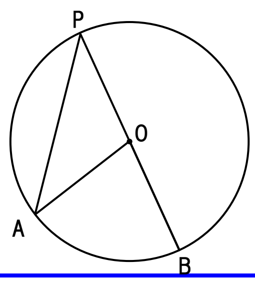
①


②


③


④


∠AOB＝2∠APB であることを証明するのに、(　　)に合う言葉を書きましょう。(6点×1問＝6点)

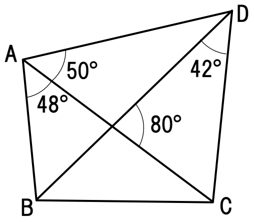
①


半径の長さは等しいので、△OPA は(　　　　　　　　　)である。
よって、∠OPA＝∠(　　　　　)
三角形の内角・外角の性質より、
∠AOB＝∠OPA＋∠(　　　　　)＝2∠OPA＝2∠APB
したがって、∠AOB＝2∠APB である。

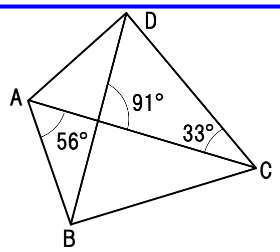
4 点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを 1 つずつ選び、記号に○をしましょう。(8 点×1 問＝8 点)

①

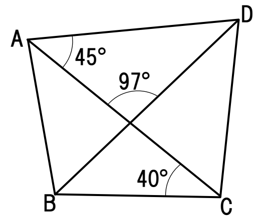
ア



イ

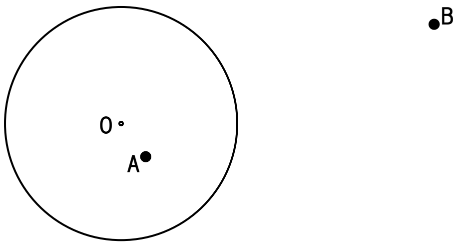


ウ



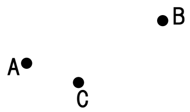
指示に従って作図を完成しましょう。(6 点×2 問＝12 点)

①



∠APB＝90°となる円 O 上の点 P

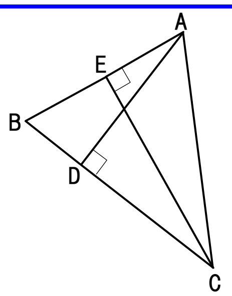
②



AB⊥CP、∠APB＝30°となる点 P

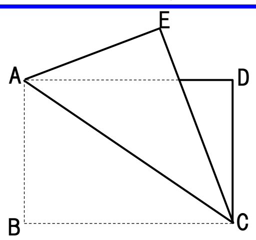
次のことを証明しましょう。(6 点×3 問＝18 点)

①



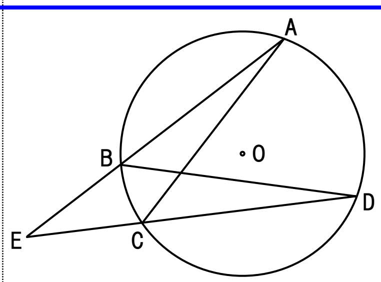
△ABC の頂点 A、C から垂線 AD、CE をひくとき、4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

②



長方形 ABCD を AC で折り、点 B が移った点を E とする。
このとき 4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

③



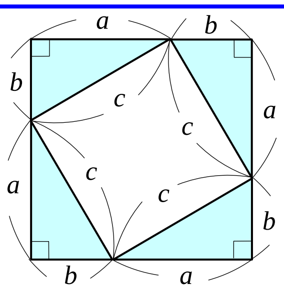
円 O 上に A、B、C、D があり、線分 AB の延長と線分 DC の延長の交点を E とすると、△AEC∽△DEB となる。

7章 三平方の定理 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の計算から、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しましょう。(10 点×1 問＝10 点)

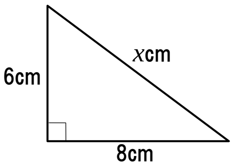
①



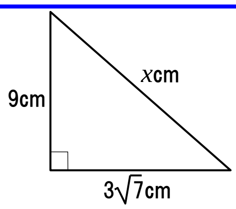
1 辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4 つの直角三角形の面積

次の直角三角形で、x の長さを求めましょう。(3 点×4 問＝12 点)

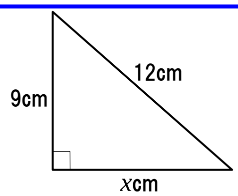
①



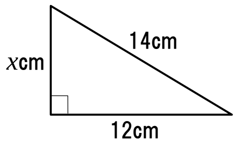
②



③

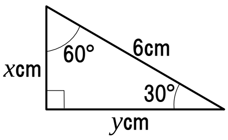


④

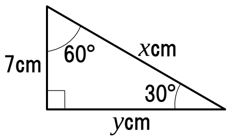


次の直角三角形で、x と y の長さを求めましょう。(3 点×4 問＝12 点)

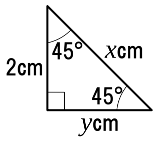
①



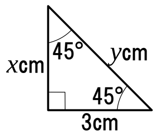
②



③

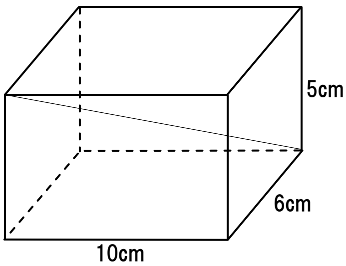


④

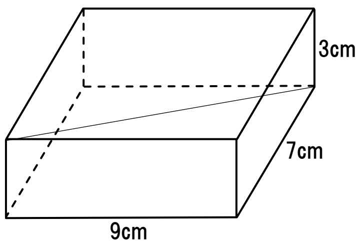


次の直方体や立方体の対角線 l の長さを求めましょう。(3 点×3 問＝9 点)

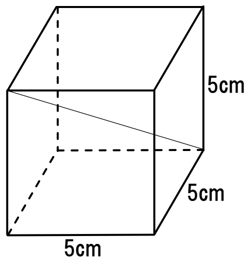
①



②

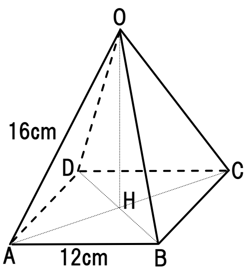


③

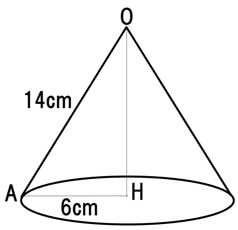


次の正四角錐や円錐の高さ OH と体積 V を求めましょう。(4 点×2 問＝8 点)

①

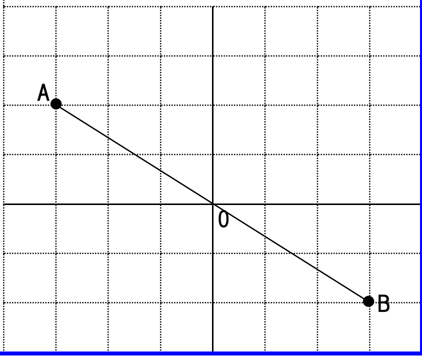


②

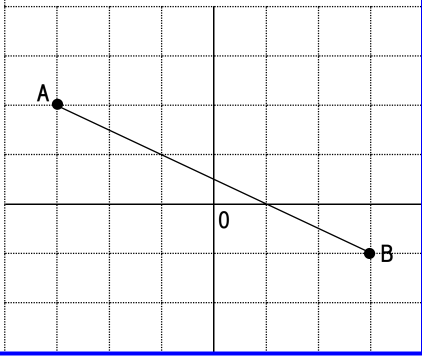


次の座標をもつ 2 点間の距離を求めましょう。(4 点×3 問＝12 点)

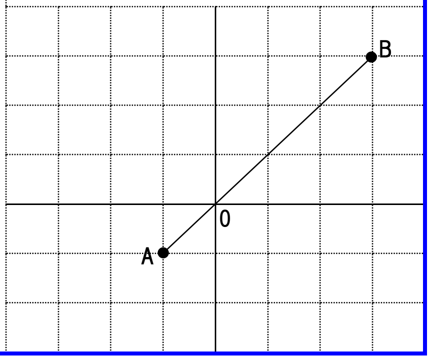
① A(−3, 2)、B(3, −2)



② A(−3, 2)、B(3, −1)

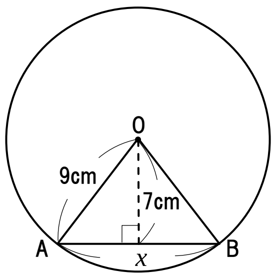


③ A(−1, −1)、B(3, 3)

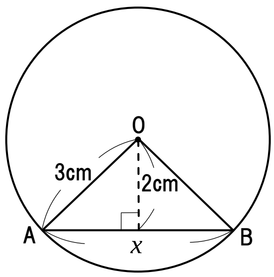


x の値を求めましょう。(4 点×3 問＝12 点)

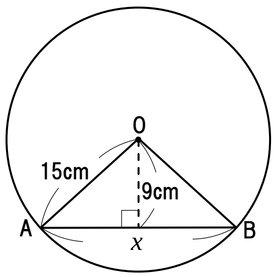
①



②

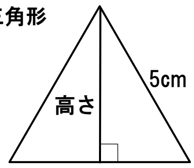


③

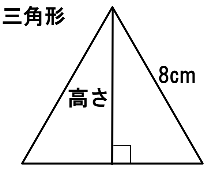


次の三角形の高さを h と面積 S を求めましょう。(4 点×4 問＝16 点)

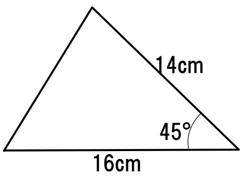
① 正三角形



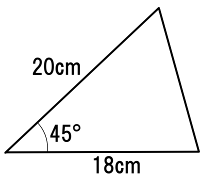
② 正三角形



③

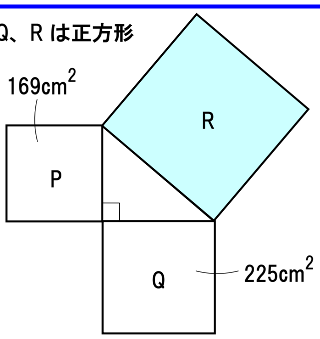


④

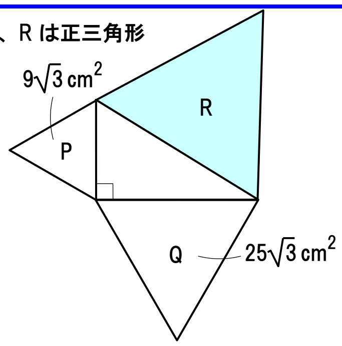


影をつけた部分の面積を求めましょう。(3 点×3 問＝9 点)

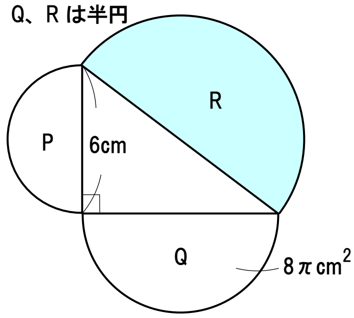
① P、Q、R は正方形



② P、Q、R は正三角形



③ P、Q、R は半円



1章	1 式の乗法、除法	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

かっこのある乗法(かけ算)は、**分配法則**を使って、かっこの中の全ての項をかけます。

次の計算をしましょう。(2点×5問=10点)

例	$(2a+3b)\times 2a$ $=2a\times 2a+3b\times 2a$ $=4a^2+6ab$	①	$(5a-2b)\times 3a$ $=5a\times 3a-2b\times 3a$ $=15a^2-6ab$	②	$(4a+b)\times(-2b)$ $=4a\times(-2b)+b\times(-2b)$ $=-8ab-2b^2$
③	$5a\times(-3a+2b)$ $=5a\times(-3a)+5a\times 2b$ $=-15a^2+10ab$	④	$-4a\times(2a-6b)$ $=-4a\times 2a-4a\times(-6b)$ $=-8a^2+24ab$	⑤	$-2b\times(-5a-3)$ $=-2b\times(-5a)-2b\times(-3)$ $=10ab+6b$

×の記号は省略することが出来ます。

次の計算をしましょう。(2点×5問=10点)

例	$-3a(2a-4b)$ $=-3a\times 2a-3a\times(-4b)$ $=-6a^2+12ab$	①	$2a(4a-3b)$ $=2a\times 4a+2a\times(-3b)$ $=8a^2-6ab$	②	$-5a(2a-b)$ $=-5a\times 2a-5a\times(-b)$ $=-10a^2+5ab$
③	$-3b(-a+b)$ $=-3b\times(-a)-3b\times b$ $=3ab-3b^2$	④	$2a(4a+3b+2)$ $=2a\times 4a+2a\times 3b+2a\times 2$ $=8a^2+6ab+4a$	⑤	$b(2a+3b-4)$ $=b\times 2a+b\times 3b+b\times(-4)$ $=2ab+3b^2-4b$

積の式を和の式で表すことを**展開**といいます。
$(a+b)(c+d)$ を展開すると、$a(c+d)+b(c+d)$と計算し、$ac+ad+bc+bd$ のような和の式になります。

次の式を展開しましょう。(2点×5問=10点)

例	$(a+3)(b+7)$ $=ab+7a+3b+21$	①	$(a+1)(b+5)$ $=ab+5a+b+5$	②	$(2a-3)(b+4)$ $=2ab+8a-3b-12$
③	$(a+6)(3b-8)$ $=3ab-8a+18b-48$	④	$(2a-2)(3b-9)$ $=6ab-18a-6b+18$	⑤	$(4a-10)(b+3)$ $=4ab+12a-10b-30$

展開した後、同類項があればまとめます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問=20点)

例	$(a+2)(a+6)$ $=a^2+6a+2a+12$ $=a^2+8a+12$	①	$(a+4)(a+5)$ $=a^2+5a+4a+20$ $=a^2+9a+20$	②	$(3a-7)(a+9)$ $=3a^2+27a-7a-63$ $=3a^2+20a-63$
③	$(a+8)(2a-6)$ $=2a^2-6a+16a-48$ $=2a^2+10a-48$	④	$(4a-1)(2a-3)$ $=8a^2-12a-2a+3$ $=8a^2-14a+3$	⑤	$(3a+1)(5a-6)$ $=15a^2-18a+5a-6$ $=15a^2-13a-6$
例	$(a+3b)(a+4b)$ $=a^2+4ab+3ab+12b^2$ $=a^2+7ab+12b^2$	⑥	$(a+2b)(a+5b)$ $=a^2+5ab+2ab+10b^2$ $=a^2+7ab+10b^2$	⑦	$(2a-3b)(a+6b)$ $=2a^2+12ab-3ab-18b^2$ $=2a^2+9ab-18b^2$
⑧	$(a+b)(3a-4b)$ $=3a^2-4ab+3ab-4b^2$ $=3a^2-ab-4b^2$	⑨	$(2a-3b)(4a-7b)$ $=8a^2-14ab-12ab+21b^2$ $=8a^2-26ab+21b^2$	⑩	$(3a-8b)(2a+b)$ $=6a^2+3ab-16ab-8b^2$ $=6a^2-13ab-8b^2$

かっこの中の項が 3 つある場合も、同じように展開します。

次の式を展開しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

①	$(3a+2b)(a+4b+5)$ $=3a^2+12ab+15a+2ab+8b^2+10b$ $=3a^2+14ab+15a+8b^2+10b$	②	$(2a+b)(5a+6b+4)$ $=10a^2+12ab+8a+5ab+6b^2+4b$ $=10a^2+17ab+8a+6b^2+4b$
③	$(a-5b)(4a+3b+2)$ $=4a^2+3ab+2a-20ab-15b^2-10b$ $=4a^2-17ab+2a-15b^2-10b$	④	$(4a-b)(3a+b+7)$ $=12a^2+4ab+28a-3ab-b^2-7b$ $=12a^2+ab+28a-b^2-7b$
⑤	$(a+2b)(a-5b+8)$ $=a^2-5ab+8a+2ab-10b^2+16b$ $=a^2-3ab+8a-10b^2+16b$	⑥	$(2a+b)(5a-6b-1)$ $=10a^2-12ab-2a+5ab-6b^2-b$ $=10a^2-7ab-2a-6b^2-b$
⑦	$(5a-3b)(a+4b-5)$ $=5a^2+20ab-25a-3ab-12b^2+15b$ $=5a^2+17ab-25a-12b^2+15b$	⑧	$(3a-b)(7a-2b+8)$ $=21a^2-6ab+24a-7ab+2b^2-8b$ $=21a^2-13ab+24a+2b^2-8b$
⑨	$(2a-5b)(4a-b-3)$ $=8a^2-2ab-6a-20ab+5b^2+15b$ $=8a^2-22ab-6a+5b^2+15b$	⑩	$(a-2b)(2a-2b-2)$ $=2a^2-2ab-2a-4ab+4b^2+4b$ $=2a^2-6ab-2a+4b^2+4b$

除法(わり算)は分数で表し、かっこのある除法は、かっこの中の全ての項をわります。

次の計算をしましょう。(3 点×5 問＝15 点)

例	$(20ab+8a)\div 4a$ $=\frac{20ab}{4a}+\frac{8a}{4a}=5b+2$	①	$(12ab-9a)\div 3a$ $=\frac{12ab}{3a}-\frac{9a}{3a}=4b-3$	②	$(21a^2+14a)\div 7a$ $=\frac{21a^2}{7a}+\frac{14a}{7a}=3a+2$
③	$(45a^2+35a)\div(-5a)$ $=-\frac{45a^2}{5a}-\frac{35a}{5a}=-9a-7$	④	$(8a^2b+12ab^2)\div 2ab$ $=\frac{8a^2b}{2ab}+\frac{12ab^2}{2ab}=4a+6b$	⑤	$(24a^2b-48ab^2)\div 6ab$ $=\frac{24a^2b}{6ab}-\frac{48ab^2}{6ab}=4a-8b$

分数でわる場合、÷を×に変え、÷の後の分数を逆数にして計算します。

次の計算をしましょう。(3 点×5 問＝15 点)

例	$(10a^2+8ab)\div\frac{2}{3}a$ $=(10a^2+8ab)\times\frac{3}{2a}$ $=10a^2\times\frac{3}{2a}+8ab\times\frac{3}{2a}$ $=15a+12b$	①	$(3a^2+7a)\div\frac{1}{3}a$ $=(3a^2+7a)\times\frac{3}{a}$ $=3a^2\times\frac{3}{a}+7a\times\frac{3}{a}$ $=9a+21$	②	$(8a^2+12ab)\div\frac{4}{5}a$ $=(8a^2+12ab)\times\frac{5}{4a}$ $=8a^2\times\frac{5}{4a}+12ab\times\frac{5}{4a}$ $=10a+15b$
③	$(20a^2b-15ab^2)\div\frac{5}{6}ab$ $=(20a^2b-15ab^2)\times\frac{6}{5ab}$ $=20a^2b\times\frac{6}{5ab}-15ab^2\times\frac{6}{5ab}$ $=24a-18b$	④	$(15ab+24b^2)\div\frac{3}{4}b$ $=(15ab+24b^2)\times\frac{4}{3b}$ $=15ab\times\frac{4}{3b}+24b^2\times\frac{4}{3b}$ $=20a+32b$	⑤	$(6a^2+9ab)\div\frac{3}{4}a$ $=(6a^2+9ab)\times\frac{4}{3a}$ $=6a^2\times\frac{4}{3a}+9ab\times\frac{4}{3a}$ $=8a+12b$

1章 2 乗法の公式

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	□時□分	□時□分	80点

計算をするのに便利な式を公式といいます。　乗法の公式…$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

次の式を展開しましょう。(2点×10問=20点)

例	$(x+3)(x+5)$ $=x^2+(3+5)x+3\times5$ $=x^2+8x+15$	①	$(x+4)(x+7)$ $=x^2+(4+7)x+4\times7$ $=x^2+11x+28$	②	$(x+2)(x+1)$ $=x^2+(2+1)x+2\times1$ $=x^2+3x+2$
③	$(x+6)(x+2)$ $=x^2+(6+2)x+6\times2$ $=x^2+8x+12$	④	$(x+8)(x+3)$ $=x^2+(8+3)x+8\times3$ $=x^2+11x+24$	⑤	$(x+5)(x+4)$ $=x^2+(5+4)x+5\times4$ $=x^2+9x+20$
例	$(x+2)(x-6)$ $=x^2+(2-6)x+2\times(-6)$ $=x^2-4x-12$	⑥	$(x+5)(x-3)$ $=x^2+(5-3)x+5\times(-3)$ $=x^2+2x-15$	⑦	$(x-4)(x+5)$ $=x^2+(-4+5)x+(-4)\times5$ $=x^2+x-20$
⑧	$(x-7)(x+2)$ $=x^2+(-7+2)x+(-7)\times2$ $=x^2-5x-14$	⑨	$(x-8)(x-3)$ $=x^2+(-8-3)x+(-8)\times(-3)$ $=x^2-11x+24$	⑩	$(x-5)(x-9)$ $=x^2+(-5-9)x+(-5)\times(-9)$ $=x^2-14x+45$

平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

次の式を展開しましょう。(2点×15問=30点)

例	$(x+3)^2$ $=x^2+2\times x\times3+3^2$ $=x^2+6x+9$	①	$(x+2)^2$ $=x^2+2\times x\times2+2^2$ $=x^2+4x+4$	②	$(x+1)^2$ $=x^2+2\times x\times1+1^2$ $=x^2+2x+1$
③	$(x-4)^2$ $=x^2-2\times x\times4+4^2$ $=x^2-8x+16$	④	$(x-8)^2$ $=x^2-2\times x\times8+8^2$ $=x^2-16x+64$	⑤	$(-x-7)^2$ $=(-x)^2-2\times(-x)\times7+7^2$ $=x^2+14x+49$
例	$(5x+3y)^2$ $=(5x)^2+2\times5x\times3y+(3y)^2$ $=25x^2+30xy+9y^2$	⑥	$(4x+2y)^2$ $=(4x)^2+2\times4x\times2y+(2y)^2$ $=16x^2+16xy+4y^2$	⑦	$(6x+3y)^2$ $=(6x)^2+2\times6x\times3y+(3y)^2$ $=36x^2+36xy+9y^2$
⑧	$(3x-5y)^2$ $=(3x)^2-2\times3x\times5y+(5y)^2$ $=9x^2-30xy+25y^2$	⑨	$(2x-5y)^2$ $=(2x)^2-2\times2x\times5y+(5y)^2$ $=4x^2-20xy+25y^2$	⑩	$(-4x-7y)^2$ $=(-4x)^2-2\times(-4x)\times7y+(7y)^2$ $=16x^2+56xy+49y^2$
例	$(3x+\frac{2}{5})^2$ $=(3x)^2+2\times3x\times\frac{2}{5}+(\frac{2}{5})^2$ $=9x^2+\frac{12}{5}x+\frac{4}{25}$	⑪	$(2x+\frac{3}{7})^2$ $=(2x)^2+2\times2x\times\frac{3}{7}+(\frac{3}{7})^2$ $=4x^2+\frac{12}{7}x+\frac{9}{49}$	⑫	$(6x+\frac{3}{5})^2$ $=(6x)^2+2\times6x\times\frac{3}{5}+(\frac{3}{5})^2$ $=36x^2+\frac{36}{5}x+\frac{9}{25}$
⑬	$(5x-\frac{1}{3})^2$ $=(5x)^2-2\times5x\times\frac{1}{3}+(\frac{1}{3})^2$ $=25x^2-\frac{10}{3}x+\frac{1}{9}$	⑭	$(3x-\frac{1}{2})^2$ $=(3x)^2-2\times3x\times\frac{1}{2}+(\frac{1}{2})^2$ $=9x^2-3x+\frac{1}{4}$	⑮	$(-4x-\frac{2}{7})^2$ $=(-4x)^2-2\times(-4x)\times\frac{2}{7}+(\frac{2}{7})^2$ $=16x^2+\frac{16}{7}x+\frac{4}{49}$

和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

次の式を展開しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$(x+3)(x-3)$ $=x^2-3^2$ $=x^2-9$	①	$(x+5)(x-5)$ $=x^2-5^2$ $=x^2-25$	②	$(6+x)(6-x)$ $=6^2-x^2$ $=36-x^2$
③	$(2x+7)(2x-7)$ $=(2x)^2-7^2$ $=4x^2-49$	④	$(3x+2)(3x-2)$ $=(3x)^2-2^2$ $=9x^2-4$	⑤	$(4+5x)(4-5x)$ $=4^2-(5x)^2$ $=16-25x^2$
例	$(x+\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3})$ $=x^2-(\frac{1}{3})^2=x^2-\frac{1}{9}$	⑥	$(x+\frac{2}{5})(x-\frac{2}{5})$ $=x^2-(\frac{2}{5})^2=x^2-\frac{4}{25}$	⑦	$(2x+\frac{3}{4})(2x-\frac{3}{4})$ $=(2x)^2-(\frac{3}{4})^2=4x^2-\frac{9}{16}$
⑧	$(3x+\frac{1}{2})(3x-\frac{1}{2})$ $=(3x)^2-(\frac{1}{2})^2=9x^2-\frac{1}{4}$	⑨	$(2x+\frac{5}{6}y)(2x-\frac{5}{6}y)$ $=(2x)^2-(\frac{5}{6}y)^2=4x^2-\frac{25}{36}y^2$	⑩	$(3x+\frac{3}{7}y)(3x-\frac{3}{7}y)$ $=(3x)^2-(\frac{3}{7}y)^2=9x^2-\frac{9}{49}y^2$

1 つの計算で、いくつかの公式を使うこともあります。

次の式を簡単にしましょう。(3 点×10 問=30 点)

例	$(x+3)^2+(x+3)(x+5)$ $=x^2+6x+9+x^2+8x+15$ $=2x^2+14x+24$	①	$(x+8)(x+3)+(x-4)^2$ $=x^2+11x+24+x^2-8x+16$ $=2x^2+3x+40$
②	$(x+5)(x-5)+(4x+2)^2$ $=x^2-25+16x^2+16x+4$ $=17x^2+16x-21$	③	$(x+1)^2-(x-5)(x-9)$ $=x^2+2x+1-(x^2-14x+45)$ $=x^2+2x+1-x^2+14x-45$ $=16x-44$
④	$(x-4)^2-(x+4)^2$ $=x^2-8x+16-(x^2+8x+16)$ $=x^2-8x+16-x^2-8x-16$ $=-16x$	⑤	$(x+3)(x-3)-(x-7)(x+2)$ $=x^2-9-(x^2-5x-14)$ $=x^2-9-x^2+5x+14$ $=5x+5$
例	$(x+2)^2-2(3x+2)(3x-2)$ $=x^2+4x+4-2(9x^2-4)$ $=x^2+4x+4-18x^2+8$ $=-17x^2+4x+12$	⑥	$(x+5)(x-3)+3(2x+3)(2x-3)$ $=x^2+2x-15+3(4x^2-9)$ $=x^2+2x-15+12x^2-27$ $=13x^2+2x-42$
⑦	$(x-8)^2+4(x+1)^2$ $=x^2-16x+64+4(x^2+2x+1)$ $=x^2-16x+64+4x^2+8x+4$ $=5x^2-8x+68$	⑧	$(-x-7)^2+2(3x+2)(3x-2)$ $=x^2+14x+49+2(9x^2-4)$ $=x^2+14x+49+18x^2-8$ $=19x^2+14x+41$
⑨	$(x-5)(x-9)-3(x+2)^2$ $=x^2-14x+45-3(x^2+4x+4)$ $=x^2-14x+45-3x^2-12x-12$ $=-2x^2-26x+33$	⑩	$(6+x)(6-x)-4(x+2)(x+1)$ $=36-x^2-4(x^2+3x+2)$ $=36-x^2-4x^2-12x-8$ $=-5x^2-12x+28$

1章 3 素因数分解

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

それ以上わることが出来ない自然数を**素数**といいます。(※ 1は素数ではありません。)
6は2や3でわることが出来るので素数ではない。 7はそれ以上わることが出来ないので素数である。

次の自然数が素数なら○、素数でないなら×を書きましょう。(1点×20問=20点)

①	1	×	②	2	○	③	3	○	④	4	×
⑤	5	○	⑥	6	×	⑦	7	○	⑧	8	×
⑨	9	×	⑩	10	×	⑪	11	○	⑫	12	×
⑬	13	○	⑭	14	×	⑮	15	×	⑯	16	×
⑰	17	○	⑱	18	×	⑲	19	○	⑳	20	×

ある整数を割ることが出来る整数を**因数**といいます。
30を割ることが出来る整数(2, 3, 5, 6, 10, 15)は、30の因数です。

次の整数の因数を全て答えましょう。(1点×5問=5点)

例	20 2, 4, 5, 10	①	12 2, 3, 4, 6	②	16 2, 4, 8
③	18 2, 3, 6, 9	④	24 2, 3, 4, 6, 8, 12	⑤	42 2, 3, 6, 7, 12, 21

因数であり素数でもある数を**素因数**といいます。
ある自然数を素数だけで割っていくことを、**素因数分解**といいます。
素因数分解は、一番小さい素数で割っていき、かけ算で表します。

次の自然数を素因数分解しましょう。(3点×10問=30点)

例	90 2) 90 3) 45 3) 15 5 $2\times3^2\times5$	例	36 2) 36 2) 18 3) 9 3 $2^2\times3^2$	①	30 2) 30 3) 15 5 $2\times3\times5$	②	12 2) 12 2) 6 3 $2^2\times3$
③	8 2) 8 2) 4 2 2^3	④	27 3) 27 3) 9 3 3^3	⑤	28 2) 28 2) 14 7 $2^2\times7$	⑥	70 2) 70 5) 35 7 $2\times5\times7$
⑦	100 2) 100 2) 50 5) 25 5 $2^2\times5^2$	⑧	140 2) 140 2) 70 5) 35 7 $2^2\times5\times7$	⑨	330 2) 330 3) 165 5) 55 11 $2\times3\times5\times11$	⑩	294 2) 294 3) 147 7) 49 7 $2\times3\times7^2$

最大公約数を求める場合、素因数分解して、共通して割ることが出来た素因数をかけます。
(※ 3 つの自然数の場合、3 つとも共通して割ることが出来た素因数だけをかけます。)
最小公倍数を求める場合、素因数分解して、全ての数をかけます。
(※ 3 つの自然数の場合、3 つのうち 2 つだけ共通して割ることが出来る数も素因数分解します。)

次の自然数の最大公約数と最小公倍数を求めましょう。(3 点×15 問=45 点)

例 24, 30
2) 24 30
3) 12 15
4 5
最大公約数
2×3=6
最小公倍数
2×3×4×5=120

① 28, 42
2) 28 42
7) 14 21
2 3
最大公約数
2×7=14
最小公倍数
2×7×2×3=84

② 18, 24
2) 18 24
3) 9 12
3 4
最大公約数
2×3=6
最小公倍数
2×3×3×4=72

③ 12, 16
2) 12 16
2) 6 8
3 4
最大公約数
2^2=4
最小公倍数
2^2×3×4=48

④ 24, 36
2) 24 36
2) 12 18
3) 6 9
2 3
最大公約数
2^2×3=12
最小公倍数
2^2×3×2×3=72

⑤ 48, 60
2) 48 60
2) 24 30
3) 12 15
4 5
最大公約数
2^2×3=12
最小公倍数
2^2×3×4×5=240

⑥ 56, 72
2) 56 72
2) 28 36
2) 14 18
7 9
最大公約数
2^3=8
最小公倍数
2^3×7×9=504

⑦ 135, 90
3) 135 90
3) 45 30
5) 15 10
3 2
最大公約数
3^2×5=45
最小公倍数
3^2×5×3×2=270

⑧ 72, 20, 36
2) 72 20 36
2) 36 10 18
3) 18 5 9
3) 6 5 3
2 5 1
最大公約数
2^2=4
最小公倍数
2^2×3^2×2×5=360

⑨ 24, 30, 48
2) 24 30 48
3) 12 15 24
2) 4 5 8
2) 2 5 4
1 5 2
最大公約数
2×3=6
最小公倍数
2×3×2^3×5=240

⑩ 16, 24, 32
2) 16 24 32
2) 8 12 16
2) 4 6 8
2) 2 3 4
1 3 2
最大公約数
2^3=8
最小公倍数
2^3×2^2×3=96

⑪ 40, 56, 84
2) 40 56 84
2) 20 28 42
2) 10 14 21
7) 5 7 21
5 1 3
最大公約数
2^2=4
最小公倍数
2^2×2×7×5×3=840

⑫ 30, 40, 60
2) 30 40 60
5) 15 20 30
2) 3 4 6
3) 3 2 3
1 2 1
最大公約数
2×5=10
最小公倍数
2×5×2^2×3=120

⑬ 12, 36, 180
2) 12 36 180
2) 6 18 90
3) 3 9 45
3) 1 3 15
1 1 5
最大公約数
2^2×3=12
最小公倍数
2^2×3×3×5=180

⑭ 56, 48, 120
2) 56 48 120
2) 28 24 60
2) 14 12 30
3) 7 6 15
7 2 5
最大公約数
2^3=8
最小公倍数
2^3×3×7×2×5=1680

⑮ 30, 120, 180
2) 30 120 180
3) 15 60 90
5) 5 20 30
2) 1 4 6
1 2 3
最大公約数
2×3×5=30
最小公倍数
2×3×5×2^2×3=360

1章 4 因数分解

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

展開されている式を、かっこのある式にまとめることを因数分解といいます。
因数分解する場合、共通の因数を見つけて、かっこにまとめます。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$6a^2+9a$ $=3a\times2a+3a\times3$ $=3a(2a+3)$	①	$8a^2+6a$ $=2a\times4a+2a\times3$ $=2a(4a+3)$	②	$10a^2+5a$ $=5a\times2a+5a\times1$ $=5a(2a+1)$	③	$3a^2-3a$ $=3a\times a-3a\times1$ $=3a(a-1)$
④	$8a^2-12a$ $=4a\times2a-4a\times3$ $=4a(2a-3)$	⑤	$2a^2-3a$ $=a\times2a-a\times3$ $=a(2a-3)$	例	$4a^2+6ab$ $=2a\times2a+2a\times3b$ $=2a(2a+3b)$	⑥	$15a^2+6ab$ $=3a\times5a+3a\times2b$ $=3a(5a+2b)$
⑦	$8ab+2ab^2$ $=2ab\times4+2ab\times b$ $=2ab(4+b)$	⑧	$15a^2b-10ab$ $=5ab\times3a-5ab\times2$ $=5ab(3a-2)$	⑨	$8ab-24ab^2$ $=8ab\times1-8ab\times3b$ $=8ab(1-3b)$	⑩	$10ab-6ab^2$ $=2ab\times5-2ab\times3b$ $=2ab(5-3b)$

和と差の積の公式を利用して因数分解することが出来ます。$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	x^2-9 $=x^2-3^2$ $=(x+3)(x-3)$	①	x^2-16 $=x^2-4^2$ $=(x+4)(x-4)$	②	x^2-64 $=x^2-8^2$ $=(x+8)(x-8)$	③	x^2-25 $=x^2-5^2$ $=(x+5)(x-5)$
④	x^2-100 $=x^2-10^2$ $=(x+10)(x-10)$	⑤	x^2-121 $=x^2-11^2$ $=(x+11)(x-11)$	例	$4x^2-49$ $=(2x)^2-7^2$ $=(2x+7)(2x-7)$	⑥	$36x^2-49$ $=(6x)^2-7^2$ $=(6x+7)(6x-7)$
⑦	$25x^2-81$ $=(5x)^2-9^2$ $=(5x+9)(5x-9)$	⑧	$9x^2-144$ $=(3x)^2-12^2$ $=(3x+12)(3x-12)$	⑨	$16x^2-169$ $=(4x)^2-13^2$ $=(4x+13)(4x-13)$	⑩	$100x^2-121$ $=(10x)^2-11^2$ $=(10x+11)(10x-11)$

平方の公式を利用して因数分解することが出来ます。$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$　$a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	x^2+6x+9 $=x^2+2\times x\times3+3^2$ $=(x+3)^2$	①	x^2+4x+4 $=x^2+2\times x\times2+2^2$ $=(x+2)^2$	②	x^2+2x+1 $=x^2+2\times x\times1+1^2$ $=(x+1)^2$
③	$x^2-8x+16$ $=x^2-2\times x\times4+4^2$ $=(x-4)^2$	④	$x^2-16x+64$ $=x^2-2\times x\times8+8^2$ $=(x-8)^2$	⑤	$x^2-14x+49$ $=x^2-2\times x\times7+7^2$ $=(x-7)^2$
例	$25x^2+30xy+9y^2$ $=(5x)^2+2\times5x\times3y+(3y)^2$ $=(5x+3y)^2$	⑥	$16x^2+16xy+4y^2$ $=(4x)^2+2\times4x\times2y+(2y)^2$ $=(4x+2y)^2$	⑦	$36x^2+36xy+9y^2$ $=(6x)^2+2\times6x\times3y+(3y)^2$ $=(6x+3y)^2$
⑧	$9x^2-30xy+25y^2$ $=(3x)^2-2\times3x\times5y+(5y)^2$ $=(3x-5y)^2$	⑨	$4x^2-20xy+25y^2$ $=(2x)^2-2\times2x\times5y+(5y)^2$ $=(2x-5y)^2$	⑩	$16x^2-56xy+49y^2$ $=(4x)^2-2\times4x\times7y+(7y)^2$ $=(4x-7y)^2$

乗法の公式を利用して因数分解することが出来ます。 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
$x^2+11x+24$ を因数分解する場合、かけて 24、足して 11 になる数字の組み合わせを見つけます。
かけて 24 になるのは、1×24、2×12、3×8、4×6 で、
そのうち、足して 11 になるのは 3+8 なので、因数分解すると、$(x+3)(x+8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×5 問=10 点)

例	$x^2+8x+15$ $=(x+3)(x+5)$ 3×5=15, 3+5=8	①	$x^2+11x+28$ $=(x+4)(x+7)$ 4×7=28, 4+7=11	②	x^2+3x+2 $=(x+1)(x+2)$ 1×2=2, 1+2=3
③	$x^2+8x+12$ $=(x+2)(x+6)$ 2×6=12, 2+6=8	④	x^2+6x+8 $=(x+2)(x+4)$ 2×4=8, 2+4=6	⑤	$x^2+9x+20$ $=(x+4)(x+5)$ 4×5=20, 4+5=9

かけてプラス、足してマイナスになる数字の組み合わせは、両方の数字がマイナスになります。
$x^2-11x+24$ を因数分解する場合、かけて 24、足して−11 になる数字の組み合わせを見つけます。
かけて 24 になるのは、(−1)×(−24)、(−2)×(−12)、(−3)×(−8)、(−4)×(−6)で、
そのうち、足して−11 になるのは−3−8 なので、因数分解すると、$(x-3)(x-8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×5 問=10 点)

例	$x^2-8x+12$ $=(x-2)(x-6)$ (−2)×(−6)=12, −2−6=−8	①	$x^2-8x+15$ $=(x-3)(x-5)$ (−3)×(−5)=15, −3−5=−8	②	$x^2-9x+20$ $=(x-4)(x-5)$ (−4)×(−5)=20, −4−5=−9
③	$x^2-9x+14$ $=(x-2)(x-7)$ (−2)×(−7)=14, −2−7=−9	④	x^2-6x+8 $=(x-2)(x-4)$ (−2)×(−4)=8, −2−4=−6	⑤	$x^2-14x+45$ $=(x-5)(x-9)$ (−5)×(−9)=45, −5−9=−14

かけてマイナスになる数字の組み合わせは、1 つがプラス、1 つがマイナスになります。
$x^2+3x-40$ を因数分解する場合、かけて−40、足して 3 になる数字の組み合わせを見つけます。
かけて−40 になるのは、(−1)×40、(−2)×20、(−4)×10、(−5)×8 で、
そのうち、足して 3 になるのは−5+8 なので、因数分解すると、$(x-5)(x+8)$になります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	x^2+2x-3 $=(x-1)(x+3)$ (−1)×3=−3, −1+3=2	①	x^2+8x-9 $=(x-1)(x+9)$ (−1)×9=−9, −1+9=8	②	$x^2+3x-18$ $=(x-3)(x+6)$ (−3)×6=−18, −3+6=3
③	$x^2+8x-65$ $=(x-5)(x+13)$ (−5)×13=−65, −5+13=8	④	$x^2+5x-24$ $=(x-3)(x+8)$ (−3)×8=−24, −3+8=5	⑤	$x^2+3x-10$ $=(x-2)(x+5)$ (−2)×5=−10, −2+5=3
例	$x^2-3x-28$ $=(x+4)(x-7)$ 4×(−7)=−28, 4−7=−3	⑥	$x^2-4x-45$ $=(x+5)(x-9)$ 5×(−9)=−45, 5−9=−4	⑦	$x^2-6x-72$ $=(x+6)(x-12)$ 6×(−12)=−72, 6−12=−6
⑧	x^2-x-56 $=(x+7)(x-8)$ 7×(−8)=−56, 7−8=−1	⑨	$x^2-5x-36$ $=(x+4)(x-9)$ 4×(−9)=−36, 4−9=−5	⑩	x^2-x-42 $=(x+6)(x-7)$ 6×(−7)=−42, 6−7=−1

1章　5　因数分解の利用(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

和と差の積の公式を利用すると、計算が簡単にできる場合があります。
和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

和と差の積の公式を利用して計算しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	41^2-39^2 $=(41+39)\times(41-39)$ $=80\times2$ $=160$	①	26^2-24^2 $=(26+24)\times(26-24)$ $=50\times2$ $=100$	②	61^2-39^2 $=(61+39)\times(61-39)$ $=100\times22$ $=2200$
③	58^2-48^2 $=(58+48)\times(58-48)$ $=106\times10$ $=1060$	④	75^2-25^2 $=(75+25)\times(75-25)$ $=100\times50$ $=5000$	⑤	152^2-148^2 $=(152+148)\times(152-148)$ $=300\times4$ $=1200$
例	51×49 $=(50+1)\times(50-1)$ $=50^2-1^2$ $=2500-1=2499$	⑥	102×98 $=(100+2)\times(100-2)$ $=100^2-2^2$ $=10000-4=9996$	⑦	105×95 $=(100+5)\times(100-5)$ $=100^2-5^2$ $=10000-25=9975$
⑧	53×47 $=(50+3)\times(50-3)$ $=50^2-3^2$ $=2500-9=2491$	⑨	72×68 $=(70+2)\times(70-2)$ $=70^2-2^2$ $=4900-4=4896$	⑩	91×89 $=(90+1)\times(90-1)$ $=90^2-1^2$ $=8100-1=8099$

平方の公式を利用すると、計算が簡単にできる場合があります。
平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	53^2 $=(50+3)^2$ $=50^2+2\times50\times3+3^2$ $=2500+300+9=2809$	①	105^2 $=(100+5)^2$ $=100^2+2\times100\times5+5^2$ $=10000+1000+25=11025$	②	101^2 $=(100+1)^2$ $=100^2+2\times100\times1+1^2$ $=10000+200+1=10201$
③	54^2 $=(50+4)^2$ $=50^2+2\times50\times4+4^2$ $=2500+400+16=2916$	④	73^2 $=(70+3)^2$ $=70^2+2\times70\times3+3^2$ $=4900+420+9=5329$	⑤	92^2 $=(90+2)^2$ $=90^2+2\times90\times2+2^2$ $=8100+360+4=8464$
例	47^2 $=(50-3)^2$ $=50^2-2\times50\times3+3^2$ $=2500-300+9=2209$	⑥	96^2 $=(100-4)^2$ $=100^2-2\times100\times4+4^2$ $=10000-800+16=9216$	⑦	98^2 $=(100-2)^2$ $=100^2-2\times100\times2+2^2$ $=10000-400+4=9604$
⑧	79^2 $=(80-1)^2$ $=80^2-2\times80\times1+1^2$ $=6400-160+1=6241$	⑨	48^2 $=(50-2)^2$ $=50^2-2\times50\times2+2^2$ $=2500-200+4=2304$	⑩	67^2 $=(70-3)^2$ $=70^2-2\times70\times3+3^2$ $=4900-420+9=4489$

共通の因数を取り出してかっこにまとめると、因数分解できる場合があります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×20 問＝40 点)

例	$2ax^2-16ax+24a$ $=2a(x^2-8x+12)$ $=2a(x-2)(x-6)$	①	$3x^2-192$ $=3(x^2-64)$ $=3(x+8)(x-8)$	②	$4x^2-100$ $=4(x^2-25)$ $=4(x+5)(x-5)$
③	$2ax^2-32a$ $=2a(x^2-16)$ $=2a(x+4)(x-4)$	④	$36x^2y-49y$ $=y(36x^2-49)$ $=y(6x+7)(6x-7)$	⑤	$9abx^2-121ab$ $=ab(9x^2-121)$ $=ab(3x+11)(3x-11)$
⑥	$7x^2+14x+7$ $=7(x^2+2x+1)$ $=7(x+1)^2$	⑦	$3x^2-42x+147$ $=3(x^2-14x+49)$ $=3(x-7)^2$	⑧	$4x^2-32x+64$ $=4(x^2-8x+16)$ $=4(x-4)^2$
⑨	$5ax^2+30ax+45a$ $=5a(x^2+6x+9)$ $=5a(x+3)^2$	⑩	$6ax^2+24ax+24a$ $=6a(x^2+4x+4)$ $=6a(x+2)^2$	⑪	$2ax^2-32ax+128a$ $=2a(x^2-16x+64)$ $=2a(x-8)^2$
⑫	$3x^2+33x+84$ $=3(x^2+11x+28)$ $=3(x+4)(x+7)$	⑬	$4x^2+32x+48$ $=4(x^2+8x+12)$ $=4(x+2)(x+6)$	⑭	$5x^2-55x+120$ $=5(x^2-11x+24)$ $=5(x-3)(x-8)$
⑮	$4bx^2+32bx-36b$ $=4b(x^2+8x-9)$ $=4b(x-1)(x+9)$	⑯	$2ax^2+16ax-130a$ $=2a(x^2+8x-65)$ $=2a(x-5)(x+13)$	⑰	$3x^2y+9xy-30y$ $=3y(x^2+3x-10)$ $=3y(x-2)(x+5)$
⑱	$3x^2-12x-135$ $=3(x^2-4x-45)$ $=3(x+5)(x-9)$	⑲	$2x^2-2x-112$ $=2(x^2-x-56)$ $=2(x+7)(x-8)$	⑳	$3ax^2-3ax-126a$ $=3a(x^2-x-42)$ $=3a(x+6)(x-7)$

かっこの中身を M と置き換えると、因数分解できる場合があります。

次の式を因数分解しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$(x-5)a-(x-5)b$ $=\mathrm{M}a-\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a-b)$ $=(x-5)(a-b)$	①	$(x+3)a+(x+3)b$ $=\mathrm{M}a+\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a+b)$ $=(x+3)(a+b)$	②	$(x-7)a+(x-7)b$ $=\mathrm{M}a+\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a+b)$ $=(x-7)(a+b)$
③	$(3x+8)a+(3x+8)b$ $=\mathrm{M}a+\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a+b)$ $=(3x+8)(a+b)$	④	$(4x-2)a-(4x-2)b$ $=\mathrm{M}a-\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a-b)$ $=(4x-2)(a-b)$	⑤	$(2x+1)a-(2x+1)b$ $=\mathrm{M}a-\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a-b)$ $=(2x+1)(a-b)$
例	$(a-3)^2-49$ $=\mathrm{M}^2-7^2=(\mathrm{M}+7)(\mathrm{M}-7)$ $=(a-3+7)(a-3-7)$ $=(a+4)(a-11)$	⑥	$(a+5)^2-16$ $=\mathrm{M}^2-4^2=(\mathrm{M}+4)(\mathrm{M}-4)$ $=(a+5+4)(a+5-4)$ $=(a+9)(a+1)$	⑦	$(a-2)^2-81$ $=\mathrm{M}^2-9^2=(\mathrm{M}+9)(\mathrm{M}-9)$ $=(a-2+9)(a-2-9)$ $=(a+7)(a-11)$
⑧	$(x+3)^2-9(x+3)+14$ $=\mathrm{M}^2-9\mathrm{M}+14$ $=(\mathrm{M}-2)(\mathrm{M}-7)$ $=(x+3-2)(x+3-7)$ $=(x+1)(x-4)$	⑨	$(x-4)^2+5(x-4)-24$ $=\mathrm{M}^2+5\mathrm{M}-24$ $=(\mathrm{M}+8)(\mathrm{M}-3)$ $=(x-4+8)(x-4-3)$ $=(x+4)(x-7)$	⑩	$(x+5)^2-6(x+5)-27$ $=\mathrm{M}^2-6\mathrm{M}-27$ $=(\mathrm{M}+3)(\mathrm{M}-9)$ $=(x+5+3)(x+5-9)$ $=(x+8)(x-4)$

1章	6 因数分解の利用(2)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

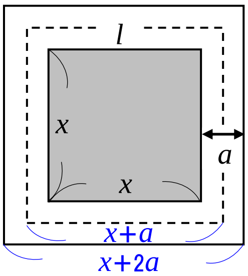
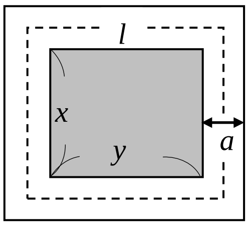
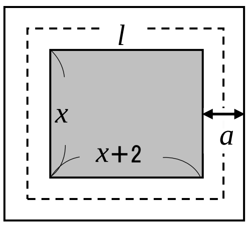
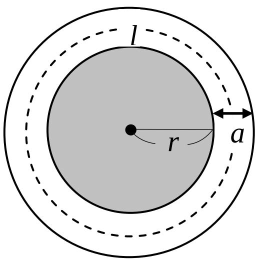
文字に数字を代入する場合、先に式を簡単にしてから代入します。

$x=5$ のとき、次の値を求めましょう。(4点×5問＝20点)

例	$(x-3)^2-(x+2)^2$ $=x^2-6x+9-(x^2+4x+4)$ $=x^2-6x+9-x^2-4x-4$ $=-10x+5$ $-10\times5+5=-50+5=-45$	①	$(x-2)^2-(x+1)^2$ $=x^2-4x+4-(x^2+2x+1)$ $=x^2-4x+4-x^2-2x-1$ $=-6x+3$ $-6\times5+3=-30+3=-27$	②	$(x+1)^2-(x-2)(x-3)$ $=x^2+2x+1-(x^2-5x+6)$ $=x^2+2x+1-x^2+5x-6$ $=7x-5$ $7\times5-5=35-5=30$
③	$(x+3)(x-3)-(x-7)(x+2)$ $=x^2-9-(x^2-5x-14)$ $=x^2-9-x^2+5x+14$ $=5x+5$ $5\times5+5=25+5=30$	④	$4x^2-12x+9$ $=(2x-3)^2$ $(2\times5-3)^2$ $=(10-3)^2=7^2=49$	⑤	$9x^2-12xy+4$ $=(3x-2)^2$ $(3\times5-2)^2$ $=(15-2)^2=13^2=169$

道の幅を求める問題は、外側の面積－内側の面積　で計算します。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(10点×3問＝30点)

例		1辺の長さが x の正方形の畑のまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積をS、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S＝大きい正方形(㋐$x+2a$　)^2－小さい正方形(㋑x　)^2 式を解くと、(㋒$x^2+4ax+4a^2$　)－(㋓x^2　)＝(㋔$4ax+4a^2$　) l＝(㋕$4x+4a$　) al＝(㋖$4ax+4a^2$　)　㋔＝㋖なので、$S=al$ となる。
①		縦の長さが x、横の長さが y の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積をS、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S＝大きい長方形(㋐$x+2a$　)×(㋑$y+2a$　)－小さい長方形(㋒xy　) 式を解くと、(㋓$xy+2ax+2ay+4a^2$　)－(㋒xy　)＝(㋔$2ax+2ay+4a^2$　) l＝縦(㋕$x+a$　)×2＋横(㋖$y+a$　)×2＝(㋗$2x+2y+4a$　) al＝(㋘$2ax+2ay+4a^2$　)　㋔＝㋘なので、$S=al$ となる。
②		縦の長さが x、横の長さが $x+2$ の畑のまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積をS、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S＝大きい長方形(㋐$x+2a$　)×(㋑$x+2+2a$　)－小さい長方形 x×(㋒$x+2$　) 式を解くと、(㋓$x^2+2x+4ax+4a+4a^2$　)－(㋔x^2+2x　)＝(㋕$4ax+4a+4a^2$　) l＝縦(㋖$x+a$　)×2＋横(㋗$x+2+a$　)×2＝(㋘$4x+4+4a$　) al＝(㋙$4ax+4a+4a^2$　)　㋕＝㋙なので、$S=al$ となる。
③		半径 r の円形の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積をS、道の真ん中を通る線の長さを l とすると $S=al$ となる。 S＝大きい円(㋐$r+a$　)^2×π－小さい円(㋑πr^2　) 式を解くと、(㋒$\pi r^2+2\pi ar+\pi a^2$　)－(㋑πr^2　)＝(㋓$2\pi ar+\pi a^2$　) l＝直径(㋔$2r+a$　)×π＝(㋕$2\pi r+\pi a$　) al＝(㋖$2\pi ar+\pi a^2$　)　㋓＝㋖なので、$S=al$ となる。

ある自然数を n と表し、連続する 3 つの整数は $n-1$、n、$n+1$ のように表します。
偶数は 2 の倍数なので $2m$ と表し、連続する偶数は $2m$、$2m+2$ のように表します。
奇数は偶数に 1 を足した数字なので $2n+1$ と表し、連続する奇数は $2n+1$、$2n+3$ のように表します。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例	連続した 3 つの整数で、真ん中の整数を 2 乗した数は、残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数と等しい。
	真ん中の整数を n とすると、最小の整数は(㋐$n-1$　)、最大の整数は(㋑$n+1$　)と表される。 真ん中の整数を 2 乗した数＝(㋒n^2　) 残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数＝㋐×㋑＋1＝(㋓n^2　) ㋒＝㋓なので、真ん中の整数を 2 乗した数は、残りの 2 つの整数の積に 1 を足した数と等しい。
①	連続した 3 つの整数で、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。
	真ん中の整数を n とすると、最小の整数は(㋐$n-1$　)、最大の整数は(㋑$n+1$　)と表される。 最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差＝㋑^{2}－㋐^{2}＝(㋒$4n$　) 真ん中の整数の 4 倍＝(㋓$4n$　) ㋒＝㋓なので、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。
②	連続した 2 つの整数で、大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差は、その 2 つの整数の和に等しい。
	小さい整数を n とすると、大きい整数は(㋐$n+1$　)と表される。 大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差＝㋐^{2}－n^2＝(㋑$2n+1$　) その 2 つの整数の和＝n＋㋐＝(㋒$2n+1$　) ㋑＝㋒なので、大きい整数の 2 乗と小さい整数の 2 乗の差は、その 2 つの整数の和に等しい。
③	連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数は、偶数の 2 乗になる。
	ある自然数を n とすると、小さい奇数は(㋐$2n+1$　)、大きい奇数は(㋑$2n+3$　)と表される。 連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数＝㋐×㋑＋1＝(㋒$4n^2+8n+4$　) これを因数分解すると(㋓$2n+2$　)^{2}になる。 ㋓は偶数なので、連続した 2 つの奇数の積に 1 を足した数は、偶数の 2 乗になる。
④	連続した 2 つの奇数で、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。
	ある自然数を n とすると、小さい奇数は(㋐$2n+1$　)、大きい奇数は(㋑$2n+3$　)と表される。 大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた数＝㋑^{2}－㋐^{2}＝(㋒$8n+8$　) これを共通因数でまとめると 8×(㋓$n+1$　)になる。 よって、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。
⑤	奇数と奇数の積は奇数になる。
	ある自然数を m、n とする。 1 つの奇数は m を使って(㋐$2m+1$　)、もう 1 つの奇数は n を使って(㋑$2n+1$　)と表される。 奇数と奇数の積＝㋐×㋑＝(㋒$4mn+2m+2n+1$　)＝$2(2mn+m+n)+1$ $2(2mn+m+n)+1$ は奇数なので、奇数と奇数の積は奇数になる。

2章 1 平方根(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

2乗すると a になる数を、a の**平方根**といいます。0の平方根は0です。
平方根は絶対値の等しい正と負の2つの数になるので、±の符号をつけて表します。

次の数の平方根を求めましょう。(1点×10問=10点)

例	36	±6	例	0.36	±0.6	①	9	±3	②	4	±2
③	81	±9	④	16	±4	⑤	1	±1	⑥	121	±11
⑦	0.25	±0.5	⑧	0.64	±0.8	⑨	0.01	±0.1	⑩	0	0

平方根を表す記号を**根号**といい、√ (ルート)とよみます。

次の数の平方根を求めましょう。(1点×10問=10点)

例	5	$\pm\sqrt{5}$	例	0.5	$\pm\sqrt{0.5}$	①	3	$\pm\sqrt{3}$	②	6	$\pm\sqrt{6}$
③	7	$\pm\sqrt{7}$	④	11	$\pm\sqrt{11}$	⑤	15	$\pm\sqrt{15}$	⑥	22	$\pm\sqrt{22}$
⑦	0.2	$\pm\sqrt{0.2}$	⑧	0.7	$\pm\sqrt{0.7}$	⑨	0.19	$\pm\sqrt{0.19}$	⑩	0.23	$\pm\sqrt{0.23}$

正方形の1辺の長さを求める問題などで、平方根を利用出来ます。

正方形の面積が次の値のとき、1辺の長さを求めましょう。(1点×10問=10点)

例	10cm^2	$\sqrt{10}$ cm	例	25cm^2	5cm	①	6cm^2	$\sqrt{6}$ cm	②	30cm^2	$\sqrt{30}$ cm
③	7cm^2	$\sqrt{7}$ cm	④	15cm^2	$\sqrt{15}$ cm	⑤	23cm^2	$\sqrt{23}$ cm	⑥	3cm^2	$\sqrt{3}$ cm
⑦	64cm^2	8cm	⑧	81cm^2	9cm	⑨	16cm^2	4cm	⑩	100cm^2	10cm

分数の平方根は、分母と分子をそれぞれ分けて考えます。

次の数の平方根を求めましょう。(1点×10問=10点)

例	$\frac{25}{36}$	$\pm\frac{5}{6}$	例	$\frac{2}{3}$	$\pm\sqrt{\frac{2}{3}}$	①	$\frac{4}{9}$	$\pm\frac{2}{3}$	②	$\frac{16}{49}$	$\pm\frac{4}{7}$
③	$\frac{1}{81}$	$\pm\frac{1}{9}$	④	$\frac{100}{121}$	$\pm\frac{10}{11}$	⑤	$\frac{1}{2}$	$\pm\sqrt{\frac{1}{2}}$	⑥	$\frac{3}{7}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{7}}$
⑦	$\frac{1}{5}$	$\pm\sqrt{\frac{1}{5}}$	⑧	$\frac{3}{10}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{10}}$	⑨	$\frac{2}{7}$	$\pm\sqrt{\frac{2}{7}}$	⑩	$\frac{5}{19}$	$\pm\sqrt{\frac{5}{19}}$

√を使わずに表したものを、**平方根の値**といいます。

次の平方根の値を求めましょう。(1点×10問=10点)

例	$\sqrt{36}$	6	例	$\sqrt{\frac{25}{36}}$	$\frac{5}{6}$	①	$\sqrt{64}$	8	②	$\sqrt{16}$	4
③	$\sqrt{9}$	3	④	$\sqrt{49}$	7	⑤	$\sqrt{0.49}$	0.7	⑥	$\sqrt{0.81}$	0.9
⑦	$\sqrt{\frac{1}{9}}$	$\frac{1}{3}$	⑧	$\sqrt{\frac{1}{25}}$	$\frac{1}{5}$	⑨	$\sqrt{\frac{25}{144}}$	$\frac{5}{12}$	⑩	$\sqrt{\frac{16}{121}}$	$\frac{4}{11}$

ある数を√を使って表す場合、2 乗してルートをつけます。

次の数を、√を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	3	$\sqrt{9}$	例	0.6	$\sqrt{0.36}$	①	5	$\sqrt{25}$	②	7	$\sqrt{49}$
③	1	$\sqrt{1}$	④	6	$\sqrt{36}$	⑤	7	$\sqrt{49}$	⑥	11	$\sqrt{121}$
⑦	0.8	$\sqrt{0.64}$	⑧	0.9	$\sqrt{0.81}$	⑨	0.2	$\sqrt{0.04}$	⑩	0.4	$\sqrt{0.16}$

平方根の大小は、普通の数字と同じように考えます。

$a<b$ ならば、$\sqrt{a}<\sqrt{b}$

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	$>$	$\sqrt{3}$	例	$\sqrt{0.19}$	$<$	$\sqrt{0.23}$	①	$\sqrt{6}$	$<$	$\sqrt{7}$
②	$\sqrt{22}$	$>$	$\sqrt{15}$	③	$\sqrt{11}$	$<$	$\sqrt{13}$	④	$\sqrt{22}$	$>$	$\sqrt{19}$
⑤	$\sqrt{34}$	$>$	$\sqrt{33}$	⑥	$\sqrt{0.7}$	$>$	$\sqrt{0.2}$	⑦	$\sqrt{0.8}$	$<$	$\sqrt{0.9}$
⑧	$\sqrt{0.5}$	$<$	$\sqrt{0.6}$	⑨	$\sqrt{0.13}$	$>$	$\sqrt{0.12}$	⑩	$\sqrt{0.56}$	$>$	$\sqrt{0.53}$

負の数は、絶対値が大きいほど、数は小さくなります。

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$-\sqrt{5}$	$>$	$-\sqrt{6}$	例	$\sqrt{5}$	$>$	$-\sqrt{3}$	①	$-\sqrt{10}$	$<$	$-\sqrt{2}$
②	$-\sqrt{2}$	$>$	$-\sqrt{3}$	③	$-\sqrt{7}$	$<$	$-\sqrt{6}$	④	$-\sqrt{11}$	$>$	$-\sqrt{17}$
⑤	$-\sqrt{13}$	$>$	$-\sqrt{15}$	⑥	$-\sqrt{43}$	$<$	$-\sqrt{41}$	⑦	$-\sqrt{57}$	$>$	$-\sqrt{67}$
⑧	$-\sqrt{2}$	$<$	$\sqrt{5}$	⑨	$\sqrt{3}$	$>$	$-\sqrt{23}$	⑩	$-\sqrt{5}$	$<$	$\sqrt{2}$

普通の数字と根号の大小を比べる場合、普通の数字を√を使って表すと、比べやすくなります。

次の各組の数字の大小を、不等号を使って表しましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	$>$	2 $\sqrt{4}$	例	$-\sqrt{35}$	$>$	-6 $-\sqrt{36}$	①	$\sqrt{26}$	$>$	5 $\sqrt{25}$
②	$\sqrt{70}$	$>$	8 $\sqrt{64}$	③	$\sqrt{30}$	$<$	6 $\sqrt{36}$	④	$\sqrt{45}$	$<$	7 $\sqrt{49}$
⑤	$\sqrt{101}$	$>$	10 $\sqrt{100}$	⑥	$-\sqrt{10}$	$<$	-3 $-\sqrt{9}$	⑦	$-\sqrt{65}$	$<$	-8 $-\sqrt{64}$
⑧	$-\sqrt{2}$	$<$	-1 $-\sqrt{1}$	⑨	$-\sqrt{5}$	$>$	-4 $-\sqrt{16}$	⑩	$-\sqrt{10}$	$>$	-9 $-\sqrt{81}$

次の問いに答えましょう。(2 点×5 問＝10 点)

①	$\sqrt{70}$ より小さい自然数は全部で何個ありますか。	8 個　($8<\sqrt{70}<9$)
②	$3<\sqrt{n}<4$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	6 個　($\sqrt{9}<\sqrt{n}<\sqrt{16}$)
③	$2<\sqrt{n}<3$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	4 個　($\sqrt{4}<\sqrt{n}<\sqrt{9}$)
④	$\sqrt{8n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	$n=2$　($\sqrt{8\times2}=\sqrt{16}$)
⑤	$\sqrt{12n}$ が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	$n=3$　($\sqrt{12\times3}=\sqrt{36}$)

2章 2 平方根(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

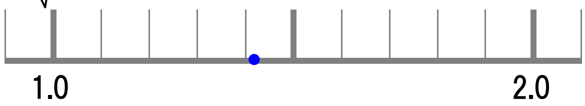
$\sqrt{2}$ の平方根の値は、1.414213…と限りなく続く小数で、正確に表せません。
このような数字は、四捨五入して近似値を求めます。
平方根の近似値は、電卓で数字を入力し、$\sqrt{\ }$ を押すと求めることが出来ます。

[電卓使用]　次の数の近似値を、四捨五入して小数第 3 位まで求めましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\sqrt{2}$ 1.414	例	$\sqrt{3}$ 1.732	①	$\sqrt{5}$ 2.236	②	$\sqrt{6}$ 2.449
③	$\sqrt{7}$ 2.646	④	$\sqrt{8}$ 2.828	⑤	$\sqrt{10}$ 3.162	⑥	$\sqrt{20}$ 4.472
⑦	$\sqrt{35}$ 5.916	⑧	$\sqrt{47}$ 6.856	⑨	$\sqrt{106}$ 10.296	⑩	$\sqrt{294}$ 17.146

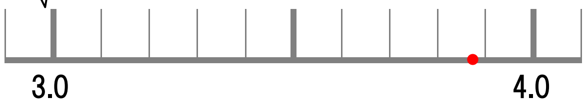
[電卓使用]　次の数の近似値を求め、数直線上に表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例 $\sqrt{2}$ ＝1.414…

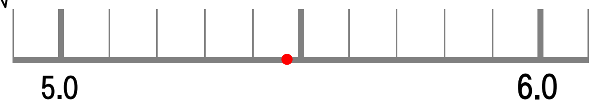


例 $\sqrt{11}$ ＝3.316…

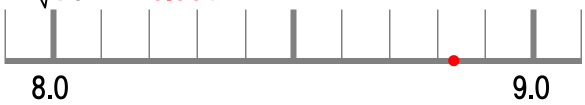
① $\sqrt{15}$ ＝3.872…



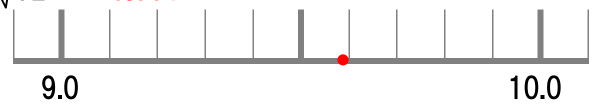
② $\sqrt{30}$ ＝5.477…



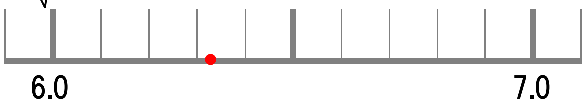
③ $\sqrt{78}$ ＝8.831…



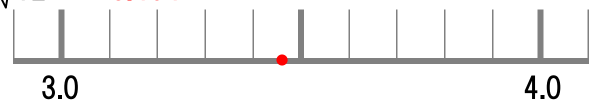
④ $\sqrt{92}$ ＝9.591…



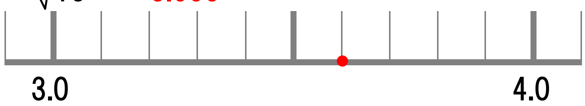
⑤ $\sqrt{40}$ ＝6.324…



⑥ $\sqrt{12}$ ＝3.464…

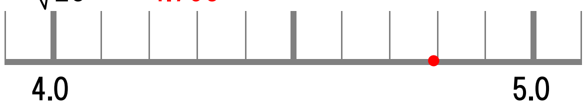


⑦ $\sqrt{13}$ ＝3.605…



⑧ $\sqrt{50}$ ＝7.071…

⑨ $\sqrt{23}$ ＝4.795…



⑩ $\sqrt{99}$ ＝9.949…

よく出る平方根の近似値は、語呂あわせで覚えておくと便利です。
$\sqrt{2}$ → 1.41421356…　一夜一夜に人見ごろ（ひとよひとよにひとみごろ）
$\sqrt{3}$ → 1.7320508…　人並みにおごれや（ひとなみにおごれや）
$\sqrt{5}$ → 2.2360679…　富士山麓オウム鳴く（ふじさんろくオウムなく）

次の数の近似値と語呂あわせの言葉をかきましょう。(5 点×2 問＝10 点)

例	$\sqrt{5}$	2.2360679…	富士山麓オウム鳴く
①	$\sqrt{2}$	1.41421356…	一夜一夜に人見ごろ
②	$\sqrt{3}$	1.7320508…	人並みにおごれや

限りのある小数を**有限小数**、限りなく続く小数を**無限小数**といいます。
決まった数字が繰り返される無限小数を**循環小数**といい、循環する数字の始めと終わりに点をつけます。

［電卓使用］　次の分数を循環小数で表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\frac{1}{3}$	$0.\dot{3}$	例	$\frac{34}{333}$	$0.\dot{1}0\dot{2}$	①	$\frac{2}{3}$	$0.\dot{6}$	②	$\frac{2}{9}$	$0.\dot{2}$
③	$\frac{4}{9}$	$0.\dot{4}$	④	$\frac{13}{6}$	$2.1\dot{6}$	⑤	$\frac{4}{33}$	$0.\dot{1}\dot{2}$	⑥	$\frac{23}{11}$	$2.\dot{0}\dot{9}$
⑦	$\frac{7}{11}$	$0.\dot{6}\dot{3}$	⑧	$\frac{103}{333}$	$0.\dot{3}0\dot{9}$	⑨	$\frac{34}{333}$	$0.\dot{1}0\dot{2}$	⑩	$\frac{121}{333}$	$0.\dot{3}6\dot{3}$

循環小数を分数で表す場合、小数点以下を x とし、小数点以下が消えるような差の式を作ります。

次の循環小数を分数で表しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$0.\dot{5}$ $(x=0.\dot{5})$ $10x=5.5555\cdots$ $-)\ x=0.5555\cdots$ $9x=5$ $x=\frac{5}{9}$	例	$0.\dot{5}\dot{4}$ $(x=0.\dot{5}\dot{4})$ $100x=54.5454\cdots$ $-)\ x=0.5454\cdots$ $99x=54$ $x=\frac{54}{99}=\frac{6}{11}$	①	$0.\dot{7}$ $(x=0.\dot{7})$ $10x=7.7777\cdots$ $-)\ x=0.7777\cdots$ $9x=7$ $x=\frac{7}{9}$	②	$0.\dot{1}$ $(x=0.\dot{1})$ $10x=1.1111\cdots$ $-)\ x=0.1111\cdots$ $9x=1$ $x=\frac{1}{9}$
③	$0.\dot{4}\dot{8}$ $(x=0.\dot{4}\dot{8})$ $100x=48.4848\cdots$ $-)\ x=0.4848\cdots$ $99x=48$ $x=\frac{48}{99}=\frac{16}{33}$	④	$0.\dot{2}\dot{1}$ $(x=0.\dot{2}\dot{1})$ $100x=21.2121\cdots$ $-)\ x=0.2121\cdots$ $99x=21$ $x=\frac{21}{99}=\frac{7}{33}$	⑤	$0.\dot{3}\dot{6}$ $(x=0.\dot{3}\dot{6})$ $100x=36.3636\cdots$ $-)\ x=0.3636\cdots$ $99x=36$ $x=\frac{36}{99}=\frac{4}{11}$	⑥	$0.\dot{4}\dot{5}$ $(x=0.\dot{4}\dot{5})$ $100x=45.4545\cdots$ $-)\ x=0.4545\cdots$ $99x=45$ $x=\frac{45}{99}=\frac{5}{11}$
⑦	$0.\dot{3}0\dot{9}$ $(x=0.\dot{3}0\dot{9})$ $1000x=309.309\cdots$ $-)\ x=0.309\cdots$ $999x=309$ $x=\frac{309}{999}=\frac{103}{333}$	⑧	$0.\dot{1}0\dot{2}$ $(x=0.\dot{1}0\dot{2})$ $1000x=102.102\cdots$ $-)\ x=0.102\cdots$ $999x=102$ $x=\frac{102}{999}=\frac{34}{333}$	⑨	$0.\dot{1}1\dot{7}$ $(x=0.\dot{1}1\dot{7})$ $1000x=117.117\cdots$ $-)\ x=0.117\cdots$ $999x=117$ $x=\frac{117}{999}=\frac{13}{111}$	⑩	$0.\dot{2}2\dot{5}$ $(x=0.\dot{2}2\dot{5})$ $1000x=225.225\cdots$ $-)\ x=0.225\cdots$ $999x=225$ $x=\frac{225}{999}=\frac{25}{111}$

分数で表せる数を**有理数**、分数で表せない数を**無理数**といい、有理数と無理数を合わせて**実数**といいます。

次の数について、有理数か無理数か答えましょう。(1 点×10 問＝10 点)

例	$\sqrt{2}$	無理数	例	$0.\dot{8}$	有理数	①	$\frac{5}{17}$	有理数	②	$\sqrt{3}$	無理数
③	$\sqrt{10}$	無理数	④	$0.\dot{8}\dot{1}$	有理数	⑤	$\frac{5}{11}$	有理数	⑥	$\sqrt{25}$	有理数
⑦	$\sqrt{33}$	無理数	⑧	$0.\dot{2}8\dot{8}$	有理数	⑨	$\sqrt{81}$	有理数	⑩	π	無理数

2章 3 根号の乗法、除法(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	□時□分	□時□分	80点

根号の乗法や除法は、そのまま計算します。

次の計算をしましょう。(1点×20問=20点)

例	$\sqrt{8}\times\sqrt{3}$ $=\sqrt{8\times3}$ $=\sqrt{24}$	例	$-\sqrt{5}\times\sqrt{2}$ $=-\sqrt{5\times2}$ $=-\sqrt{10}$	①	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ $=\sqrt{2\times3}$ $=\sqrt{6}$	②	$\sqrt{7}\times\sqrt{2}$ $=\sqrt{7\times2}$ $=\sqrt{14}$
③	$\sqrt{3}\times\sqrt{5}$ $=\sqrt{3\times5}$ $=\sqrt{15}$	④	$\sqrt{6}\times\sqrt{5}$ $=\sqrt{6\times5}$ $=\sqrt{30}$	⑤	$\sqrt{11}\times\sqrt{7}$ $=\sqrt{11\times7}$ $=\sqrt{77}$	⑥	$\sqrt{13}\times\sqrt{5}$ $=\sqrt{13\times5}$ $=\sqrt{65}$
⑦	$-\sqrt{3}\times\sqrt{7}$ $=-\sqrt{3\times7}$ $=-\sqrt{21}$	⑧	$\sqrt{7}\times(-\sqrt{6})$ $=-\sqrt{7\times6}$ $=-\sqrt{42}$	⑨	$\sqrt{3}\times(-\sqrt{17})$ $=-\sqrt{3\times17}$ $=-\sqrt{51}$	⑩	$-\sqrt{5}\times(-\sqrt{7})$ $=\sqrt{5\times7}$ $=\sqrt{35}$
例	$\sqrt{30}\div\sqrt{5}$ $=\sqrt{30\div5}$ $=\sqrt{6}$	例	$-\sqrt{20}\div\sqrt{4}$ $=-\sqrt{20\div4}$ $=-\sqrt{5}$	⑪	$\sqrt{12}\div\sqrt{4}$ $=\sqrt{12\div4}$ $=\sqrt{3}$	⑫	$\sqrt{21}\div\sqrt{3}$ $=\sqrt{21\div3}$ $=\sqrt{7}$
⑬	$\sqrt{54}\div\sqrt{9}$ $=\sqrt{54\div9}$ $=\sqrt{6}$	⑭	$\sqrt{75}\div\sqrt{5}$ $=\sqrt{75\div5}$ $=\sqrt{15}$	⑮	$\sqrt{10}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{10\div2}$ $=\sqrt{5}$	⑯	$\sqrt{225}\div\sqrt{75}$ $=\sqrt{225\div75}$ $=\sqrt{3}$
⑰	$-\sqrt{27}\div\sqrt{9}$ $=-\sqrt{27\div9}$ $=-\sqrt{3}$	⑱	$\sqrt{63}\div(-\sqrt{9})$ $=-\sqrt{63\div9}$ $=-\sqrt{7}$	⑲	$\sqrt{15}\div(-\sqrt{3})$ $=-\sqrt{15\div3}$ $=-\sqrt{5}$	⑳	$-\sqrt{24}\div(-\sqrt{8})$ $=\sqrt{24\div8}$ $=\sqrt{3}$

根号を使わずに表せる数字は、普通の数字で表します。

次の計算をしましょう。(1点×20問=20点)

例	$\sqrt{2}\times\sqrt{8}$ $=\sqrt{2\times8}$ $=\sqrt{16}=4$	例	$-\sqrt{6}\times\sqrt{24}$ $=-\sqrt{6\times24}$ $=-\sqrt{144}=-12$	①	$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ $=\sqrt{3\times12}$ $=\sqrt{36}=6$	②	$\sqrt{2}\times\sqrt{50}$ $=\sqrt{2\times50}$ $=\sqrt{100}=10$
③	$\sqrt{48}\times\sqrt{3}$ $=\sqrt{48\times3}$ $=\sqrt{144}=12$	④	$\sqrt{2}\times\sqrt{98}$ $=\sqrt{2\times98}$ $=\sqrt{196}=14$	⑤	$\sqrt{8}\times\sqrt{18}$ $=\sqrt{8\times18}$ $=\sqrt{144}=12$	⑥	$\sqrt{45}\times\sqrt{5}$ $=\sqrt{45\times5}$ $=\sqrt{225}=15$
⑦	$-\sqrt{2}\times\sqrt{18}$ $=-\sqrt{2\times18}$ $=-\sqrt{36}=-6$	⑧	$-\sqrt{27}\times\sqrt{3}$ $=-\sqrt{27\times3}$ $=-\sqrt{81}=-9$	⑨	$\sqrt{32}\times(-\sqrt{2})$ $=-\sqrt{32\times2}$ $=-\sqrt{64}=-8$	⑩	$-\sqrt{20}\times(-\sqrt{5})$ $=\sqrt{20\times5}$ $=\sqrt{100}=10$
例	$\sqrt{18}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{18\div2}$ $=\sqrt{9}=3$	例	$-\sqrt{98}\div\sqrt{2}$ $=-\sqrt{98\div2}$ $=-\sqrt{49}=-7$	⑪	$\sqrt{75}\div\sqrt{3}$ $=\sqrt{75\div3}$ $=\sqrt{25}=5$	⑫	$\sqrt{48}\div\sqrt{3}$ $=\sqrt{48\div3}$ $=\sqrt{16}=4$
⑬	$\sqrt{128}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{128\div2}$ $=\sqrt{64}=8$	⑭	$\sqrt{72}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{72\div2}$ $=\sqrt{36}=6$	⑮	$\sqrt{405}\div\sqrt{5}$ $=\sqrt{405\div5}$ $=\sqrt{81}=9$	⑯	$\sqrt{300}\div\sqrt{3}$ $=\sqrt{300\div3}$ $=\sqrt{100}=10$
⑰	$-\sqrt{50}\div\sqrt{2}$ $=-\sqrt{50\div2}$ $=-\sqrt{25}=-5$	⑱	$\sqrt{363}\div(-\sqrt{3})$ $=-\sqrt{363\div3}$ $=-\sqrt{121}=-11$	⑲	$-\sqrt{72}\div(-\sqrt{8})$ $=\sqrt{72\div8}$ $=\sqrt{9}=3$	⑳	$-\sqrt{80}\div(-\sqrt{5})$ $=\sqrt{80\div5}$ $=\sqrt{16}=4$

$\sqrt{\ }$ の外の数字を 2 乗すると、$\sqrt{\ }$ の中に入れることが出来ます。
$a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$

次の形を変形して、$\sqrt{a}$ の形にしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$3\sqrt{2}$ $=\sqrt{9\times2}$ $=\sqrt{18}$	例	$-7\sqrt{2}$ $=-\sqrt{49\times2}$ $=-\sqrt{98}$	①	$5\sqrt{3}$ $=\sqrt{25\times3}$ $=\sqrt{75}$	②	$2\sqrt{6}$ $=\sqrt{4\times6}$ $=\sqrt{24}$
③	$3\sqrt{7}$ $=\sqrt{9\times7}$ $=\sqrt{63}$	④	$4\sqrt{3}$ $=\sqrt{16\times3}$ $=\sqrt{48}$	⑤	$2\sqrt{8}$ $=\sqrt{4\times8}$ $=\sqrt{32}$	⑥	$6\sqrt{2}$ $=\sqrt{36\times2}$ $=\sqrt{72}$
⑦	$-5\sqrt{5}$ $=-\sqrt{25\times5}$ $=-\sqrt{125}$	⑧	$-8\sqrt{2}$ $=-\sqrt{64\times2}$ $=-\sqrt{128}$	⑨	$-10\sqrt{7}$ $=-\sqrt{100\times7}$ $=-\sqrt{700}$	⑩	$-9\sqrt{5}$ $=-\sqrt{81\times5}$ $=-\sqrt{405}$

分数も、$\sqrt{\ }$ の外の数字を 2 乗して、$\sqrt{\ }$ の中に入れることが出来ます。
約分できる分数は約分します。

次の形を変形して、$\sqrt{a}$ の形にしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\frac{\sqrt{28}}{2}$ $=\sqrt{\frac{28}{4}}=\sqrt{7}$	例	$-\frac{\sqrt{96}}{4}$ $=-\sqrt{\frac{96}{16}}=-\sqrt{6}$	①	$\frac{\sqrt{72}}{3}$ $=\sqrt{\frac{72}{9}}=\sqrt{8}$	②	$\frac{\sqrt{75}}{5}$ $=\sqrt{\frac{75}{25}}=\sqrt{3}$
③	$\frac{\sqrt{108}}{6}$ $=\sqrt{\frac{108}{36}}=\sqrt{3}$	④	$\frac{\sqrt{128}}{8}$ $=\sqrt{\frac{128}{64}}=\sqrt{2}$	⑤	$\frac{\sqrt{98}}{7}$ $=\sqrt{\frac{98}{49}}=\sqrt{2}$	⑥	$\frac{\sqrt{500}}{10}$ $=\sqrt{\frac{500}{100}}=\sqrt{5}$
⑦	$-\frac{\sqrt{162}}{9}$ $=-\sqrt{\frac{162}{81}}=-\sqrt{2}$	⑧	$-\frac{\sqrt{44}}{2}$ $=-\sqrt{\frac{44}{4}}=-\sqrt{11}$	⑨	$-\frac{\sqrt{45}}{3}$ $=-\sqrt{\frac{45}{9}}=-\sqrt{5}$	⑩	$-\frac{\sqrt{50}}{5}$ $=-\sqrt{\frac{50}{25}}=-\sqrt{2}$

$\sqrt{\ }$ の中は、出来るだけ簡単な数で表します。
ある数の 2 乗になっている数字は、$\sqrt{\ }$ の外に出すことが出来ます。$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

次の形を変形して、$\sqrt{\ }$ の中を出来るだけ簡単にしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例	$\sqrt{75}$ $=\sqrt{25\times3}$ $=5\sqrt{3}$	例	$-\sqrt{125}$ $=-\sqrt{25\times5}$ $=-5\sqrt{5}$	①	$\sqrt{24}$ $=\sqrt{4\times6}$ $=2\sqrt{6}$	②	$\sqrt{63}$ $=\sqrt{9\times7}$ $=3\sqrt{7}$
③	$\sqrt{18}$ $=\sqrt{9\times2}$ $=3\sqrt{2}$	④	$\sqrt{48}$ $=\sqrt{16\times3}$ $=4\sqrt{3}$	⑤	$\sqrt{72}$ $=\sqrt{36\times2}$ $=6\sqrt{2}$	⑥	$\sqrt{32}$ $=\sqrt{16\times2}$ $=4\sqrt{2}$
⑦	$-\sqrt{700}$ $=-\sqrt{100\times7}$ $=-10\sqrt{7}$	⑧	$-\sqrt{98}$ $=-\sqrt{49\times2}$ $=-7\sqrt{2}$	⑨	$-\sqrt{128}$ $=-\sqrt{64\times2}$ $=-8\sqrt{2}$	⑩	$-\sqrt{108}$ $=-\sqrt{36\times3}$ $=-6\sqrt{3}$

2章 4 根号の乗法、除法(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

根号の乗法は、1つの$\sqrt{\ }$にまとめて、ある数の2乗になっている数字を、$\sqrt{\ }$の外に出します。

次の計算をしましょう。(2 点×15 問=30 点)

例 $\sqrt{28}\times\sqrt{45}$ $=\sqrt{4\times7\times9\times5}$ $=2\times3\sqrt{7\times5}$ $=6\sqrt{35}$	① $\sqrt{40}\times\sqrt{27}$ $=\sqrt{4\times10\times9\times3}$ $=2\times3\sqrt{10\times3}$ $=6\sqrt{30}$	② $\sqrt{72}\times\sqrt{80}$ $=\sqrt{36\times2\times16\times5}$ $=6\times4\sqrt{2\times5}$ $=24\sqrt{10}$	③ $\sqrt{18}\times\sqrt{125}$ $=\sqrt{9\times2\times25\times5}$ $=3\times5\sqrt{2\times5}$ $=15\sqrt{10}$
④ $\sqrt{63}\times\sqrt{96}$ $=\sqrt{9\times7\times16\times6}$ $=3\times4\sqrt{7\times6}$ $=12\sqrt{42}$	⑤ $\sqrt{8}\times\sqrt{48}$ $=\sqrt{4\times2\times16\times3}$ $=2\times4\sqrt{2\times3}$ $=8\sqrt{6}$	⑥ $\sqrt{12}\times\sqrt{32}$ $=\sqrt{4\times3\times16\times2}$ $=2\times4\sqrt{3\times2}$ $=8\sqrt{6}$	⑦ $\sqrt{108}\times\sqrt{98}$ $=\sqrt{36\times3\times49\times2}$ $=6\times7\sqrt{3\times2}$ $=42\sqrt{6}$
⑧ $\sqrt{20}\times\sqrt{75}$ $=\sqrt{4\times5\times25\times3}$ $=2\times5\sqrt{5\times3}$ $=10\sqrt{15}$	⑨ $\sqrt{128}\times\sqrt{300}$ $=\sqrt{64\times2\times100\times3}$ $=8\times10\sqrt{2\times3}$ $=80\sqrt{6}$	⑩ $\sqrt{175}\times\sqrt{24}$ $=\sqrt{25\times7\times4\times6}$ $=5\times2\sqrt{7\times6}$ $=10\sqrt{42}$	⑪ $\sqrt{162}\times\sqrt{20}$ $=\sqrt{81\times2\times4\times5}$ $=9\times2\sqrt{2\times5}$ $=18\sqrt{10}$
⑫ $\sqrt{150}\times\sqrt{45}$ $=\sqrt{25\times6\times9\times5}$ $=5\times3\sqrt{6\times5}$ $=15\sqrt{30}$	⑬ $\sqrt{50}\times\sqrt{500}$ $=\sqrt{25\times2\times100\times5}$ $=5\times10\sqrt{2\times5}$ $=50\sqrt{10}$	⑭ $\sqrt{40}\times\sqrt{147}$ $=\sqrt{4\times10\times49\times3}$ $=2\times7\sqrt{10\times3}$ $=14\sqrt{30}$	⑮ $\sqrt{28}\times\sqrt{54}$ $=\sqrt{4\times7\times9\times6}$ $=2\times3\sqrt{7\times6}$ $=6\sqrt{42}$

$\sqrt{\ }$どうしをかけ合わせたことによって、ある数の2乗になる数字ができる場合があります。

次の計算をしましょう。(2 点×15 問=30 点)

例 $\sqrt{45}\times\sqrt{40}$ $=\sqrt{9\times5\times4\times5\times2}$ $=3\times2\times5\sqrt{2}$ $=30\sqrt{2}$	① $\sqrt{27}\times\sqrt{96}$ $=\sqrt{9\times3\times16\times3\times2}$ $=3\times4\times3\sqrt{2}$ $=36\sqrt{2}$	② $\sqrt{50}\times\sqrt{40}$ $=\sqrt{25\times2\times4\times2\times5}$ $=5\times2\times2\sqrt{5}$ $=20\sqrt{5}$	③ $\sqrt{48}\times\sqrt{24}$ $=\sqrt{16\times3\times4\times3\times2}$ $=4\times2\times3\sqrt{2}$ $=24\sqrt{2}$
④ $\sqrt{8}\times\sqrt{250}$ $=\sqrt{4\times2\times25\times2\times5}$ $=2\times5\times2\sqrt{5}$ $=20\sqrt{5}$	⑤ $\sqrt{72}\times\sqrt{150}$ $=\sqrt{36\times2\times25\times2\times3}$ $=6\times5\times2\sqrt{3}$ $=60\sqrt{3}$	⑥ $\sqrt{12}\times\sqrt{54}$ $=\sqrt{4\times3\times9\times3\times2}$ $=2\times3\times3\sqrt{2}$ $=18\sqrt{2}$	⑦ $\sqrt{20}\times\sqrt{90}$ $=\sqrt{4\times5\times9\times5\times2}$ $=2\times3\times5\sqrt{2}$ $=30\sqrt{2}$
⑧ $\sqrt{28}\times\sqrt{63}$ $=\sqrt{4\times7\times9\times7}$ $=2\times3\times7$ $=42$	⑨ $\sqrt{80}\times\sqrt{125}$ $=\sqrt{16\times5\times25\times5}$ $=4\times5\times5$ $=100$	⑩ $\sqrt{75}\times\sqrt{300}$ $=\sqrt{25\times3\times100\times3}$ $=5\times10\times3$ $=150$	⑪ $\sqrt{18}\times\sqrt{32}$ $=\sqrt{9\times2\times16\times2}$ $=3\times4\times2$ $=24$
⑫ $\sqrt{98}\times\sqrt{162}$ $=\sqrt{49\times2\times81\times2}$ $=7\times9\times2$ $=126$	⑬ $\sqrt{108}\times\sqrt{147}$ $=\sqrt{36\times3\times49\times3}$ $=6\times7\times3$ $=126$	⑭ $\sqrt{175}\times\sqrt{28}$ $=\sqrt{25\times7\times4\times7}$ $=5\times2\times7$ $=70$	⑮ $\sqrt{45}\times\sqrt{500}$ $=\sqrt{9\times5\times100\times5}$ $=3\times10\times5$ $=150$

√ をなくすことを有理化といいます。√ の中は、出来るだけ簡単にしてから、有理化します。

次の数の分母を有理化しましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例 $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{10}}{2}$	例 $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$ $=\frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{\sqrt{6}}{9}$	① $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ $=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$ $=\frac{\sqrt{30}}{6}$	② $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$ $=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}$ $=\frac{\sqrt{70}}{10}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ $=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}}$ $=\frac{\sqrt{33}}{11}$	④ $\frac{4}{\sqrt{5}}$ $=\frac{4\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{4\sqrt{5}}{5}$	⑤ $\frac{2}{\sqrt{3}}$ $=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{2\sqrt{3}}{3}$	⑥ $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{28}}$ $=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$ $=\frac{\sqrt{21}}{14}$
⑦ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{18}}$ $=\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{3\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{\sqrt{10}}{6}$	⑧ $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{45}}$ $=\frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{\sqrt{35}}{15}$	⑨ $\frac{2}{\sqrt{75}}$ $=\frac{2}{5\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{5\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{2\sqrt{3}}{15}$	⑩ $\frac{7}{\sqrt{32}}$ $=\frac{7}{4\sqrt{2}}=\frac{7\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{7\sqrt{2}}{8}$

近似値を代入する場合、√ の中を出来るだけ簡単にしたり、分母を有理化してから計算します。

√ の近似値を代入して、次の計算をしましょう。(2 点×10 問＝20 点)

例 $\sqrt{20}$ ($\sqrt{5}=2.236$ とする) $=2\sqrt{5}$ $=2\times2.236=4.472$	① $\sqrt{48}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする) $=4\sqrt{3}$ $=4\times1.732=6.928$	② $\sqrt{200}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする) $=10\sqrt{2}$ $=10\times1.414=14.14$
③ $\sqrt{54}$ ($\sqrt{6}=2.449$ とする) $=3\sqrt{6}$ $=3\times2.449=7.347$	④ $\sqrt{28}$ ($\sqrt{7}=2.646$ とする) $=2\sqrt{7}$ $=2\times2.646=5.292$	⑤ $\sqrt{75}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする) $=5\sqrt{3}$ $=5\times1.732=8.66$
例 $\frac{45}{\sqrt{45}}$ ($\sqrt{5}=2.236$ とする) $=\frac{45}{3\sqrt{5}}=\frac{45\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$ $=\frac{45\sqrt{5}}{15}=3\sqrt{5}$ $=3\times2.236=6.708$	⑥ $\frac{4}{\sqrt{2}}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする) $=\frac{4\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}$ $=2\times1.414=2.828$	⑦ $\frac{21}{\sqrt{3}}$ ($\sqrt{3}=1.732$ とする) $=\frac{21\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ $=\frac{21\sqrt{3}}{3}=7\sqrt{3}$ $=7\times1.732=12.124$
⑧ $\frac{60}{\sqrt{24}}$ ($\sqrt{6}=2.449$ とする) $=\frac{60}{2\sqrt{6}}=\frac{60\times\sqrt{6}}{2\sqrt{6}\times\sqrt{6}}$ $=\frac{60\sqrt{6}}{12}=5\sqrt{6}$ $=5\times2.449=12.245$	⑨ $\frac{7}{\sqrt{63}}$ ($\sqrt{7}=2.646$ とする) $=\frac{7}{3\sqrt{7}}=\frac{7\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}$ $=\frac{7\sqrt{7}}{21}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ $=2.646\div3=0.882$	⑩ $\frac{2}{\sqrt{8}}$ ($\sqrt{2}=1.414$ とする) $=\frac{2}{2\sqrt{2}}=\frac{2\times\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$ $=\frac{2\sqrt{2}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $=1.414\div2=0.707$

2章 5 根号の加法、減法

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

$\sqrt{\ }$ の中が等しい項は、同類項としてまとめることが出来ます。

次の計算をしましょう。(2点×20問=40点)

例	$5\sqrt{2}+4\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ $=9\sqrt{2}-2\sqrt{3}$	①	$5\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ $=8\sqrt{2}$	②	$3\sqrt{3}+6\sqrt{3}$ $=9\sqrt{3}$
③	$5\sqrt{5}-3\sqrt{5}$ $=2\sqrt{5}$	④	$12\sqrt{7}-8\sqrt{7}$ $=4\sqrt{7}$	⑤	$4\sqrt{5}-5\sqrt{5}$ $=-\sqrt{5}$
⑥	$2\sqrt{7}+5\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ $=10\sqrt{7}$	⑦	$3\sqrt{10}+4\sqrt{10}-2\sqrt{10}$ $=5\sqrt{10}$	⑧	$2\sqrt{11}+9\sqrt{11}-4\sqrt{11}$ $=7\sqrt{11}$
⑨	$15\sqrt{3}-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}$ $=13\sqrt{3}$	⑩	$3\sqrt{13}+5\sqrt{13}-\sqrt{13}$ $=7\sqrt{13}$	⑪	$14\sqrt{10}-5\sqrt{10}-3\sqrt{10}$ $=6\sqrt{10}$
⑫	$3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$ $=7\sqrt{3}-2\sqrt{10}$	⑬	$7\sqrt{3}+2\sqrt{5}+4\sqrt{5}$ $=7\sqrt{3}+6\sqrt{5}$	⑭	$5\sqrt{11}-4\sqrt{2}-2\sqrt{11}$ $=3\sqrt{11}-4\sqrt{2}$
⑮	$2\sqrt{2}+6\sqrt{5}-11\sqrt{2}-2\sqrt{5}$ $=-9\sqrt{2}+4\sqrt{5}$	⑯	$4\sqrt{7}+3\sqrt{7}-7\sqrt{3}+10\sqrt{3}$ $=7\sqrt{7}+3\sqrt{3}$	⑰	$7\sqrt{2}+4\sqrt{5}+6\sqrt{5}-10\sqrt{2}$ $=-3\sqrt{2}+10\sqrt{5}$
⑱	$8\sqrt{3}-3\sqrt{5}+12\sqrt{3}-7\sqrt{5}$ $=20\sqrt{3}-10\sqrt{5}$	⑲	$8\sqrt{10}-2\sqrt{2}+9\sqrt{2}+\sqrt{10}$ $=9\sqrt{10}+7\sqrt{2}$	⑳	$5\sqrt{3}-9\sqrt{3}-5\sqrt{13}+\sqrt{13}$ $=-4\sqrt{3}-4\sqrt{13}$

根号の加法や減法は、$\sqrt{\ }$ の中を出来るだけ簡単にしてから、同類項をまとめて計算します。

次の計算をしましょう。(2点×10問=20点)

例	$\sqrt{28}+\sqrt{63}$ $=2\sqrt{7}+3\sqrt{7}$ $=5\sqrt{7}$	例	$\sqrt{45}+\sqrt{8}+\sqrt{80}$ $=3\sqrt{5}+2\sqrt{2}+4\sqrt{5}$ $=7\sqrt{5}+2\sqrt{2}$	①	$\sqrt{12}+\sqrt{75}$ $=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$ $=7\sqrt{3}$
②	$\sqrt{72}+\sqrt{32}$ $=6\sqrt{2}+4\sqrt{2}$ $=10\sqrt{2}$	③	$\sqrt{20}-\sqrt{500}$ $=2\sqrt{5}-10\sqrt{5}$ $=-8\sqrt{5}$	④	$\sqrt{175}-\sqrt{28}$ $=5\sqrt{7}-2\sqrt{7}$ $=3\sqrt{7}$
⑤	$\sqrt{18}+\sqrt{128}+\sqrt{40}$ $=3\sqrt{2}+8\sqrt{2}+2\sqrt{10}$ $=11\sqrt{2}+2\sqrt{10}$	⑥	$\sqrt{24}+\sqrt{147}-\sqrt{96}$ $=2\sqrt{6}+7\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ $=-2\sqrt{6}+7\sqrt{3}$	⑦	$\sqrt{125}-\sqrt{27}+\sqrt{108}$ $=5\sqrt{5}-3\sqrt{3}+6\sqrt{3}$ $=5\sqrt{5}+3\sqrt{3}$
⑧	$\sqrt{98}-\sqrt{50}-\sqrt{40}$ $=7\sqrt{2}-5\sqrt{2}-2\sqrt{10}$ $=2\sqrt{2}-2\sqrt{10}$	⑨	$\sqrt{45}+\sqrt{48}-\sqrt{300}$ $=3\sqrt{5}+4\sqrt{3}-10\sqrt{3}$ $=3\sqrt{5}-6\sqrt{3}$	⑩	$\sqrt{150}-\sqrt{54}+\sqrt{162}$ $=5\sqrt{6}-3\sqrt{6}+9\sqrt{2}$ $=2\sqrt{6}+9\sqrt{2}$

根号は、以下のことに気をつけて計算しましょう。
① √ の中を出来るだけ簡単にする。
② 分母を有理化する。
③ 同類項をまとめる。

次の計算をしましょう。(2 点×20 問=40 点)

例	$\sqrt{12}+\frac{9}{\sqrt{3}}$ $=2\sqrt{3}+\frac{9\sqrt{3}}{3}$ $=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$	①	$\sqrt{20}+\frac{15}{\sqrt{5}}$ $=2\sqrt{5}+\frac{15\sqrt{5}}{5}$ $=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}=5\sqrt{5}$	②	$\sqrt{18}+\frac{8}{\sqrt{2}}$ $=3\sqrt{2}+\frac{8\sqrt{2}}{2}$ $=3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=7\sqrt{2}$
③	$\frac{6}{\sqrt{3}}+\sqrt{27}$ $=\frac{6\sqrt{3}}{3}+3\sqrt{3}$ $=2\sqrt{3}+3\sqrt{3}=5\sqrt{3}$	④	$\frac{12}{\sqrt{6}}+\sqrt{54}$ $=\frac{12\sqrt{6}}{6}+3\sqrt{6}$ $=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}=5\sqrt{6}$	⑤	$\frac{35}{\sqrt{7}}+\sqrt{28}$ $=\frac{35\sqrt{7}}{7}+2\sqrt{7}$ $=5\sqrt{7}+2\sqrt{7}=7\sqrt{7}$
⑥	$\sqrt{32}-\frac{10}{\sqrt{2}}$ $=4\sqrt{2}-\frac{10\sqrt{2}}{2}$ $=4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$	⑦	$\sqrt{96}-\frac{60}{\sqrt{6}}$ $=4\sqrt{6}-\frac{60\sqrt{6}}{6}$ $=4\sqrt{6}-10\sqrt{6}=-6\sqrt{6}$	⑧	$\sqrt{45}-\frac{20}{\sqrt{5}}$ $=3\sqrt{5}-\frac{20\sqrt{5}}{5}$ $=3\sqrt{5}-4\sqrt{5}=-\sqrt{5}$
⑨	$\frac{100}{\sqrt{10}}-\sqrt{90}$ $=\frac{100\sqrt{10}}{10}-3\sqrt{10}$ $=10\sqrt{10}-3\sqrt{10}=7\sqrt{10}$	⑩	$\frac{6}{\sqrt{2}}-\sqrt{18}$ $=\frac{6\sqrt{2}}{2}-3\sqrt{2}$ $=3\sqrt{2}-3\sqrt{2}=0$	⑪	$\frac{42}{\sqrt{7}}-\sqrt{63}$ $=\frac{42\sqrt{7}}{7}-3\sqrt{7}$ $=6\sqrt{7}-3\sqrt{7}=3\sqrt{7}$
⑫	$\sqrt{45}+\frac{20}{2\sqrt{5}}$ $=3\sqrt{5}+\frac{20\sqrt{5}}{10}$ $=3\sqrt{5}+2\sqrt{5}=5\sqrt{5}$	⑬	$\sqrt{72}+\frac{32}{8\sqrt{2}}$ $=6\sqrt{2}+\frac{32\sqrt{2}}{16}$ $=6\sqrt{2}+2\sqrt{2}=8\sqrt{2}$	⑭	$\sqrt{48}+\frac{54}{3\sqrt{3}}$ $=4\sqrt{3}+\frac{54\sqrt{3}}{9}$ $=4\sqrt{3}+6\sqrt{3}=10\sqrt{3}$
⑮	$\frac{60}{2\sqrt{6}}+\sqrt{24}$ $=\frac{60\sqrt{6}}{12}+2\sqrt{6}$ $=5\sqrt{6}+2\sqrt{6}=7\sqrt{6}$	⑯	$\frac{45}{3\sqrt{5}}+\sqrt{80}$ $=\frac{45\sqrt{5}}{15}+4\sqrt{5}$ $=3\sqrt{5}+4\sqrt{5}=7\sqrt{5}$	⑰	$\frac{32}{4\sqrt{2}}+\sqrt{200}$ $=\frac{32\sqrt{2}}{8}+10\sqrt{2}$ $=4\sqrt{2}+10\sqrt{2}=14\sqrt{2}$
⑱	$\sqrt{75}-\frac{30}{5\sqrt{3}}$ $=5\sqrt{3}-\frac{30\sqrt{3}}{15}$ $=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$	⑲	$\sqrt{28}-\frac{42}{3\sqrt{7}}$ $=2\sqrt{7}-\frac{42\sqrt{7}}{21}$ $=2\sqrt{7}-2\sqrt{7}=0$	⑳	$\sqrt{72}-\frac{90}{5\sqrt{2}}$ $=6\sqrt{2}-\frac{90\sqrt{2}}{10}$ $=6\sqrt{2}-9\sqrt{2}=-3\sqrt{2}$

2章 6 根号の展開式

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

かっこのある乗法は、分配法則を使って、かっこの中の全ての項をかけます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問＝20点)

例	$\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)$ $=\sqrt{9}+2\sqrt{3}$ $=3+2\sqrt{3}$	例	$\sqrt{3}(\sqrt{27}+7)$ $=\sqrt{81}+7\sqrt{3}$ $=9+7\sqrt{3}$	①	$\sqrt{5}(\sqrt{5}+4)$ $=\sqrt{25}+4\sqrt{5}$ $=5+4\sqrt{5}$
②	$\sqrt{2}(\sqrt{2}-8)$ $=\sqrt{4}-8\sqrt{2}$ $=2-8\sqrt{2}$	③	$\sqrt{7}(\sqrt{7}-6)$ $=\sqrt{49}-6\sqrt{7}$ $=7-6\sqrt{7}$	④	$\sqrt{6}(\sqrt{6}-9)$ $=\sqrt{36}-9\sqrt{6}$ $=6-9\sqrt{6}$
⑤	$\sqrt{2}(\sqrt{8}+4)$ $=\sqrt{16}+4\sqrt{2}$ $=4+4\sqrt{2}$	⑥	$\sqrt{3}(\sqrt{12}+5)$ $=\sqrt{36}+5\sqrt{3}$ $=6+5\sqrt{3}$	⑦	$\sqrt{2}(\sqrt{32}+10)$ $=\sqrt{64}+10\sqrt{2}$ $=8+10\sqrt{2}$
⑧	$\sqrt{2}(\sqrt{18}+2)$ $=\sqrt{36}+2\sqrt{2}$ $=6+2\sqrt{2}$	⑨	$\sqrt{3}(\sqrt{27}+7)$ $=\sqrt{81}+7\sqrt{3}$ $=9+7\sqrt{3}$	⑩	$\sqrt{6}(\sqrt{24}+8)$ $=\sqrt{144}+8\sqrt{6}$ $=12+8\sqrt{6}$

$(a+b)(c+d)$ を展開すると、$ac+ad+bc+bd$ のような式になります。
展開した後、同類項があればまとめます。

次の式を展開しましょう。(2点×10問＝20点)

例	$(\sqrt{5}+2)(2\sqrt{5}+3)$ $=10+3\sqrt{5}+4\sqrt{5}+6$ $=16+7\sqrt{5}$	例	$(\sqrt{3}+4)(2-2\sqrt{3})$ $=2\sqrt{3}-6+8-8\sqrt{3}$ $=-6\sqrt{3}+2$	①	$(\sqrt{2}+3)(4\sqrt{2}+5)$ $=8+5\sqrt{2}+12\sqrt{2}+15$ $=23+17\sqrt{2}$
②	$(\sqrt{7}+2)(3\sqrt{7}-4)$ $=21-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}-8$ $=13+2\sqrt{7}$	③	$(\sqrt{6}-5)(4\sqrt{6}+7)$ $=24+7\sqrt{6}-20\sqrt{6}-35$ $=-11-13\sqrt{6}$	④	$(2\sqrt{10}-6)(\sqrt{10}-5)$ $=20-10\sqrt{10}-6\sqrt{10}+30$ $=50-16\sqrt{10}$
⑤	$(9+\sqrt{2})(3+3\sqrt{2})$ $=27+27\sqrt{2}+3\sqrt{2}+6$ $=33+30\sqrt{2}$	⑥	$(4+\sqrt{5})(8-3\sqrt{5})$ $=32-12\sqrt{5}+8\sqrt{5}-15$ $=17-4\sqrt{5}$	⑦	$(2-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+9)$ $=4\sqrt{3}+18-6-9\sqrt{3}$ $=-5\sqrt{3}+12$
⑧	$(\sqrt{7}+2)(3+2\sqrt{7})$ $=3\sqrt{7}+14+6+4\sqrt{7}$ $=7\sqrt{7}+20$	⑨	$(3-\sqrt{3})(2\sqrt{3}+7)$ $=6\sqrt{3}+21-6-7\sqrt{3}$ $=-\sqrt{3}+15$	⑩	$(\sqrt{6}-4)(5-3\sqrt{6})$ $=5\sqrt{6}-18-20+12\sqrt{6}$ $=17\sqrt{6}-38$

展開は、公式を使うと便利です。

乗法の公式…$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

次の式を展開しましょう。(3 点×20 問=60 点)

例	$(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}+5)$ $=(\sqrt{6})^2+(2+5)\sqrt{6}+2\times5$ $=6+7\sqrt{6}+10$ $=16+7\sqrt{6}$	例	$(\sqrt{6}+3)(\sqrt{6}-7)$ $=(\sqrt{6})^2+(3-7)\sqrt{6}+3\times(-7)$ $=6-4\sqrt{6}-21$ $=-15-4\sqrt{6}$	①	$(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}+8)$ $=(\sqrt{7})^2+(4+8)\sqrt{7}+4\times8$ $=7+12\sqrt{7}+32$ $=39+12\sqrt{7}$
②	$(\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}+2)$ $=(\sqrt{3})^2+(6+2)\sqrt{3}+6\times2$ $=3+8\sqrt{3}+12$ $=15+8\sqrt{3}$	③	$(\sqrt{2}+12)(\sqrt{2}+3)$ $=(\sqrt{2})^2+(12+3)\sqrt{2}+12\times3$ $=2+15\sqrt{2}+36$ $=38+15\sqrt{2}$	④	$(\sqrt{5}+9)(\sqrt{5}+4)$ $=(\sqrt{5})^2+(9+4)\sqrt{5}+9\times4$ $=5+13\sqrt{5}+36$ $=41+13\sqrt{5}$
⑤	$(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-8)$ $=(\sqrt{7})^2+(3-8)\sqrt{7}+3\times(-8)$ $=7-5\sqrt{7}-24$ $=-17-5\sqrt{7}$	⑥	$(\sqrt{2}+8)(\sqrt{2}-4)$ $=(\sqrt{2})^2+(8-4)\sqrt{2}+8\times(-4)$ $=2+4\sqrt{2}-32$ $=-30+4\sqrt{2}$	⑦	$(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-9)$ $=(\sqrt{5})^2+(3-9)\sqrt{5}+3\times(-9)$ $=5-6\sqrt{5}-27$ $=-22-6\sqrt{5}$
⑧	$(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+7)$ $=(\sqrt{3})^2+(-2+7)\sqrt{3}+(-2)\times7$ $=3+5\sqrt{3}-14$ $=-11+5\sqrt{3}$	⑨	$(\sqrt{6}-3)(\sqrt{6}+5)$ $=(\sqrt{6})^2+(-3+5)\sqrt{6}+(-3)\times5$ $=6+2\sqrt{6}-15$ $=-9+2\sqrt{6}$	⑩	$(\sqrt{5}-9)(\sqrt{5}+5)$ $=(\sqrt{5})^2+(-9+5)\sqrt{5}+(-9)\times5$ $=5-4\sqrt{5}-45$ $=-40-4\sqrt{5}$

平方の公式…$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

和と差の積の公式…$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

次の式を展開しましょう。(3 点×20 問=60 点)

例	$(\sqrt{10}+3)^2$ $=(\sqrt{10})^2+2\times\sqrt{10}\times3+3^2$ $=10+6\sqrt{10}+9$ $=19+6\sqrt{10}$	例	$(\sqrt{13}+4)(\sqrt{13}-4)$ $=(\sqrt{13})^2-4^2$ $=13-16$ $=-3$	①	$(\sqrt{5}+9)^2$ $=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times9+9^2$ $=5+18\sqrt{5}+81$ $=86+18\sqrt{5}$
②	$(\sqrt{11}+2)^2$ $=(\sqrt{11})^2+2\times\sqrt{11}\times2+2^2$ $=11+4\sqrt{11}+4$ $=15+4\sqrt{11}$	③	$(\sqrt{7}+5)^2$ $=(\sqrt{7})^2+2\times\sqrt{7}\times5+5^2$ $=7+10\sqrt{7}+25$ $=32+10\sqrt{7}$	④	$(\sqrt{6}+8)^2$ $=(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times8+8^2$ $=6+16\sqrt{6}+64$ $=70+16\sqrt{6}$
⑤	$(\sqrt{3}-1)^2$ $=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times1+1^2$ $=3-2\sqrt{3}+1$ $=4-2\sqrt{3}$	⑥	$(\sqrt{5}-4)^2$ $=(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times4+4^2$ $=5-8\sqrt{5}+16$ $=21-8\sqrt{5}$	⑦	$(\sqrt{2}-7)^2$ $=(\sqrt{2})^2-2\times\sqrt{2}\times7+7^2$ $=2-14\sqrt{2}+49$ $=51-14\sqrt{2}$
⑧	$(\sqrt{12}+3)(\sqrt{12}-3)$ $=(\sqrt{12})^2-3^2$ $=12-9$ $=3$	⑨	$(\sqrt{9}+2)(\sqrt{9}-2)$ $=(\sqrt{9})^2-2^2$ $=9-4$ $=5$	⑩	$(\sqrt{10}+9)(\sqrt{10}-9)$ $=(\sqrt{10})^2-9^2$ $=10-81$ $=-71$

3章 1 二次方程式(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

文字に2乗がついている式を**二次方程式**といいます。二次方程式は、移項や平方根を使って解きます。

次の方程式を解きましょう。(2点×15問=30点)

例 $5x^2-15=0$ $5x^2=15$ $x^2=3$ $x=\pm\sqrt{3}$	① $2x^2=22$ $x^2=11$ $x=\pm\sqrt{11}$	② $7x^2=14$ $x^2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$	③ $4x^2=36$ $x^2=9$ $x=\pm 3$
④ $4x^2=100$ $x^2=25$ $x=\pm 5$	⑤ $3x^2=12$ $x^2=4$ $x=\pm 2$	⑥ $2x^2=90$ $x^2=45$ $x=\pm 3\sqrt{5}$	⑦ $6x^2=48$ $x^2=8$ $x=\pm 2\sqrt{2}$
⑧ $7x^2-35=0$ $7x^2=35$ $x^2=5$ $x=\pm\sqrt{5}$	⑨ $4x^2-40=0$ $4x^2=40$ $x^2=10$ $x=\pm\sqrt{10}$	⑩ $5x^2-320=0$ $5x^2=320$ $x^2=64$ $x=\pm 8$	⑪ $6x^2-54=0$ $6x^2=54$ $x^2=9$ $x=\pm 3$
⑫ $5x^2-80=0$ $5x^2=80$ $x^2=16$ $x=\pm 4$	⑬ $9x^2-72=0$ $9x^2=72$ $x^2=8$ $x=\pm 2\sqrt{2}$	⑭ $3x^2-54=0$ $3x^2=54$ $x^2=18$ $x=\pm 3\sqrt{2}$	⑮ $6x^2-72=0$ $6x^2=72$ $x^2=12$ $x=\pm 2\sqrt{3}$

$(x+m)^2=n$ の形の二次方程式は、(　)の中をひとまとめにして平方根を求めます。

$(x+m)^2=n \rightarrow x+m=\pm\sqrt{n} \rightarrow x=-m\pm\sqrt{n}$

次の方程式を解きましょう。(2点×15問=30点)

例 $(x-5)^2=36$ $x-5=\pm 6$ $x=5\pm 6$ $x=11,\ -1$	① $(x+4)^2=6$ $x+4=\pm\sqrt{6}$ $x=-4\pm\sqrt{6}$	② $(x+2)^2=7$ $x+2=\pm\sqrt{7}$ $x=-2\pm\sqrt{7}$	③ $(x+3)^2=5$ $x+3=\pm\sqrt{5}$ $x=-3\pm\sqrt{5}$
④ $(x-2)^2=3$ $x-2=\pm\sqrt{3}$ $x=2\pm\sqrt{3}$	⑤ $(x-9)^2=2$ $x-9=\pm\sqrt{2}$ $x=9\pm\sqrt{2}$	⑥ $(x-5)^2=8$ $x-5=\pm 2\sqrt{2}$ $x=5\pm 2\sqrt{2}$	⑦ $(x-8)^2=75$ $x-8=\pm 5\sqrt{3}$ $x=8\pm 5\sqrt{3}$
⑧ $(x+5)^2=49$ $x+5=\pm 7$ $x=-5\pm 7$ $x=2,\ -12$	⑨ $(x+3)^2=36$ $x+3=\pm 6$ $x=-3\pm 6$ $x=3,\ -9$	⑩ $(x+1)^2=4$ $x+1=\pm 2$ $x=-1\pm 2$ $x=1,\ -3$	⑪ $(x+5)^2=81$ $x+5=\pm 9$ $x=-5\pm 9$ $x=4,\ -14$
⑫ $(x-9)^2=25$ $x-9=\pm 5$ $x=9\pm 5$ $x=14,\ 4$	⑬ $(x-7)^2=49$ $x-7=\pm 7$ $x=7\pm 7$ $x=14,\ 0$	⑭ $(x-2)^2=64$ $x-2=\pm 8$ $x=2\pm 8$ $x=10,\ -6$	⑮ $(x-10)^2=9$ $x-10=\pm 3$ $x=10\pm 3$ $x=13,\ 7$

$x^2+2px+q=0$ の二次方程式は、$(x+m)^2=n$ の形に直して解くことが出来ます。

① q を移項する。 → $x^2+2px=-q$

② 両辺に p の 2 乗を足す。 → $x^2+2px+p^2=-q+p^2$

③ $(x+m)^2=n$ の形に直す。 → $(x+p)^2=-q+p^2$

次の方程式を解きましょう。(2 点×20 問＝40 点)

例	$x^2+8x+5=0$ $x^2+8x=-5$ $x^2+8x+4^2=-5+4^2$ $(x+4)^2=11$ $x=-4\pm\sqrt{11}$	①	$x^2+10x+18=0$ $x^2+10x=-18$ $x^2+10x+5^2=-18+5^2$ $(x+5)^2=7$ $x=-5\pm\sqrt{7}$	②	$x^2+12x+7=0$ $x^2+12x=-7$ $x^2+12x+6^2=-7+6^2$ $(x+6)^2=29$ $x=-6\pm\sqrt{29}$
③	$x^2+12x+13=0$ $x^2+12x=-13$ $x^2+12x+6^2=-13+6^2$ $(x+6)^2=23$ $x=-6\pm\sqrt{23}$	④	$x^2+4x+1=0$ $x^2+4x=-1$ $x^2+4x+2^2=-1+2^2$ $(x+2)^2=3$ $x=-2\pm\sqrt{3}$	⑤	$x^2+6x+4=0$ $x^2+6x=-4$ $x^2+6x+3^2=-4+3^2$ $(x+3)^2=5$ $x=-3\pm\sqrt{5}$
⑥	$x^2+2x-14=0$ $x^2+2x=14$ $x^2+2x+1^2=14+1^2$ $(x+1)^2=15$ $x=-1\pm\sqrt{15}$	⑦	$x^2+6x-2=0$ $x^2+6x=2$ $x^2+6x+3^2=2+3^2$ $(x+3)^2=11$ $x=-3\pm\sqrt{11}$	⑧	$x^2+8x-10=0$ $x^2+8x=10$ $x^2+8x+4^2=10+4^2$ $(x+4)^2=26$ $x=-4\pm\sqrt{26}$
⑨	$x^2+4x-7=0$ $x^2+4x=7$ $x^2+4x+2^2=7+2^2$ $(x+2)^2=11$ $x=-2\pm\sqrt{11}$	⑩	$x^2+10x-22=0$ $x^2+10x=22$ $x^2+10x+5^2=22+5^2$ $(x+5)^2=47$ $x=-5\pm\sqrt{47}$	⑪	$x^2+12x-1=0$ $x^2+12x=1$ $x^2+12x+6^2=1+6^2$ $(x+6)^2=37$ $x=-6\pm\sqrt{37}$
⑫	$x^2-6x+4=0$ $x^2-6x=-4$ $x^2-6x+3^2=-4+3^2$ $(x-3)^2=5$ $x=3\pm\sqrt{5}$	⑬	$x^2-16x+54=0$ $x^2-16x=-54$ $x^2-16x+8^2=-54+8^2$ $(x-8)^2=10$ $x=8\pm\sqrt{10}$	⑭	$x^2-8x+9=0$ $x^2-8x=-9$ $x^2-8x+4^2=-9+4^2$ $(x-4)^2=7$ $x=4\pm\sqrt{7}$
⑮	$x^2-10x-8=0$ $x^2-10x=8$ $x^2-10x+5^2=8+5^2$ $(x-5)^2=33$ $x=5\pm\sqrt{33}$	⑯	$x^2-4x-3=0$ $x^2-4x=3$ $x^2-4x+2^2=3+2^2$ $(x-2)^2=7$ $x=2\pm\sqrt{7}$	⑰	$x^2-12x-11=0$ $x^2-12x=11$ $x^2-12x+6^2=11+6^2$ $(x-6)^2=47$ $x=6\pm\sqrt{47}$
⑱	$x^2-14x-1=0$ $x^2-14x=1$ $x^2-14x+7^2=1+7^2$ $(x-7)^2=50$ $x=7\pm5\sqrt{2}$	⑲	$x^2-20x-8=0$ $x^2-20x=8$ $x^2-20x+10^2=8+10^2$ $(x-10)^2=108$ $x=10\pm6\sqrt{3}$	⑳	$x^2-18x-9=0$ $x^2-18x=9$ $x^2-18x+9^2=9+9^2$ $(x-9)^2=90$ $x=9\pm3\sqrt{10}$

3章 2 二次方程式(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

$ax^2+bx+c=0$ の解は、解の公式で求めることが出来ます。

解の公式 $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ この公式の a,b,c に数字を代入します。

次の方程式を解きましょう。(3点×5問=15点)

例	$x^2+5x+2=0$ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times2}}{2\times1}$ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{17}}{2}$	①	$x^2+3x+1=0$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times1}}{2\times1}$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$
②	$2x^2+3x-4=0$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$	③	$x^2-5x+3=0$ $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$ $x=\dfrac{5\pm\sqrt{13}}{2}$
④	$x^2-5x-7=0$ $x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times(-7)}}{2\times1}$ $x=\dfrac{5\pm\sqrt{53}}{2}$	⑤	$3x^2+7x-2=0$ $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{7^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}$ $x=\dfrac{-7\pm\sqrt{73}}{6}$

解の公式で解いた後、√ の中を出来るだけ簡単にします。
また、約分も忘れないようにしましょう。

次の方程式を解きましょう。(3点×5問=15点)

例	$2x^2+6x+1=0$ $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times2\times1}}{2\times2}$ $x=\dfrac{-6\pm\sqrt{28}}{4}=\dfrac{-6\pm2\sqrt{7}}{4}=\dfrac{-3\pm\sqrt{7}}{2}$	①	$x^2-9x+9=0$ $x=\dfrac{-(-9)\pm\sqrt{(-9)^2-4\times1\times9}}{2\times1}$ $x=\dfrac{9\pm\sqrt{45}}{2}=\dfrac{9\pm3\sqrt{5}}{2}$
②	$2x^2-8x-1=0$ $x=\dfrac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times2\times(-1)}}{2\times2}$ $x=\dfrac{8\pm\sqrt{72}}{4}=\dfrac{8\pm6\sqrt{2}}{4}=\dfrac{4\pm3\sqrt{2}}{2}$	③	$3x^2-2x-7=0$ $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-7)}}{2\times3}$ $x=\dfrac{2\pm\sqrt{88}}{6}=\dfrac{2\pm2\sqrt{22}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{22}}{3}$
④	$2x^2+3x-2=0$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-2)}}{2\times2}$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{25}}{4}=\dfrac{-3\pm5}{4}=\dfrac{1}{2},-2$	⑤	$4x^2-x-3=0$ $x=\dfrac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}$ $x=\dfrac{1\pm\sqrt{49}}{8}=\dfrac{1\pm7}{8}=1,-\dfrac{3}{4}$

0 は何をかけても 0 です。
$(x+a)(x+b)=0$ のような因数分解は、(　)の中がそれぞれ 0 になる数字が答えになります。

次の方程式を解きましょう。(1 点×10 問=10 点)

例	$(x-8)(x-2)=0$ $x=8,\ \ x=2$	例	$(x+3)(x-5)=0$ $x=-3,\ \ x=5$	①	$(x-3)(x-7)=0$ $x=3,\ \ x=7$	②	$(x-10)(x-4)=0$ $x=10,\ \ x=4$
③	$(x-1)(x+9)=0$ $x=1,\ \ x=-9$	④	$(x-5)(x+14)=0$ $x=5,\ \ x=-14$	⑤	$(x+2)(x-11)=0$ $x=-2,\ \ x=11$	⑥	$(x+12)(x-3)=0$ $x=-12,\ \ x=3$
⑦	$(x+1)(x+9)=0$ $x=-1,\ \ x=-9$	⑧	$(x+10)(x+14)=0$ $x=-10,\ \ x=-14$	⑨	$(x+5)(x+11)=0$ $x=-5,\ \ x=-11$	⑩	$(x+6)(x+13)=0$ $x=-6,\ \ x=-13$

$x^2+(a+b)x+ab=0$ のような二次方程式は、$(x+a)(x+b)=0$ の形にすることが出来ます。

次の方程式を解きましょう。(2 点×15 問=30 点)

例	$x^2-2x-35=0$ $(x+5)(x-7)=0$ $x=-5,\ \ x=7$	①	$x^2+10x+9=0$ $(x+1)(x+9)=0$ $x=-1,\ \ x=-9$	②	$x^2+16x+63=0$ $(x+7)(x+9)=0$ $x=-7,\ \ x=-9$	③	$x^2+14x+45=0$ $(x+5)(x+9)=0$ $x=-5,\ \ x=-9$
④	$x^2-2x-15=0$ $(x+3)(x-5)=0$ $x=-3,\ \ x=5$	⑤	$x^2-6x-16=0$ $(x+2)(x-8)=0$ $x=-2,\ \ x=8$	⑥	$x^2-2x-3=0$ $(x+1)(x-3)=0$ $x=-1,\ \ x=3$	⑦	$x^2-6x-16=0$ $(x+2)(x-8)=0$ $x=-2,\ \ x=8$
⑧	$x^2+8x-9=0$ $(x-1)(x+9)=0$ $x=1,\ \ x=-9$	⑨	$x^2+x-12=0$ $(x-3)(x+4)=0$ $x=3,\ \ x=-4$	⑩	$x^2+x-20=0$ $(x-4)(x+5)=0$ $x=4,\ \ x=-5$	⑪	$x^2+4x-12=0$ $(x-2)(x+6)=0$ $x=2,\ \ x=-6$
⑫	$x^2-14x+40=0$ $(x-4)(x-10)=0$ $x=4,\ \ x=10$	⑬	$x^2-10x+21=0$ $(x-3)(x-7)=0$ $x=3,\ \ x=7$	⑭	$x^2-8x+15=0$ $(x-3)(x-5)=0$ $x=3,\ \ x=5$	⑮	$x^2-10x+16=0$ $(x-2)(x-8)=0$ $x=2,\ \ x=8$

$ax^2+bx=0$ のような二次方程式は、$x(ax+b)=0$ の形にして解きます。

次の方程式を解きましょう。(2 点×15 問=30 点)

例	$x^2-3x=0$ $x(x-3)=0$ $x=0,\ \ x=3$	①	$x^2-2x=0$ $x(x-2)=0$ $x=0,\ \ x=2$	②	$x^2-5x=0$ $x(x-5)=0$ $x=0,\ \ x=5$	③	$x^2-6x=0$ $x(x-6)=0$ $x=0,\ \ x=6$
④	$x^2+8x=0$ $x(x+8)=0$ $x=0,\ \ x=-8$	⑤	$x^2+10x=0$ $x(x+10)=0$ $x=0,\ \ x=-10$	⑥	$x^2+4x=0$ $x(x+4)=0$ $x=0,\ \ x=-4$	⑦	$x^2+7x=0$ $x(x+7)=0$ $x=0,\ \ x=-7$
⑧	$2x^2-5x=0$ $x(2x-5)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{5}{2}$	⑨	$3x^2-2x=0$ $x(3x-2)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{2}{3}$	⑩	$5x^2-x=0$ $x(5x-1)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{1}{5}$	⑪	$4x^2-3x=0$ $x(4x-3)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{3}{4}$
⑫	$5x^2+6x=0$ $x(5x+6)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{6}{5}$	⑬	$2x^2+x=0$ $x(2x+1)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{1}{2}$	⑭	$3x^2+4x=0$ $x(3x+4)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{4}{3}$	⑮	$2x^2+7x=0$ $x(2x+7)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{7}{2}$

3章 3 二次方程式(3)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

乗法の公式を利用して、二次方程式を解くことが出来ます。

$x^2+2ax+a^2=0 \rightarrow (x+a)^2=0$

$x^2-2ax+a^2=0 \rightarrow (x-a)^2=0$

次の方程式を解きましょう。(2点×10問=20点)

例	$x^2+10x+25=0$ $(x+5)^2=0$ $x+5=0$ $x=-5$	例	$x^2-4x+4=0$ $(x-2)^2=0$ $x-2=0$ $x=2$	①	$x^2+16x+64=0$ $(x+8)^2=0$ $x+8=0$ $x=-8$
②	$x^2+6x+9=0$ $(x+3)^2=0$ $x+3=0$ $x=-3$	③	$x^2+14x+49=0$ $(x+7)^2=0$ $x+7=0$ $x=-7$	④	$x^2+18x+81=0$ $(x+9)^2=0$ $x+9=0$ $x=-9$
⑤	$x^2+2x+1=0$ $(x+1)^2=0$ $x+1=0$ $x=-1$	⑥	$x^2-8x+16=0$ $(x-4)^2=0$ $x-4=0$ $x=4$	⑦	$x^2-12x+36=0$ $(x-6)^2=0$ $x-6=0$ $x=6$
⑧	$x^2-10x+25=0$ $(x-5)^2=0$ $x-5=0$ $x=5$	⑨	$x^2-18x+81=0$ $(x-9)^2=0$ $x-9=0$ $x=9$	⑩	$x^2-16x+64=0$ $(x-8)^2=0$ $x-8=0$ $x=8$

この章で学習した二次方程式の解き方を復習しましょう。
二次方程式は、移項や因数分解などを利用して解くことが出来ます。

次の方程式を解きましょう。(2点×10問=20点)

例	$9x^2-72=0$ $9x^2=72$ $x^2=8$ $x=\pm2\sqrt{2}$	①	$6x^2-72=0$ $6x^2=72$ $x^2=12$ $x=\pm2\sqrt{3}$	②	$3x^2-54=0$ $3x^2=54$ $x^2=18$ $x=\pm3\sqrt{2}$
③	$(x+5)^2=49$ $x+5=\pm7$ $x=-5\pm7$ $x=2,\ -12$	④	$(x-10)^2=9$ $x-10=\pm3$ $x=10\pm3$ $x=13,\ 7$	⑤	$x^2-18x+81=0$ $(x-9)^2=0$ $x-9=0$ $x=9$
例	$x^2-6x+4=0$ $x^2-6x+3^2=-4+3^2$ $(x-3)^2=5$ $x=3\pm\sqrt{5}$	⑥	$x^2+10x+18=0$ $x^2+10x+5^2=-18+5^2$ $(x+5)^2=7$ $x=-5\pm\sqrt{7}$	⑦	$x^2-14x-1=0$ $x^2-14x+7^2=1+7^2$ $(x-7)^2=50$ $x=7\pm5\sqrt{2}$
⑧	$x^2+x-20=0$ $(x-4)(x+5)=0$ $x=4,\ \ x=-5$	⑨	$3x^2+4x=0$ $x(3x+4)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{4}{3}$	⑩	$2x^2-5x=0$ $x(2x-5)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{5}{2}$

文章題は、求めたい数字を x として二次方程式をつくります。
二次方程式の解を求めたら、その解が問題文に合うかどうかを確かめましょう。

次の問いに答えましょう。(10 点×6 問＝60 点)

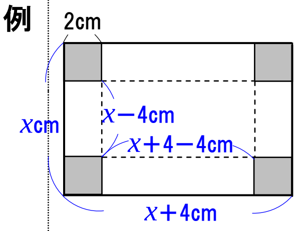
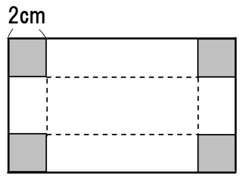
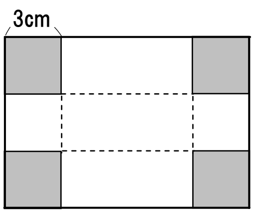
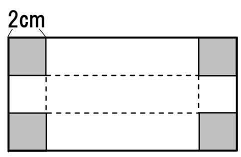
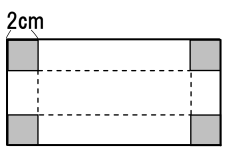
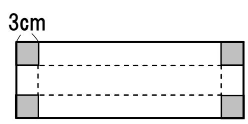
例	大小 2 つの正の整数があり、その差が 3、積が 40 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
	小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+3$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+3)=40$ これを解くと、$x=-8,\ 5$　-8 は正の整数ではないので、$x=5$ よって、2 つの整数は、5 と 8	$x(x+3)=40$ $x^2+3x-40=0$ $(x+8)(x-5)=0$ $x=-8,\ 5$
①	大小 2 つの正の整数があり、その差が 7、積が 60 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
	小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+7$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+7)=60$ これを解くと、$x=-12,\ 5$　-12 は正の整数ではないので、$x=5$ よって、2 つの整数は、5 と 12	$x(x+7)=60$ $x^2+7x-60=0$ $(x+12)(x-5)=0$ $x=-12,\ 5$
②	大小 2 つの正の整数があり、その差が 4、積が 96 になります。この 2 つの整数を求めましょう。	
	小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+4$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+4)=96$ これを解くと、$x=-12,\ 8$　-12 は正の整数ではないので、$x=8$ よって、2 つの整数は、8 と 12	$x(x+4)=96$ $x^2+4x-96=0$ $(x+12)(x-8)=0$ $x=-12,\ 8$
③	連続した 3 つの正の整数があり、真ん中の数の 2 乗は、残りの 2 数の和より 24 大きくなります。 この連続した 3 つの正の整数を求めましょう。	
	真ん中の整数を x とすると、残りの 2 数は、$x-1$、$x+1$ と表される。 問題文を式に直すと、$x^2=(x-1)+(x+1)+24$ これを解くと、$x=-4,\ 6$　-4 は正の整数ではないので、$x=6$ よって、3 つの整数は、5 と 6 と 7	$x^2=(x-1)+(x+1)+24$ $x^2-2x-24=0$ $(x+4)(x-6)=0$ $x=-4,\ 6$
④	連続した 3 つの正の整数があり、大きい方の 2 つの数の積は、3 つの数の和の 2 倍に等しくなります。 この連続した 3 つの正の整数を求めましょう。	
	真ん中の整数を x とすると、残りの 2 数は、$x-1$、$x+1$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+1)=2\{(x-1)+x+(x+1)\}$ これを解くと、$x=0,\ 5$　0 は正の整数ではないので、$x=5$ よって、3 つの整数は、4 と 5 と 6	$x(x+1)=2(3x)$ $x^2-5x=0$ $x(x-5)=0$ $x=0,\ 5$
⑤	ある自然数を 2 乗するところを、間違って 2 倍したため、答えが 48 小さくなりました。 もとの自然数を求めましょう。	
	もとの自然数を x とする。 問題文を式に直すと、$x^2=2x+48$ これを解くと、$x=-6,\ 8$　-6 は自然数ではないので、$x=8$ よって、もとの自然数は、8	$x^2=2x+48$ $x^2-2x-48=0$ $(x+6)(x-8)=0$ $x=-6,\ 8$
⑥	ある自然数に 3 を加えて 2 乗するところを、3 を加えて 2 倍したため、答えが 35 小さくなりました。 もとの自然数を求めましょう。	
	もとの自然数を x とする。 問題文を式に直すと、$(x+3)^2=2(x+3)+35$ これを解くと、$x=-8,\ 4$　-8 は自然数ではないので、$x=4$ よって、もとの自然数は、4	$x^2+6x+9=2x+6+35$ $x^2+4x-32=0$ $(x+8)(x-4)=0$ $x=-8,\ 4$

3章 4 図形問題

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

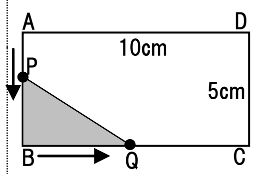
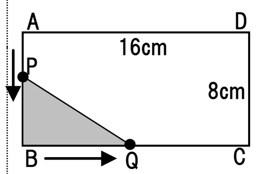
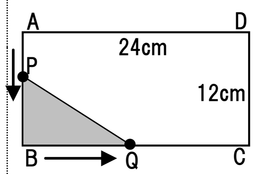
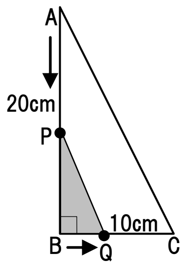
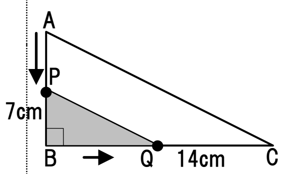
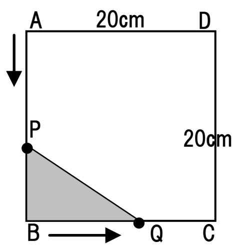
長方形の4隅から正方形を切り取って直方体をつくる問題は、二次方程式で解きます。
直方体の縦、横、高さがそれぞれ何cmになるかを考えて、式をつくります。

紙の縦の長さを求めましょう。(10点×5問=50点)

例		横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は64cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$x+4$cm 容積を求める式は、$(x-4)\times(x+4-4)\times2=64$ これを解くと、$x=-4,\ 8$　辺は正の数なので、$x=8$ よって、紙の縦の長さは、8cm	$(x-4)\times x\times2=64$ $(x-4)\times x=32$ $x^2-4x-32=0$ $(x+4)(x-8)=0$
①		横が縦より5cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は48cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$x+5$cm 容積を求める式は、$(x-4)\times(x+5-4)\times2=48$ これを解くと、$x=-4,\ 7$　辺は正の数なので、$x=7$ よって、紙の縦の長さは、7cm	$(x-4)\times(x+1)\times2=48$ $(x-4)\times(x+1)=24$ $x^2-3x-28=0$ $(x+4)(x-7)=0$
②		横が縦より4cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は63cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$x+4$cm 容積を求める式は、$(x-6)\times(x+4-6)\times3=63$ これを解くと、$x=-1,\ 9$　辺は正の数なので、$x=9$ よって、紙の縦の長さは、9cm	$(x-6)\times(x-2)\times3=63$ $(x-6)\times(x-2)=21$ $x^2-8x-9=0$ $(x+1)(x-9)=0$
③		横が縦より6cm長い長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は32cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$x+6$cm 容積を求める式は、$(x-4)\times(x+6-4)\times2=32$ これを解くと、$x=-4,\ 6$　辺は正の数なので、$x=6$ よって、紙の縦の長さは、6cm	$(x-4)\times(x+2)\times2=32$ $(x-4)\times(x+2)=16$ $x^2-2x-24=0$ $(x+4)(x-6)=0$
④		縦と横の長さの比が1：2の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が2cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は60cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$2x$cm 容積を求める式は、$(x-4)\times(2x-4)\times2=60$ これを解くと、$x=-1,\ 7$　辺は正の数なので、$x=7$ よって、紙の縦の長さは、7cm	$(x-4)\times2(x-2)\times2=60$ $(x-4)\times(x-2)=15$ $x^2-6x-7=0$ $(x+1)(x-7)=0$
⑤		縦と横の長さの比が1：3の長方形の紙があります。この紙の4隅から1辺が3cmの正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は288cm^{3}でした。	
		縦の長さをx cmとすると、横の長さは$3x$cm 容積を求める式は、$(x-6)\times(3x-6)\times3=288$ これを解くと、$x=-2,\ 10$　辺は正の数なので、$x=10$ よって、紙の縦の長さは、10cm	$(x-6)\times3(x-2)\times3=288$ $(x-6)\times(x-2)=32$ $x^2-8x-20=0$ $(x+2)(x-10)=0$

動く点によってつくられる三角形の問題は、二次方程式で解きます。
底辺と高さがそれぞれ何 cm になるかを考えて、式をつくります。

次の問いに答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

例		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 6cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=5-t$　$BQ=2t$ △PBQ の面積は、$(5-t)\times 2t\div 2=6$ これを解くと、$t=2, 3$ △PBQ の面積が 6cm^2 になるのは、2 秒後と 3 秒後	$(5-t)\times 2t\div 2=6$ $-t^2+5t-6=0$ $t^2-5t+6=0$ $(t-2)(t-3)=0$
①		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 12cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=8-t$　$BQ=2t$ △PBQ の面積は、$(8-t)\times 2t\div 2=12$ これを解くと、$t=2, 6$ △PBQ の面積が 12cm^2 になるのは、2 秒後と 6 秒後	$(8-t)\times 2t\div 2=12$ $-t^2+8t-12=0$ $t^2-8t+12=0$ $(t-2)(t-6)=0$
②		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 4cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 20cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=12-2t$　$BQ=4t$ △PBQ の面積は、$(12-2t)\times 4t\div 2=20$ これを解くと、$t=1, 5$ △PBQ の面積が 20cm^2 になるのは、1 秒後と 5 秒後	$(12-2t)\times 4t\div 2=20$ $-4t^2+24t-20=0$ $t^2-6t+5=0$ $(t-1)(t-5)=0$
③		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 1cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 25cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=20-2t$　$BQ=t$ △PBQ の面積は、$(20-2t)\times t\div 2=25$ これを解くと、$t=5$ △PBQ の面積が 25cm^2 になるのは、5 秒後	$(20-2t)\times t\div 2=25$ $-t^2+10t-25=0$ $t^2-10t+25=0$ $(t-5)(t-5)=0$
④		P は、AB 上を秒速 1cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 10cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=7-t$　$BQ=2t$ △PBQ の面積は、$(7-t)\times 2t\div 2=10$ これを解くと、$t=2, 5$ △PBQ の面積が 10cm^2 になるのは、2 秒後と 5 秒後	$(7-t)\times 2t\div 2=10$ $-t^2+7t-10=0$ $t^2-7t+10=0$ $(t-2)(t-5)=0$
⑤		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 42cm^2 になるのは、何秒後ですか？	
		点が動く時間を t 秒とすると、$PB=20-2t$　$BQ=2t$ △PBQ の面積は、$(20-2t)\times 2t\div 2=42$ これを解くと、$t=3, 7$ △PBQ の面積が 42cm^2 になるのは、3 秒後と 7 秒後	$(20-2t)\times 2t\div 2=42$ $-2t^2+20t-42=0$ $t^2-10t+21=0$ $(t-3)(t-7)=0$

4章 1 二次関数(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

x の値が決まると y の値が1つに決まる場合、y は x の関数であるといいます。
y が x の2乗に比例するとき、$y=ax^2$ という二次関数の式で表します。
a の値は、$y \div x^2$ で求めることが出来ます。

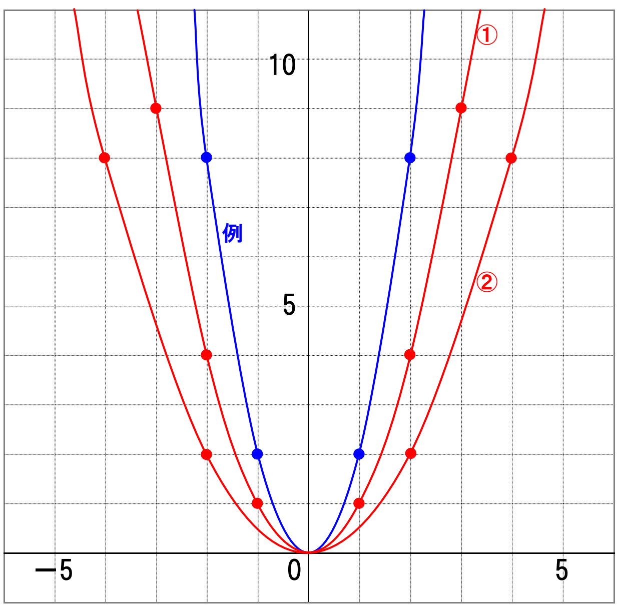
y が x の2乗に比例するとき、x、y の関係を式に表しましょう。(2点×10問=20点)

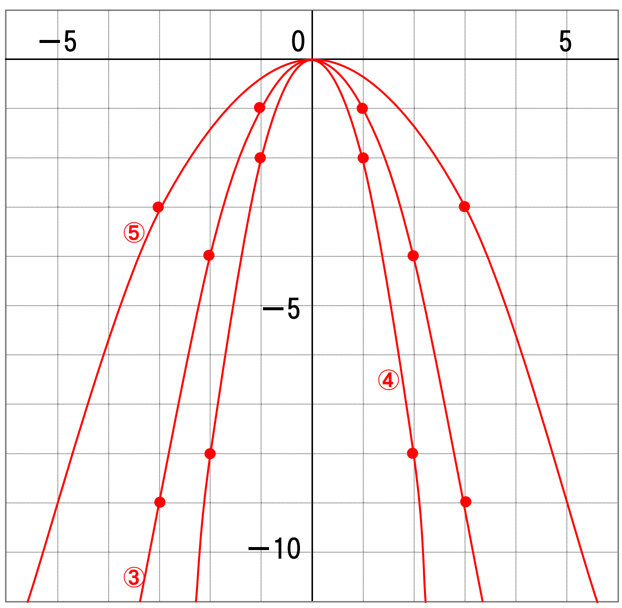
例	$x=5$ のとき、$y=50$ $a=50\div5^2=2$ $y=2x^2$	例	$x=-2$ のとき、$y=-36$ $a=-36\div(-2)^2=-9$ $y=-9x^2$	①	$x=3$ のとき、$y=54$ $a=54\div3^2=6$ $y=6x^2$
②	$x=6$ のとき、$y=108$ $a=108\div6^2=3$ $y=3x^2$	③	$x=3$ のとき、$y=63$ $a=63\div3^2=7$ $y=7x^2$	④	$x=4$ のとき、$y=80$ $a=80\div4^2=5$ $y=5x^2$
⑤	$x=-1$ のとき、$y=8$ $a=8\div(-1)^2=8$ $y=8x^2$	⑥	$x=-5$ のとき、$y=100$ $a=100\div(-5)^2=4$ $y=4x^2$	⑦	$x=7$ のとき、$y=-98$ $a=-98\div7^2=-2$ $y=-2x^2$
⑧	$x=2$ のとき、$y=-20$ $a=-20\div2^2=-5$ $y=-5x^2$	⑨	$x=-4$ のとき、$y=-48$ $a=-48\div(-4)^2=-3$ $y=-3x^2$	⑩	$x=-3$ のとき、$y=-36$ $a=-36\div(-3)^2=-4$ $y=-4x^2$

$y=ax^2$ のグラフは、原点(0, 0)を通る放物線です。
$x=1$ のときの y の値、$x=2$ のときの y の値、$x=3$ のとき…、と考えていき、グラフをかきます。

次の関数のグラフをかきましょう。(5点×5問=25点)

例	$y=2x^2$	③	$y=-x^2$
①	$y=x^2$	④	$y=-2x^2$
②	$y=\frac{1}{2}x^2$	⑤	$y=-\frac{1}{3}x^2$





$y=ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で減少し、$x≧0$ で増加します。
$y=-ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で増加し、$x≧0$ で減少します。

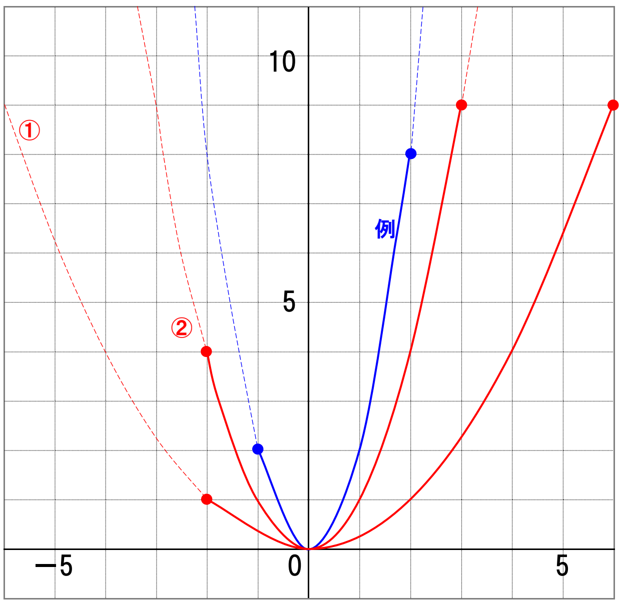
(　　)に合う言葉を書きましょう。(5 点×2 問=10 点)

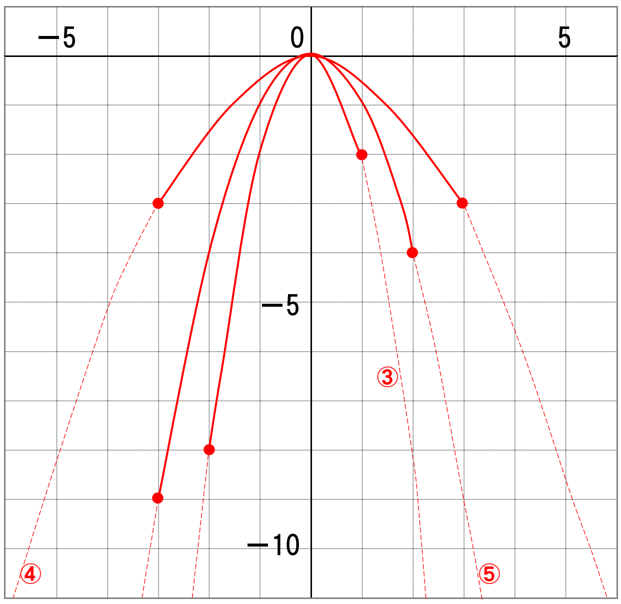
①	$y=ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で(減少)し、$x≧0$ で(増加)します。
②	$y=-ax^2$ の y の値は、x が増加するほど、$x≦0$ で(増加)し、$x≧0$ で(減少)します。

グラフで変域を表す場合、変域の境目に点をつけます。
変域の範囲外のグラフは点線で表します。

次の関数のグラフをかきましょう。(5 点×5 問=25 点)

例	$y=2x^2$ $(-1≦x≦2)$	③	$y=-2x^2$ $(-2≦x≦1)$
①	$y=\frac{1}{4}x^2$ $(-2≦x≦6)$	④	$y=-\frac{1}{3}x^2$ $(-3≦x≦3)$
②	$y=x^2$ $(-2≦x≦3)$	⑤	$y=-x^2$ $(-3≦x≦2)$





$y=ax^2$ の y の値は、x の絶対値が最大のときが最大、x の絶対値が最小のときが最小です。
$y=-ax^2$ の y の値は、x の絶対値が最大のときが最小、x の絶対値が最小のときが最大です。

次の関数の、y の変域を求めましょう。(2 点×10 問=20 点)

例	$y=2x^2$ $(-2≦x≦3)$ $0≦y≦18$	例	$y=-3x^2$ $(-3≦x≦1)$ $-27≦y≦0$	①	$y=2x^2$ $(-3≦x≦1)$ $0≦y≦18$
②	$y=3x^2$ $(-1≦x≦2)$ $0≦y≦12$	③	$y=x^2$ $(-7≦x≦5)$ $0≦y≦49$	④	$y=4x^2$ $(1≦x≦5)$ $4≦y≦100$
⑤	$y=5x^2$ $(-1≦x≦-3)$ $5≦y≦45$	⑥	$y=-2x^2$ $(-1≦x≦5)$ $-50≦y≦0$	⑦	$y=-x^2$ $(-9≦x≦6)$ $-81≦y≦0$
⑧	$y=-4x^2$ $(-2≦x≦3)$ $-36≦y≦0$	⑨	$y=-3x^2$ $(1≦x≦5)$ $-75≦y≦-3$	⑩	$y=-2x^2$ $(-2≦x≦-4)$ $-32≦y≦-8$

4章 2 二次関数(2)

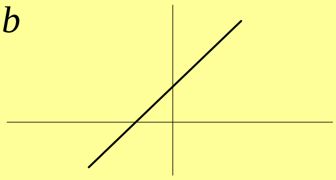
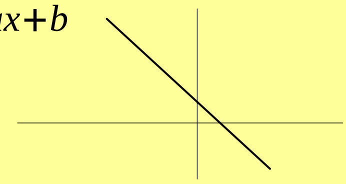
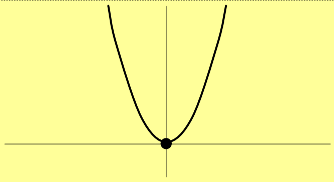
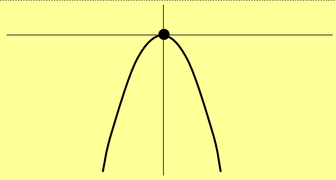
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

変化の割合は、一次関数では一定ですが、二次関数では一定ではありません。
$y=ax^2$で、xの値がpからqまで増加するとき、変化の割合は$a(p+q)$で求めます。

xの値が、次のように増加するときの変化の割合を求めましょう。(2点×10問=20点)

例	$y=2x^2$ (3から5まで) $2(3+5)=16$	例	$y=3x^2$ (−3から−1まで) $3(-3-1)=-12$	①	$y=2x^2$ (4から6まで) $2(4+6)=20$
②	$y=4x^2$ (1から4まで) $4(1+4)=20$	③	$y=x^2$ (3から7まで) $1(3+7)=10$	④	$y=-3x^2$ (2から5まで) $-3(2+5)=-21$
⑤	$y=-5x^2$ (3から7まで) $-5(3+7)=-50$	⑥	$y=2x^2$ (−6から−1まで) $2(-6-1)=-14$	⑦	$y=x^2$ (−9から−3まで) $1(-9-3)=-12$
⑧	$y=-4x^2$ (−5から−2まで) $-4(-5-2)=28$	⑨	$y=-3x^2$ (−8から−4まで) $-3(-8-4)=36$	⑩	$y=-5x^2$ (−7から−4まで) $-5(-7-4)=55$

一次関数と二次関数の特徴を比べてみましょう。

一次関数 グラフの形 … 直線 変化の割合 … 一定	$y=ax+b$  xが増加するとyも増加	$y=-ax+b$  xが増加するとyは減少
二次関数 グラフの形 … 放物線 変化の割合 … 一定ではない	$y=ax^2$  $x=0$のときyは最小	$y=-ax^2$  $x=0$のときyは最大

次の関数について、下のA～Hから当てはまるものを全て選び、記号で答えましょう。(3点×10問=30点)

①	グラフが放物線である。	E, F, G, H
②	グラフが直線である。	A, B, C, D
③	$x\leqq0$のとき、xの値が増加するとyの値も増加する。	A, C, F, H
④	$x\geqq0$のとき、xの値が増加するとyの値も増加する。	A, C, E, G
⑤	$x\leqq0$のとき、xの値が増加するとyの値は減少する。	B, D, E, G
⑥	$x\geqq0$のとき、xの値が増加するとyの値は減少する。	B, D, F, H
⑦	変化の割合がつねに2である。	A
⑧	xの値が1から3まで増加するときの変化の割合が2である。	A, G
⑨	(2, 8)を通る。	A, E
⑩	原点(0, 0)を通る。	C, D, E, F, G, H

A　$y=2x+4$	B　$y=-2x+4$	C　$y=\frac{1}{2}x$	D　$y=-\frac{1}{2}x$
E　$y=2x^2$	F　$y=-2x^2$	G　$y=\frac{1}{2}x^2$	H　$y=-\frac{1}{2}x^2$

(円
100
95
90
85
80

一次関数や二次関数以外にも、いろいろな関数があります。
グラフ上で、白点はその数を含まないことを表し、黒点はその数を含むことを表します。

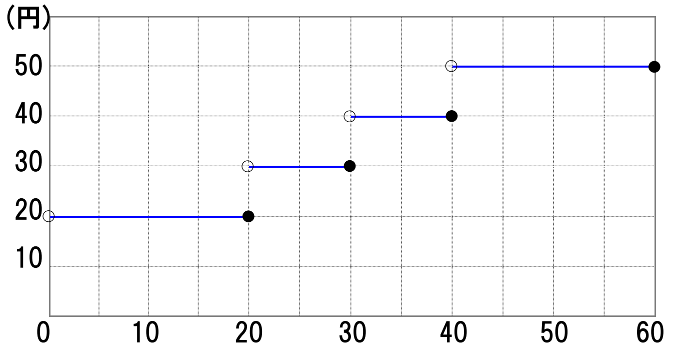
表を見て、問いに答え、グラフをかきましょう。(10 点×5 問=50 点)

例　県外への 1 分あたりの通話料

20km まで	20 円
30km まで	30 円
40km まで	40 円
60km まで	50 円

35km 離れたところへ 2 分 30 秒電話すると、通話料はいくらですか？

40 円×3 分＝120 円

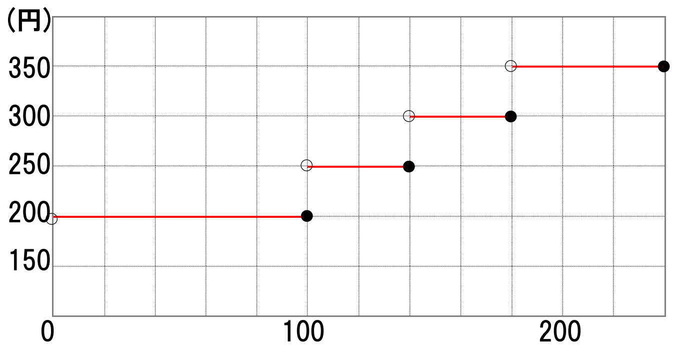


① ある運送会社の市内の送料

100g まで	200 円
140g まで	250 円
180g まで	300 円
240g まで	350 円

120g の荷物を市内に発送すると、送料はいくらですか？

250 円

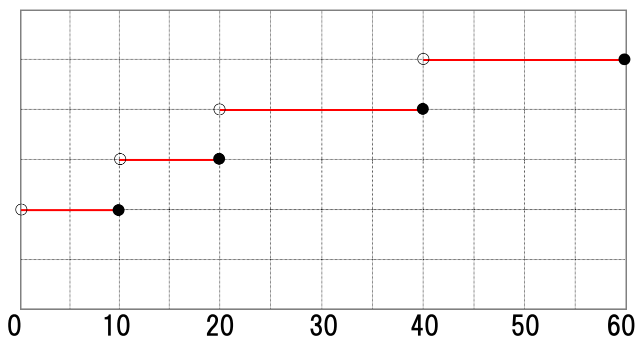


② ある市の水道料

10m^3 まで	850 円
20m^3 まで	900 円
40m^3 まで	950 円
60m^3 まで	1000 円

32m^3 使用すると、水道料はいくらですか？

950 円

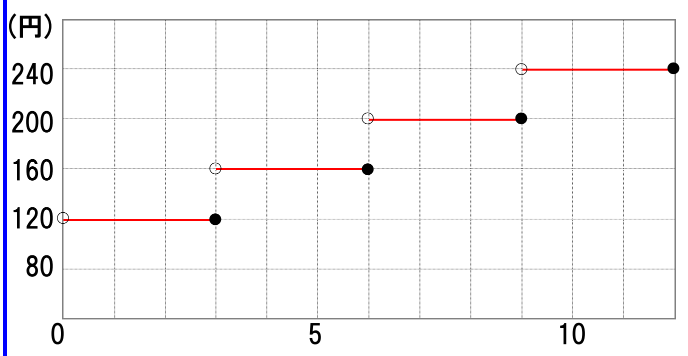


③ ある鉄道会社の運賃

3km まで	120 円
6km まで	160 円
9km まで	200 円
12km まで	240 円

電車に 10km 乗ると、運賃はいくらですか？

240 円

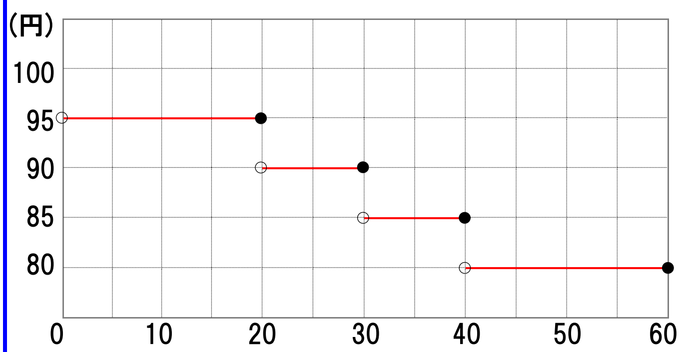


④ ジュース 1 本あたりの仕入れ値

20 本まで	95 円
30 本まで	90 円
40 本まで	85 円
60 本まで	80 円

ジュースを 50 本仕入れると、いくらですか？

80 円×50 本＝4000 円

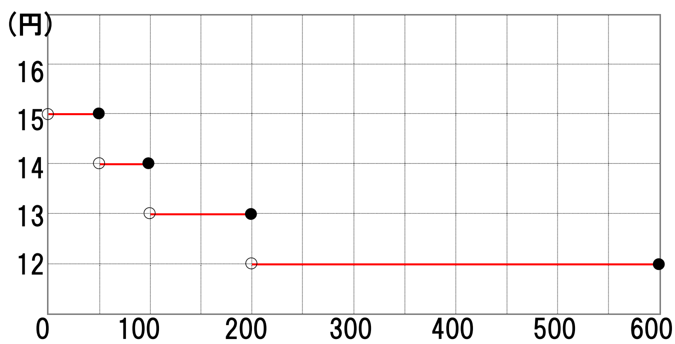


⑤ チラシ 1 枚あたりの印刷料金

50 枚まで	15 円
100 枚まで	14 円
200 枚まで	13 円
600 枚まで	12 円

チラシを 150 枚印刷すると、いくらですか？

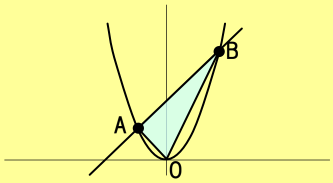
13 円×150 枚＝1950 円



4章 3 グラフの交点

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

$y=ax^2$ のグラフ上の2点A, Bを通る直線は、一次関数のグラフになります。
△OABの面積を求める場合、底辺と高さの距離をそれぞれ考えます。
△OABの底辺は、一次関数 $y=ax+b$ の切片 b の距離です。
△OABの高さは、2点A, Bの x 座標の絶対値の合計です。



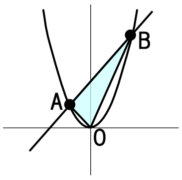
$y=x^2$ のグラフ上に2点A, Bがあります。次の問題に答えましょう。(10点×5問＝50点)

例 Aの x 座標は－2、Bの x 座標は3です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－2, 4)　B(3, 9)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{9-4}{3-(-2)}=\dfrac{5}{5}=1$

$y=x+b$ に(－2, 4)を代入
$4=-2+b$　$4+2=b$　$y=x+6$



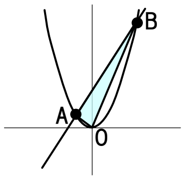
△OABの面積を求めましょう。
$y=x+6$ より、底辺は6
A(－2, 4)　B(3, 9)より、高さは $2+3=5$
△OABの面積＝$6\times5\div2=15$

① Aの x 座標は－1、Bの x 座標は4です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－1, 1)　B(4, 16)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{16-1}{4-(-1)}=\dfrac{15}{5}=3$

$y=3x+b$ に(－1, 1)を代入
$1=-3+b$　$1+3=b$　$y=3x+4$



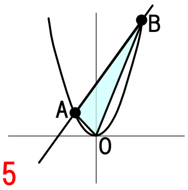
△OABの面積を求めましょう。
$y=3x+4$ より、底辺は4
A(－1, 1)　B(4, 16)より、高さは $1+4=5$
△OABの面積＝$4\times5\div2=10$

② Aの x 座標は－3、Bの x 座標は5です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－3, 9)　B(5, 25)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{25-9}{5-(-3)}=\dfrac{16}{8}=2$

$y=2x+b$ に(－3, 9)を代入
$9=-6+b$　$9+6=b$　$y=2x+15$



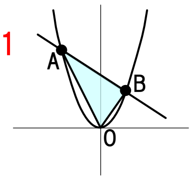
△OABの面積を求めましょう。
$y=2x+15$ より、底辺は15
A(－3, 9)　B(5, 25)より、高さは $3+5=8$
△OABの面積＝$15\times8\div2=60$

③ Aの x 座標は－2、Bの x 座標は1です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－2, 4)　B(1, 1)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{1-4}{1-(-2)}=-\dfrac{3}{3}=-1$

$y=-x+b$ に(－2, 4)を代入
$4=2+b$　$4-2=b$　$y=-x+2$



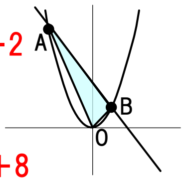
△OABの面積を求めましょう。
$y=-x+2$ より、底辺は2
A(－2, 4)　B(1, 1)より、高さは $2+1=3$
△OABの面積＝$2\times3\div2=3$

④ Aの x 座標は－4、Bの x 座標は2です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－4, 16)　B(2, 4)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{4-16}{2-(-4)}=-\dfrac{12}{6}=-2$

$y=-2x+b$ に(－4, 16)を代入
$16=8+b$　$16-8=b$　$y=-2x+8$



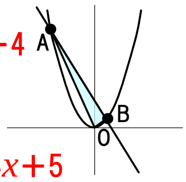
△OABの面積を求めましょう。
$y=-2x+8$ より、底辺は8
A(－4, 16)　B(2, 4)より、高さは $4+2=6$
△OABの面積＝$8\times6\div2=24$

⑤ Aの x 座標は－5、Bの x 座標は1です。
A, Bの座標を求めましょう。
A(－5, 25)　B(1, 1)

A, Bを通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{1-25}{1-(-5)}=-\dfrac{24}{6}=-4$

$y=-4x+b$ に(－5, 25)を代入
$25=20+b$　$25-20=b$　$y=-4x+5$



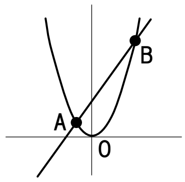
△OABの面積を求めましょう。
$y=-4x+5$ より、底辺は5
A(－5, 25)　B(1, 1)より、高さは $5+1=6$
△OABの面積＝$5\times6\div2=15$

二次関数と一次関数のグラフの交点は連立方程式で求めることが出来ます。
x^2 の係数を 1 にしたら、二次方程式を利用して x の値を求めます。

次の 2 つのグラフの交点 A, B の座標を求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例

$y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=x+4$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{1}{2}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad x+4} \end{array}$$

$0=\frac{1}{2}x^2-x-4$ …×2 → $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$　　$x=-2,\ 4$

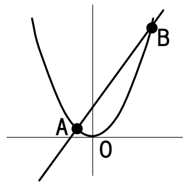
$x=-2$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times(-2)^2=2$

$x=4$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times4^2=8$

よって A=(−2, 2)、B=(4, 8)

①

$y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=2x+9$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{1}{3}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad 2x+9} \end{array}$$

$0=\frac{1}{3}x^2-2x-9$ …×3 → $x^2-6x-27=0$

$(x+3)(x-9)=0$　　$x=-3,\ 9$

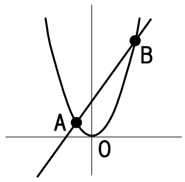
$x=-3$ のとき、$y=\frac{1}{3}\times(-3)^2=3$

$x=9$ のとき、$y=\frac{1}{3}\times9^2=27$

よって A=(−3, 3)、B=(9, 27)

②

$y=\frac{3}{4}x^2$ と $y=3x+9$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{3}{4}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad 3x+9} \end{array}$$

$0=\frac{3}{4}x^2-3x-9$ …×$\frac{4}{3}$ → $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$　　$x=-2,\ 6$

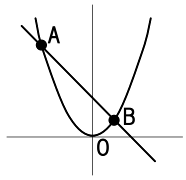
$x=-2$ のとき、$y=\frac{3}{4}\times(-2)^2=3$

$x=6$ のとき、$y=\frac{3}{4}\times6^2=27$

よって A=(−2, 3)、B=(6, 27)

③

$y=\frac{1}{3}x^2$ と $y=-x+6$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{1}{3}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad -x+6} \end{array}$$

$0=\frac{1}{3}x^2+x-6$ …×3 → $x^2+3x-18=0$

$(x+6)(x-3)=0$　　$x=-6,\ 3$

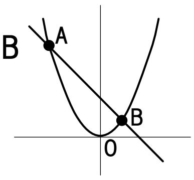
$x=-6$ のとき、$y=\frac{1}{3}\times(-6)^2=12$

$x=3$ のとき、$y=\frac{1}{3}\times3^2=3$

よって A=(−6, 12)、B=(3, 3)

④

$y=\frac{1}{2}x^2$ と $y=-2x+6$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{1}{2}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad -2x+6} \end{array}$$

$0=\frac{1}{2}x^2+2x-6$ …×2 → $x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$　　$x=-6,\ 2$

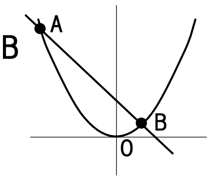
$x=-6$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times(-6)^2=18$

$x=2$ のとき、$y=\frac{1}{2}\times2^2=2$

よって A=(−6, 18)、B=(2, 2)

⑤

$y=\frac{1}{4}x^2$ と $y=-x+3$ の交点 A, B



$$\begin{array}{rl} & y=\frac{1}{4}x^2 \\ -) & \underline{y=\qquad -x+3} \end{array}$$

$0=\frac{1}{4}x^2+x-3$ …×4→ $x^2+4x-12=0$

$(x+6)(x-2)=0$　　$x=-6,\ 2$

$x=-6$ のとき、$y=\frac{1}{4}\times(-6)^2=9$

$x=2$ のとき、$y=\frac{1}{4}\times2^2=1$

よって A=(−6, 9)、B=(2, 1)

4章 4 二次関数の利用

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

車がブレーキをかけてから止まるまでの距離を制動距離といいます。
時速 x km のときの制動距離を y とすると、y は x の 2 乗に比例します。
$y=ax^2$ の a の値は、$y \div x^2$ で求めます。

時速と制動距離の関係を式に表し、あとのことがらを求めましょう。(4 点×5 問=20 点)

例	時速 30km のときの制動距離が 10m の自動車。 $a=10\div30^2=\frac{1}{90}$　$y=\frac{1}{90}x^2$ この自動車が時速 60km のときの制動距離。 $y=\frac{1}{90}\times60^2=40$m	①	時速 40km のときの制動距離が 8m の自動車。 $a=8\div40^2=\frac{1}{200}$　$y=\frac{1}{200}x^2$ この自動車が時速 100km のときの制動距離。 $y=\frac{1}{200}\times100^2=50$m
②	時速 20km のときの制動距離が 5m の自動車。 $a=5\div20^2=\frac{1}{80}$　$y=\frac{1}{80}x^2$ この自動車が時速 40km のときの制動距離。 $y=\frac{1}{80}\times40^2=20$m	③	時速 50km のときの制動距離が 10m の自動車。 $a=10\div50^2=\frac{1}{250}$　$y=\frac{1}{250}x^2$ この自動車が時速 100km のときの制動距離。 $y=\frac{1}{250}\times100^2=40$m
④	時速 60km のときの制動距離が 24m の自動車。 $a=24\div60^2=\frac{1}{150}$　$y=\frac{1}{150}x^2$ この自動車の制動距離が 54m になる時速。 $54=\frac{1}{150}x^2$　$x^2=8100$　$x=90$km	⑤	時速 25km のときの制動距離が 5m の自動車。 $a=5\div25^2=\frac{1}{125}$　$y=\frac{1}{125}x^2$ この自動車の制動距離が 20m になる時速。 $20=\frac{1}{125}x^2$　$x^2=2500$　$x=50$km

ボールが斜面を転がり始めてからの時間を x、転がった距離を y とすると、y は x の 2 乗に比例します。
$y=ax^2$ で、x の値が p から q まで増加するとき、平均の速さ(変化の割合)は $a(p+q)$ で求めます。

ボールが斜面を転がるときの関係を式に表し、平均の速さを求めましょう。(4 点×5 問=20 点)

例	転がり始めて 2 秒後までに 12m 転がった。 $a=12\div2^2=3$　$y=3x^2$ 2 秒後から 5 秒後までの平均の速さ。 $3(2+5)=21$　秒速 21m	①	転がり始めて 3 秒後までに 18m 転がった。 $a=18\div3^2=2$　$y=2x^2$ 3 秒後から 5 秒後までの平均の速さ。 $2(3+5)=16$　秒速 16m
②	転がり始めて 4 秒後までに 16m 転がった。 $a=16\div4^2=1$　$y=x^2$ 2 秒後から 8 秒後までの平均の速さ。 $1(2+8)=10$　秒速 10m	③	転がり始めて 2 秒後までに 24m 転がった。 $a=24\div2^2=6$　$y=6x^2$ 2 秒後から 9 秒後までの平均の速さ。 $6(2+9)=66$　秒速 66m
④	転がり始めて 5 秒後までに 100m 転がった。 $a=100\div5^2=4$　$y=4x^2$ 1 秒後から 3 秒後までの平均の速さ。 $4(1+3)=16$　秒速 16m	⑤	転がり始めて 3 秒後までに 45m 転がった。 $a=45\div3^2=5$　$y=5x^2$ 2 秒後から 7 秒後までの平均の速さ。 $5(2+7)=45$　秒速 45m

周期が x 秒のふりこの長さを y m とすると、およそ $y=\frac{1}{4}x^2$ という関係になります。

次の問いに答えましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例	周期が 8 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times8^2=16$m	①	周期が 4 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times4^2=4$m
②	周期が 12 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times12^2=36$m	③	周期が 10 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times10^2=25$m
④	周期が 6 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times6^2=9$m	⑤	周期が 2 秒のふりこは何 m ですか？ $y=\frac{1}{4}\times2^2=1$m
例	長さが 2m のふりこの周期は何秒ですか？ $2=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=8$　$x=2\sqrt{2}$ 秒	⑥	長さが 16m のふりこの周期は何秒ですか？ $16=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=64$　$x=8$ 秒
⑦	長さが 10m のふりこの周期は何秒ですか？ $10=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=40$　$x=2\sqrt{10}$ 秒	⑧	長さが 6m のふりこの周期は何秒ですか？ $6=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=24$　$x=2\sqrt{6}$ 秒
⑨	長さが 20m のふりこの周期は何秒ですか？ $20=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=80$　$x=4\sqrt{5}$ 秒	⑩	長さが 12m のふりこの周期は何秒ですか？ $12=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=48$　$x=4\sqrt{3}$ 秒

ふりこの長さの単位を cm で表す場合は、100 倍にして計算します。

次の問いに答えましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例	周期が 0.8 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times0.8^2=0.16$m　0.16m×100＝16cm	①	周期が 0.6 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times0.6^2=0.09$m　0.09m×100＝9cm
②	周期が 0.4 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times0.4^2=0.04$m　0.04m×100＝4cm	③	周期が 1 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times1^2=0.25$m　0.25m×100＝25cm
④	周期が 2 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times2^2=1$m　1m×100＝100cm	⑤	周期が 1.2 秒のふりこは何 cm ですか？ $y=\frac{1}{4}\times1.2^2=0.36$m　0.36m×100＝36cm
例	長さが 16cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.16=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=0.64$　$x=0.8$ 秒	⑥	長さが 36cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.36=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=1.44$　$x=1.2$ 秒
⑦	長さが 1cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.01=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=0.04$　$x=0.2$ 秒	⑧	長さが 49cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.49=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=1.96$　$x=1.4$ 秒
⑨	長さが 25cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.25=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=1$　$x=1$ 秒	⑩	長さが 9cm のふりこの周期は何秒ですか？ $0.09=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=0.36$　$x=0.6$ 秒

5章　1　相似な図形

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

形と大きさが等しい図形を合同といい、形が等しく大きさが異なる図形を相似といいます。
△ABC と△DEF が相似である場合、△ABC∽△DEF と表します。
相似な図形は、対応する線分の比が全て等しく、対応する角の大きさがそれぞれ等しいです。

(　　)にあてはまる言葉を書きましょう。(2 点×5 問＝10 点)

①	形と大きさが等しい図形を(合同)といいます。
②	形が等しく大きさが異なる図形を(相似)といいます。
③	△ABC と△DEF が相似である場合、△ABC(∽)△DEF と表します。
④	相似な図形は、対応する(線分の比)が全て等しいです。
⑤	相似な図形は、対応する(角の大きさ)がそれぞれ等しいです。

$a:b=c:d$ のような等式を比例式といいます。
比例式で、a が c の 3 倍ならば、b も d の 3 倍です。
比例式を利用して、相似な図形の線分の長さを求めることが出来ます。

×4
2：5=8：20
×4

次の比例式が成り立つように、(　　)にあてはまる数字をかきましょう。(1 点×15 問＝15 点)

例	1：5=3：(15)	①	1：2=3：(6)	②	2：5=6：(15)	③	3：4=6：(8)
④	1：3=(4)：12	⑤	2：3=(10)：15	⑥	3：7=(6)：14	⑦	5：7=(30)：42
⑧	2：(5)=10：25	⑨	5：(6)=15：18	⑩	4：(7)=40：70	⑪	2：(6)=18：54
⑫	(2)：7=4：14	⑬	(7)：8=35：40	⑭	(10)：11=20：22	⑮	(4)：9=12：27

比例式を解く場合、外側どうし、内側どうしをかけて計算します。　$a:b=c:d$
x が左辺にくるようにすると、計算しやすくなります。　$a\times d=b\times c$

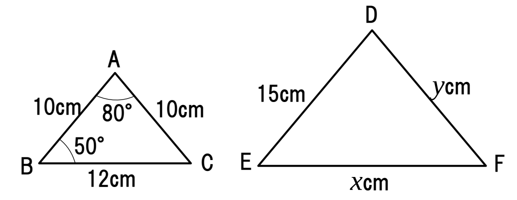
次の比例式を解きましょう。(1 点×15 問＝15 点)

例	$14:21=8:x$ $14\times x=21\times 8$ $14x=168$ $x=12$	①	$2:5=4:x$ $2\times x=5\times 4$ $2x=20$ $x=10$	②	$24:30=4:x$ $24\times x=30\times 4$ $24x=120$ $x=5$	③	$12:21=4:x$ $12\times x=21\times 4$ $12x=84$ $x=7$
④	$30:6=x:1$ $6\times x=30\times 1$ $6x=30$ $x=5$	⑤	$24:21=x:7$ $21\times x=24\times 7$ $21x=168$ $x=8$	⑥	$4:3=x:9$ $3\times x=4\times 9$ $3x=36$ $x=12$	⑦	$4:3=x:6$ $3\times x=4\times 6$ $3x=24$ $x=8$
⑧	$3:x=9:12$ $x\times 9=3\times 12$ $9x=36$ $x=4$	⑨	$2:x=10:25$ $x\times 10=2\times 25$ $10x=50$ $x=5$	⑩	$4:x=16:28$ $x\times 16=4\times 28$ $16x=112$ $x=7$	⑪	$2:x=10:45$ $x\times 10=2\times 45$ $10x=90$ $x=9$
⑫	$x:2=15:10$ $x\times 10=2\times 15$ $10x=30$ $x=3$	⑬	$x:3=24:9$ $x\times 9=3\times 24$ $9x=72$ $x=8$	⑭	$x:1=81:9$ $x\times 9=1\times 81$ $9x=81$ $x=9$	⑮	$x:3=42:18$ $x\times 18=3\times 42$ $18x=126$ $x=7$

相似な図形の線分の比を相似比といいます。
対応する線分の長さが分かっているものを基準にすると、相似比を求めることが出来ます。
小数は整数に直し、約分できるものは約分し、できるだけ簡単な整数の比で表します。

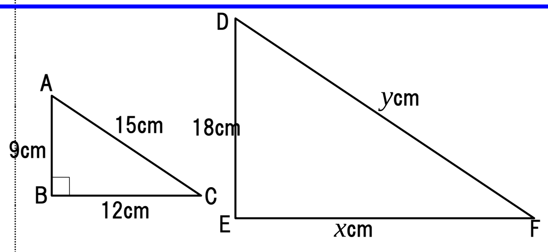
2 つの相似の図形を見て、あとの問いに答えましょう。(10 点×6 問=60 点)

例



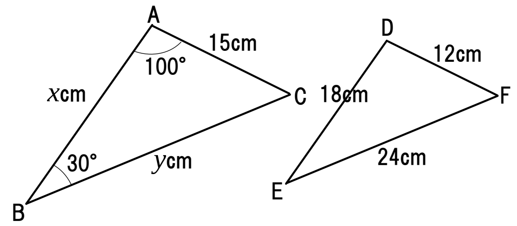
相似であることを記号で表しましょう。	△ABC∽△DEF
∠D の大きさを求めましょう。	80°
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	2：3
x の長さを求めましょう。	18cm
y の長さを求めましょう。	15cm

①



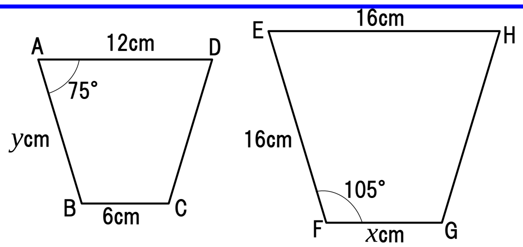
相似であることを記号で表しましょう。	△ABC∽△DEF
∠E の大きさを求めましょう。	90°
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	1：2
x の長さを求めましょう。	24cm
y の長さを求めましょう。	30cm

②



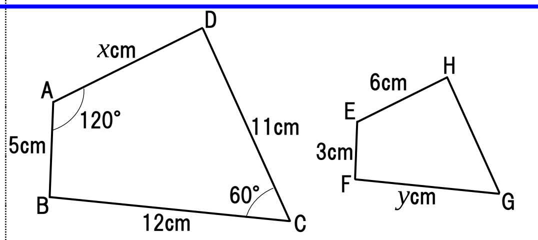
相似であることを記号で表しましょう。	△ABC∽△DEF
∠F の大きさを求めましょう。	50°
△ABC と△DEF の相似比を求めましょう。	5：4
x の長さを求めましょう。	22.5cm
y の長さを求めましょう。	30cm

③



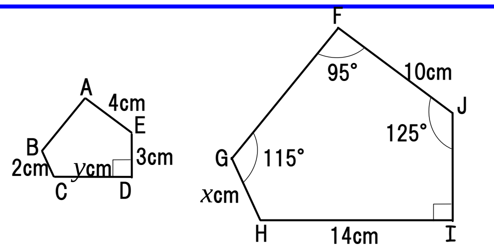
∠B の大きさを求めましょう。	105°
∠E の大きさを求めましょう。	75°
ABCD と EFGH の相似比を求めましょう。	3：4
x の長さを求めましょう。	8cm
y の長さを求めましょう。	12cm

④



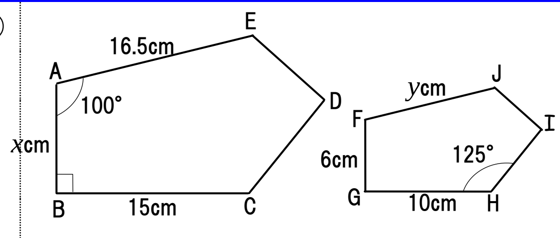
∠E の大きさを求めましょう。	120°
∠G の大きさを求めましょう。	60°
ABCD と EFGH の相似比を求めましょう。	5：3
x の長さを求めましょう。	10cm
y の長さを求めましょう。	7.2cm

⑤



∠A の大きさを求めましょう。	95°
∠C の大きさを求めましょう。	115°
ABCDE と FGHIJ の相似比を求めましょう。	2：5
x の長さを求めましょう。	5cm
y の長さを求めましょう。	5.6cm

⑥



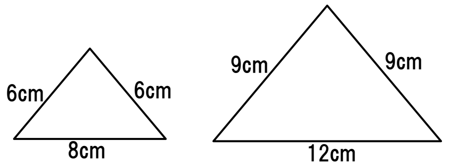
∠F の大きさを求めましょう。	100°
∠G の大きさを求めましょう。	90°
ABCDE と FGHIJ の相似比を求めましょう。	3：2
x の長さを求めましょう。	9cm
y の長さを求めましょう。	11cm

5章 2 相似の証明

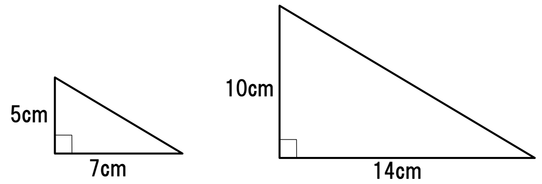
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

三角形の相似条件は 3 つあります。
① 3 組の辺の比が全て等しい。
② 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
③ 2 組の角がそれぞれ等しい。

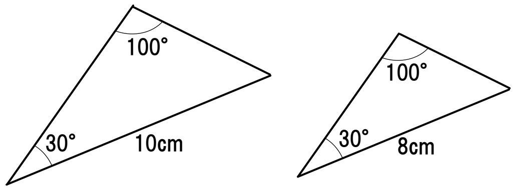
次の 2 つの三角形の相似条件を書きましょう。(5 点×5 問＝25 点)

例


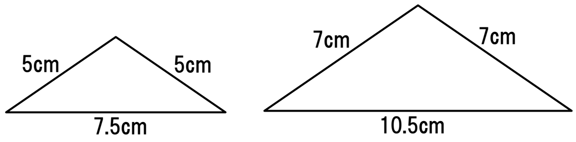
3 組の辺の比が全て等しい。

①


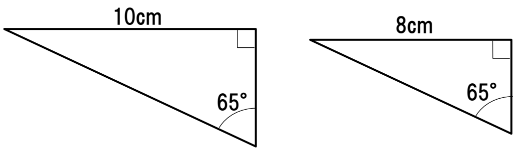
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

②


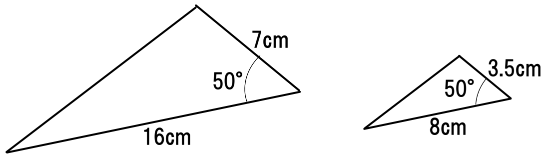
2 組の角がそれぞれ等しい。

③


3 組の辺の比が全て等しい。

④


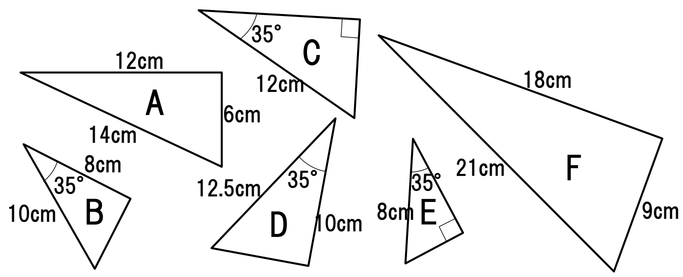
2 組の角がそれぞれ等しい。

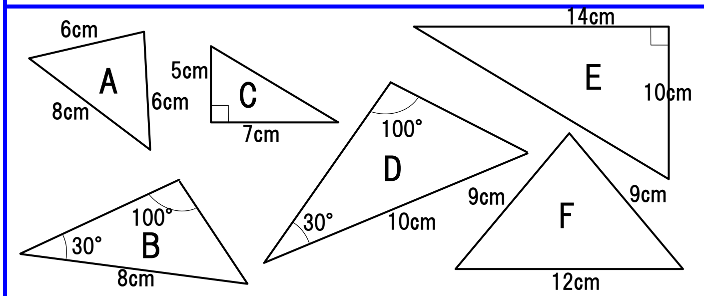
⑤


2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

向きが違っても、相似な組を見分けられるようにしましょう。
等しい角の数から、相似条件を見分けられる場合が多いです。
等しい角が 0 個 … 3 組の辺の比が全て等しい。
等しい角が 1 個 … 2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。
等しい角が 2 個 … 2 組の角がそれぞれ等しい。

下の図の三角形を、相似な三角形の組に分け、その相似条件を書きましょう。(5 点×5 問＝25 点)





例 A と F
3 組の辺の比が全て等しい。

① B と D
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

② C と E
2 組の角がそれぞれ等しい。

③ A と F
3 組の辺の比が全て等しい。

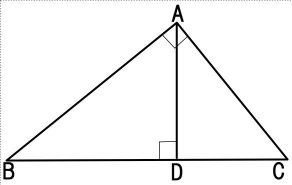
④ B と D
2 組の角がそれぞれ等しい。

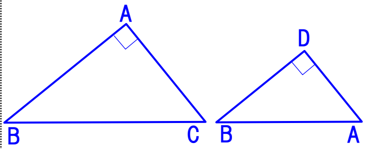
⑤ C と E
2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい。

相似の図形を同じ向きに並べると、証明がしやすくなります。
相似の証明
① 相似の図形を同じ向きに並べてかく。(大きさは正確でなくてもいいです。)
② 仮定や図形から、比や角が等しいものを見つける。
③ 相似条件を書いて、証明する。

相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(10 点×5 問=50 点)

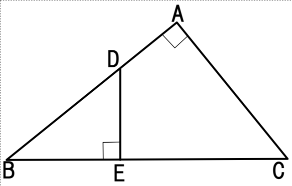
例 ∠A=90°の直角三角形 ABC で、点 D は点 A から辺 BC にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABC∽△DBA であることを証明しましょう。

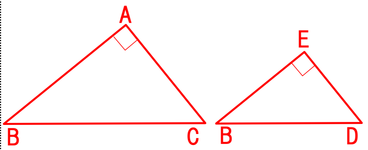




∠A=90°、AD⊥BC より、∠BAC=∠BDA …①
共通な角なので、∠ABC=∠DBA …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABC∽△DBA

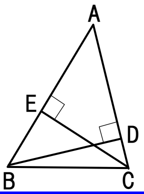
① ∠A=90°の直角三角形 ABC で、点 E は点 D から辺 BC にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABC∽△EBD であることを証明しましょう。

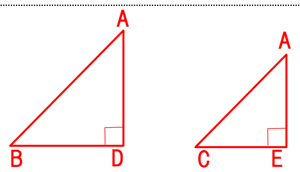




∠A=90°、DE⊥BC より、∠BAC=∠BED …①
共通な角なので、∠ABC=∠EBD …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABC∽EBD

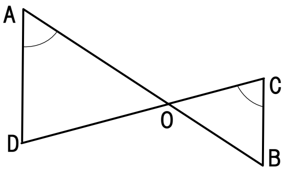
② 点 D は点 B から辺 AC にひいた垂線の交点、点 E は点 C から辺 AB にひいた垂線の交点である。
このとき、△ABD∽△ACE であることを証明しましょう。

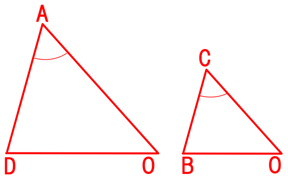




BD⊥AC、CE⊥AB より、∠ADB=∠AEC …①
共通な角なので、∠BAD=∠CAE …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△ABD∽△ACE

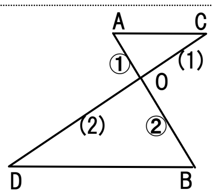
③ AB と CD が点 O で交わっていて、∠OAD=∠OCB である。
このとき、△AOD∽△COB であることを証明しましょう。

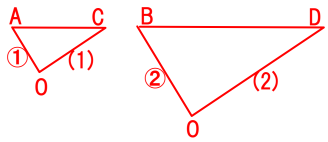




仮定より、∠OAD=∠OCB…①
対頂角は等しいので、∠AOD=∠COB …②
①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、
△AOD∽△COB

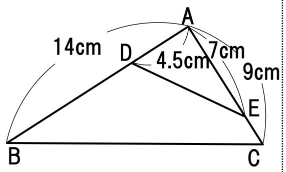
④ AB と CO が点 O で交わっていて、2AO=BO、2CO=DO である。
このとき、△AOC∽△BOD であることを証明しましょう。

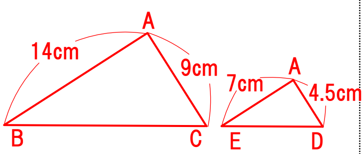




仮定より、AO：BO=1：2、CO：DO=1：2 …①
対頂角は等しいので、∠AOC=∠BOD …②
①②より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△AOC∽△BOD

⑤ AB=14cm、AC=9cm、AD=4.5cm、AE=7cm である。
このとき、△ABC∽△AED であることを証明しましょう。





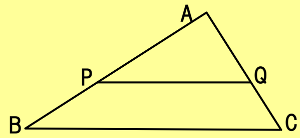
辺の比は、AB：AE=2：1、AC：AD=2：1 …①
共通な角なので、∠BAC=∠EAD …②
①②より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△ABC∽△AED

5章	3 平行線と線分の比	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

△ABC 上の辺 PQ と BC が平行ならば、次のことが成り立ちます。

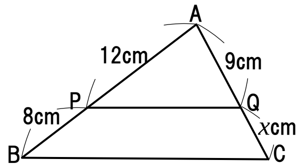
① AP：PB＝AQ：QC

② AP：AB＝AQ：AC＝PQ：BC



次の図で、PQ//BC のとき、x の値を求めましょう。(4点×10問＝40点)

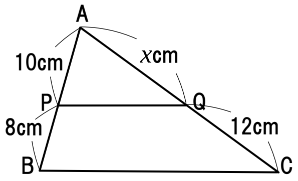
例



12：8＝9：x

12x＝72　x＝6cm

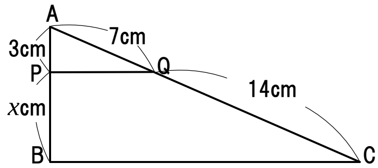
①



10：8＝x：12

8x＝120　x＝15cm

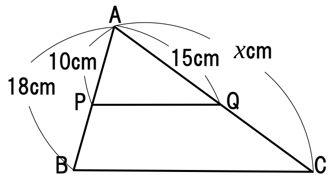
②



3：x＝7：14

7x＝42　x＝6cm

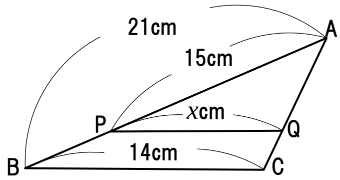
③



10：18＝15：x

10x＝270　x＝27cm

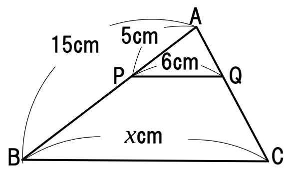
④



15：21＝x：14

21x＝210　x＝10cm

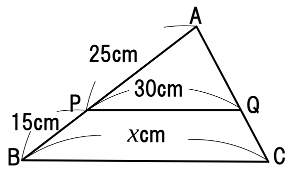
⑤



5：15＝6：x

5x＝90　x＝18cm

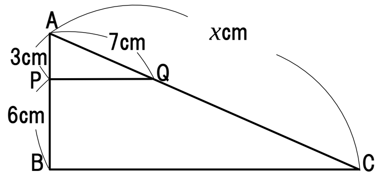
例



25：(25＋15)＝30：x

25x＝1200　x＝48cm

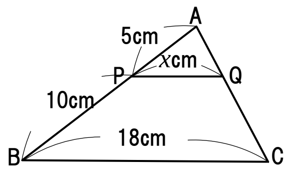
⑥



3：(3＋6)＝7：x

3x＝63　x＝21cm

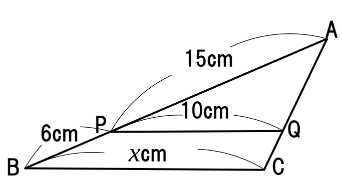
⑦



5：(5＋10)＝x：18

15x＝90　x＝6cm

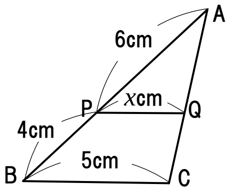
⑧



15：(15＋6)＝10：x

15x＝210　x＝14cm

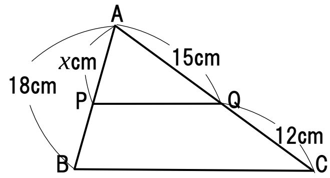
⑨



6：(6＋4)＝x：5

10x＝30　x＝3cm

⑩



x：18＝15：(15＋12)

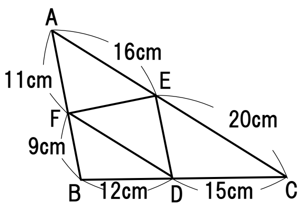
27x＝270　x＝10cm

△ABC 上の辺の比が等しければ、次のことが成り立ちます。

AP：PB＝AQ：QC ならば PQ//BC　　AP：AB＝AQ：AC ならば PQ//BC

次の図で、平行になっている線分はどれですか？(5点×2問＝10点)

例



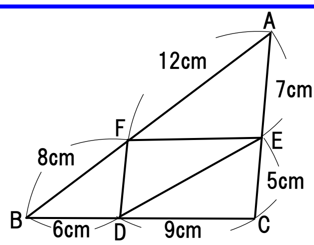
AF：FB＝11：9

CE：EA＝20：16＝5：4

CD：DB＝15：12＝5：4

CE：EA＝CD：DB より AB// ED

①



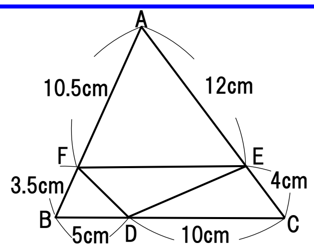
AF：FB＝12：8＝3：2

AE：EC＝7：5

CD：DB＝9：6＝3：2

AF：FB＝CD：DB より AC// FD

②



AF：FB＝10.5：3.5＝3：1

AE：EC＝12：4＝3：1

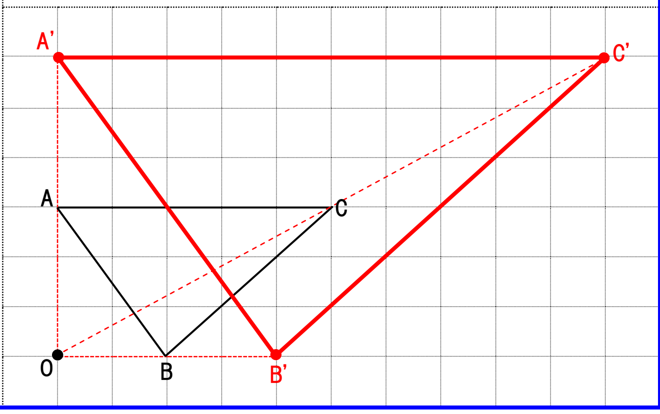
CD：DB＝10：5＝2：1

AF：FB＝AE：EC より FE// BC

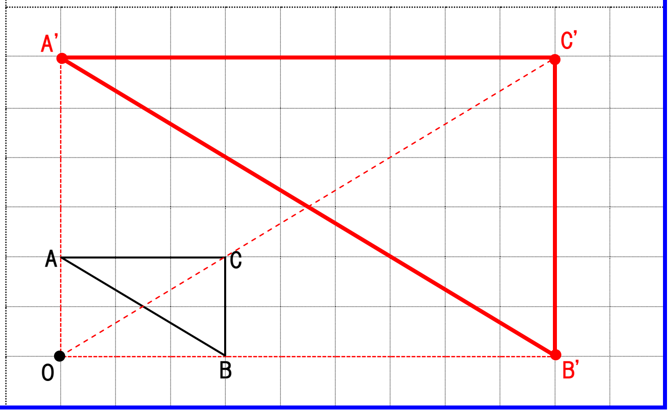
△ABC 上にない点 O から点 A、B、C を通る直線をひくと、拡大図をかくことが出来ます。
2 倍の拡大図の場合、OA'＝2OA、OB'＝2OB、OC'＝2OC となるように、点 A'、B'、C'をとります。
点 A'、B'、C'を結んで、△A'B'C'をかきます。

次の図で、点 O から△ABC の各頂点を通る直線をひき、拡大図をかきましょう。(5 点×2 問＝10 点)

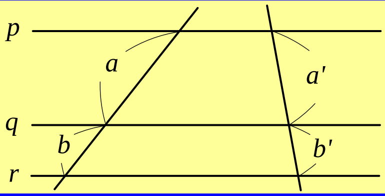
① △ABC の 2 倍の拡大図△A'B'C'



② △ABC の 3 倍の拡大図△A'B'C'

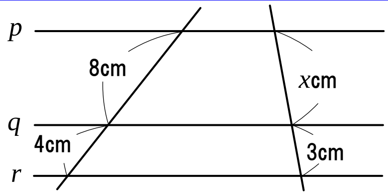


3 つの平行な直線 p、q、r に、2 つの直線が交わるとき、
次のことが成り立ちます。
① $a : b = a' : b'$
② $a : a' = b : b'$



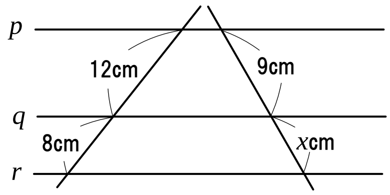
次の図で、$p//q//r$ のとき、x の値を求めましょう。(4 点×10 問＝40 点)

例



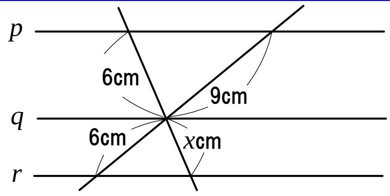
$8 : 4 = x : 3$
$4x = 24 \quad x = 6$cm

①



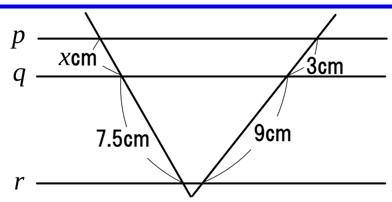
$12 : 8 = 9 : x$
$12x = 72 \quad x = 6$cm

②



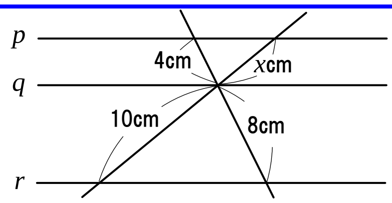
$6 : x = 9 : 6$
$9x = 36 \quad x = 4$cm

③



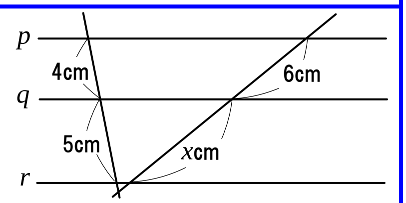
$x : 7.5 = 3 : 9$
$9x = 22.5 \quad x = 2.5$cm

④



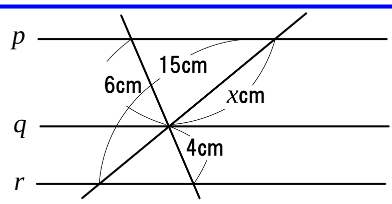
$4 : 8 = x : 10$
$8x = 40 \quad x = 5$cm

⑤



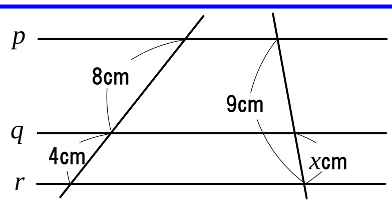
$4 : 5 = 6 : x$
$4x = 30 \quad x = 7.5$cm

例



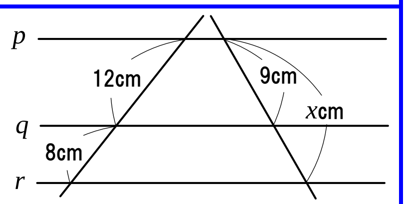
$6 : (6+4) = x : 15$
$10x = 90 \quad x = 9$cm

⑥



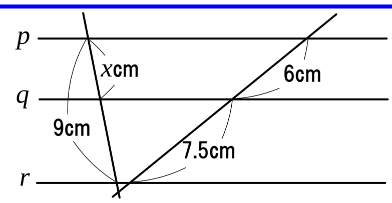
$(8+4) : 4 = 9 : x$
$12x = 36 \quad x = 3$cm

⑦



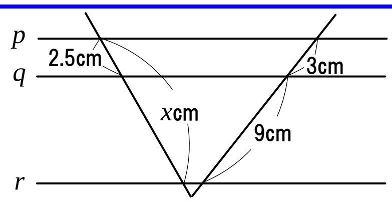
$12 : (12+8) = 9 : x$
$12x = 180 \quad x = 15$cm

⑧



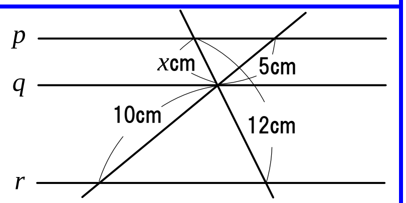
$x : 9 = 6 : (6+7.5)$
$13.5x = 54 \quad x = 4$cm

⑨



$2.5 : x = 3 : (3+9)$
$3x = 30 \quad x = 10$cm

⑩



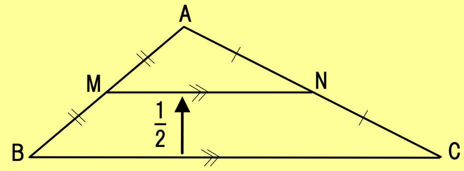
$x : 12 = 5 : (5+10)$
$15x = 60 \quad x = 4$cm

5章 4 中点連結定理

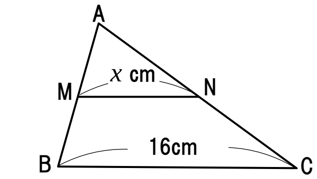
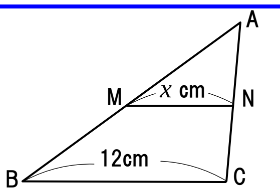
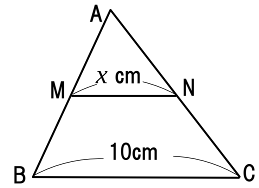
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

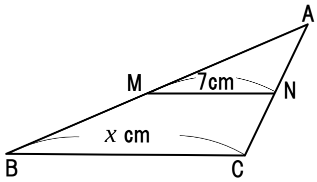
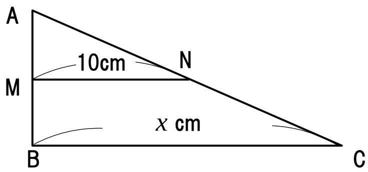
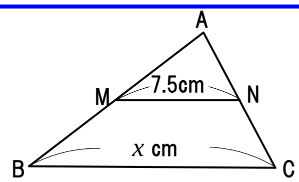
△ABCの辺ABの中点をM、辺ACの中点をNとすると、
次のことが成り立ちます。

MN//BC、MN=$\frac{1}{2}$BC　これを**中点連結定理**といいます。

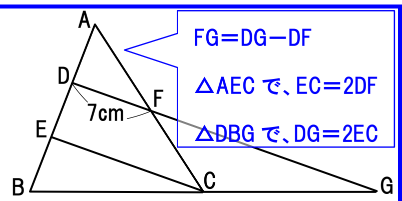
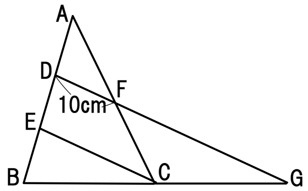
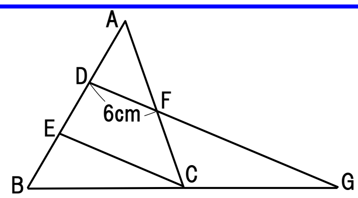


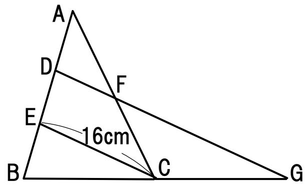
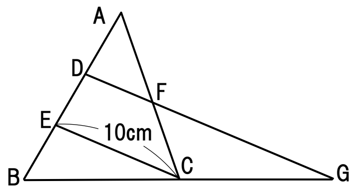
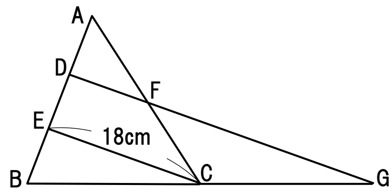
点MがABの中点、点NがACの中点のとき、xの値を求めましょう。(4点×5問=20点)

例	①	②
 x=8cm	 x=6cm	 x=5cm

③	④	⑤
 x=14cm	 x=20cm	 x=15cm

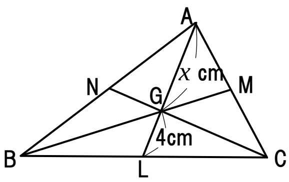
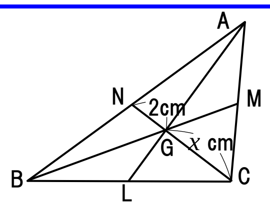
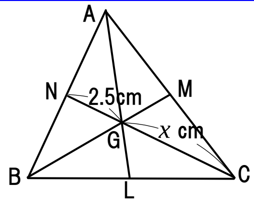
点D、EがABを3等分する点、点FがACの中点のとき、FGの長さを求めましょう。(4点×5問=20点)

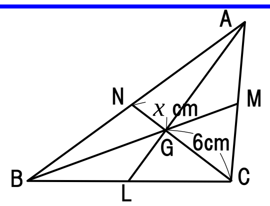
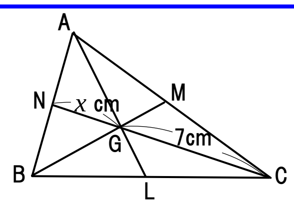
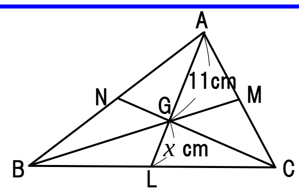
例	①	②
 2EC(28cm)－DF(7cm)=21cm	 2EC(40cm)－DF(10cm)=30cm	 2EC(24cm)－DF(6cm)=18cm

③	④	⑤
 2EC(32cm)－DF(8cm)=24cm	 2EC(20cm)－DF(5cm)=15cm	 2EC(36cm)－DF(9cm)=27cm

△ABCの3辺の中点をL、M、Nとするとき、次のことが成り立ちます。
3つの中線AL、BM、CNが交わる点Gを**重心**といい、AG：GL=BG：GM=CG：GN=2：1である。

Gが△ABCの重心であるとき、xの値を求めましょう。(4点×5問=20点)

例	①	②
 x=8cm	 x=4cm	 x=5cm

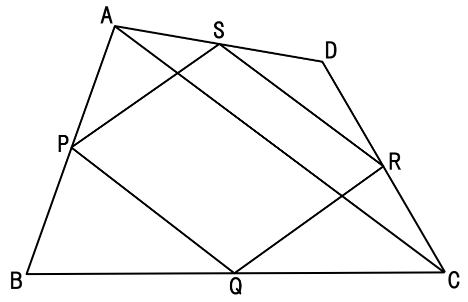
③	④	⑤
 x=3cm	 x=3.5cm	 x=5.5cm

中点連結定理を利用して、証明をすることが出来ます。
四角形の対角線を１辺とする三角形から、中点連結定理を使って、証明を進めます。

四角形 ABCD について、次のことを証明しましょう。(10 点×4 問＝40 点)

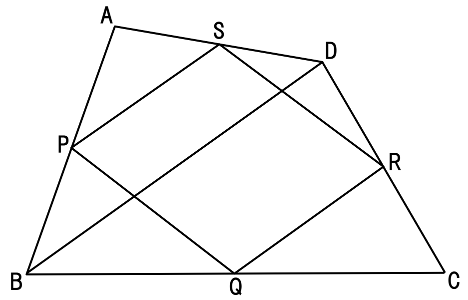
例　4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AC// PQ で AC＝2PQ…①
△ADC で、中点連結定理より、AC// SR で AC＝2SR…②
①②より、PQ// SR で PQ＝SR…③
よって、１組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PQRS は平行四辺形になる。



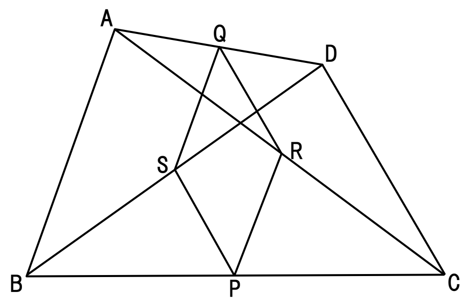
①　4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS は平行四辺形になる。

△BDA で、中点連結定理より、BD// PS で BD＝2PS…①
△BDC で、中点連結定理より、BD// QR で BD＝2QR…②
①②より、PS// QR で PS＝QR…③
よって、１組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PQRS は平行四辺形になる。



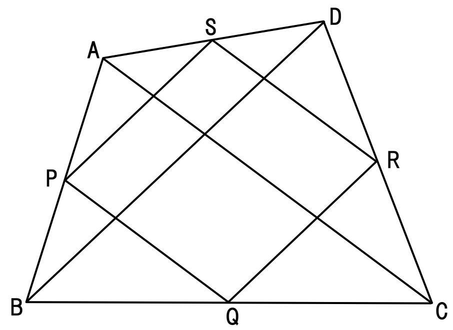
②　BC、AD、AC、BD の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PRQS は平行四辺形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AB// RP で AB＝2RP…①
△ABD で、中点連結定理より、AB// QS で AB＝2QS…②
①②より、RP// QS で RP＝QS…③
よって、１組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PRQS は平行四辺形になる。



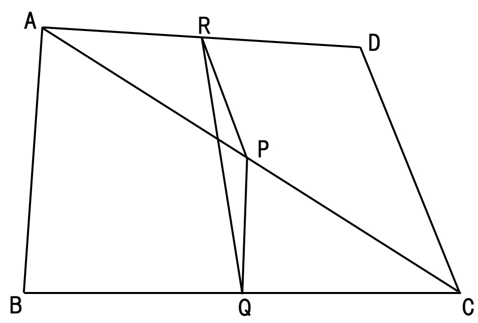
③　対角線 AC＝BD のとき、4 辺の中点を P、Q、R、S とすると、四角形 PQRS はひし形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AC＝2PQ…①
△ADC で、中点連結定理より、AC＝2SR…②
△BAD で、中点連結定理より、BD＝2PS…③
△BCD で、中点連結定理より、BD＝2QR…④
仮定より、AC＝BD…⑤
①②③④⑤より、PQ＝SR＝PS＝QR
4 つの辺の長さが等しいので、PQRS はひし形になる。



④　AB＝CD のとき、AC、BC、DA の中点を P、Q、R とすると、△PQR は二等辺三角形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AB＝2PQ…①
△ADC で、中点連結定理より、CD＝2PR…②
仮定より、AB＝CD…③
①②③より、PQ＝PR
よって、△PQR は二等辺三角形になる。



5章 5 相似の利用(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

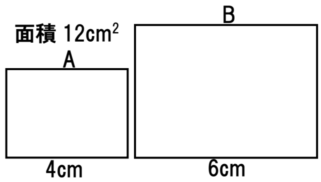
相似比が $a:b$ の図形は、面積の比は $a^2:b^2$、体積の比は $a^3:b^3$ になります。

図形Aと図形Bが相似であるとき、図形Bの面積と体積を求めましょう。(6点×5問=30点)

		Bの面積	Bの体積
例	A：B=2：3、Aの面積12cm^2、Aの体積24 cm^3	$2^2:3^2=12:B$ $4:9=12:B$ B=27cm^2	$2^3:3^3=24:B$ $8:27=24:B$ B=81cm^3
①	A：B=1：2、Aの面積10cm^2、Aの体積30 cm^3	$1^2:2^2=10:B$ $1:4=10:B$ B=40cm^2	$1^3:2^3=30:B$ $1:8=30:B$ B=240cm^3
②	A：B=1：3、Aの面積6cm^2、Aの体積 18cm^3	$1^2:3^2=6:B$ $1:9=6:B$ B=54cm^2	$1^3:3^3=18:B$ $1:27=18:B$ B=486cm^3
③	A：B=2：5、Aの面積8cm^2、Aの体積16cm^3	$2^2:5^2=8:B$ $4:25=8:B$ B=50cm^2	$2^3:5^3=16:B$ $8:125=16:B$ B=250cm^3
④	A：B=3：4、Aの面積36cm^2、Aの体積54cm^3	$3^2:4^2=36:B$ $9:16=36:B$ B=64cm^2	$3^3:4^3=54:B$ $27:64=54:B$ B=128cm^3
⑤	A：B=4：5、Aの面積80cm^2、Aの体積 320cm^3	$4^2:5^2=80:B$ $16:25=80:B$ B=125cm^2	$4^3:5^3=320:B$ $64:125=320:B$ B=625cm^3

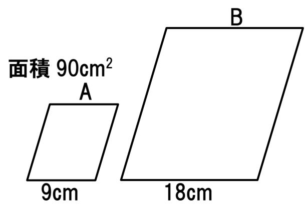
図形Aと図形Bが相似であるとき、図形Bの面積を求めましょう。(5点×3問=15点)

例



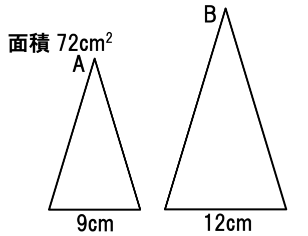
Bの面積
相似比…4：6=2：3
$2^2:3^2=12:B$
$4:9=12:B$
B=27cm^2

①



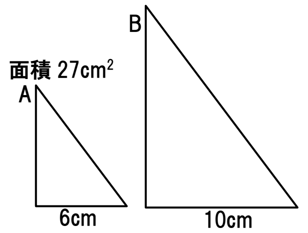
Bの面積
相似比…9：18=1：2
$1^2:2^2=90:B$
$1:4=90:B$
B=360cm^2

②



Bの面積
相似比…9：12=3：4
$3^2:4^2=72:B$
$9:16=72:B$
B=128cm^2

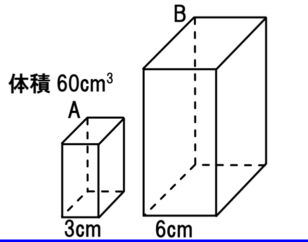
③



Bの面積
相似比…6：10=3：5
$3^2:5^2=27:B$
$9:25=27:B$
B=75cm^2

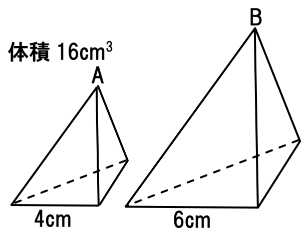
図形Aと図形Bが相似であるとき、図形Bの体積を求めましょう。(5点×3問=15点)

例



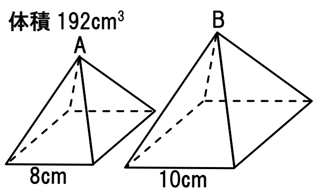
Bの体積
相似比…3：6=1：2
$1^3:2^3=60:B$
$1:8=60:B$
B=480cm^3

①



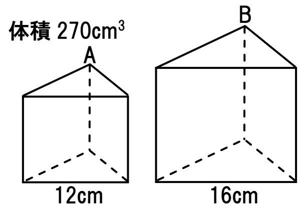
Bの体積
相似比…4：6=2：3
$2^3:3^3=16:B$
$8:27=16:B$
B=54cm^3

②



Bの体積
相似比…8：10=4：5
$4^3:5^3=192:B$
$64:125=192:B$
B=375cm^3

③



Bの体積
相似比…12：16=3：4
$3^3:4^3=270:B$
$27:64=270:B$
B=640cm^3

平行線と線分の比を利用して、線分を分けることが出来ます。

線分 AB を 2：3 に分ける点 X の作図

① 点 A を通る直線 l をひく。

② コンパスを使って、直線 l 上に点 A から等間隔に 5 つの点をとる。(2：3 なので 2＋3＝5)

③ 5 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 2 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。

次の作図をしましょう。(8 点×5 問＝40 点)

D を中心に半径 CB の円と、B を中心に半径 CD の円の交点

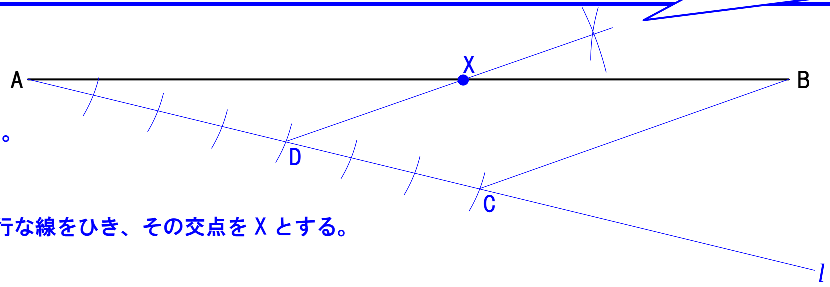
例 線分 AB を 4：3 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 7 つの点をとる。

③ 7 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 4 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



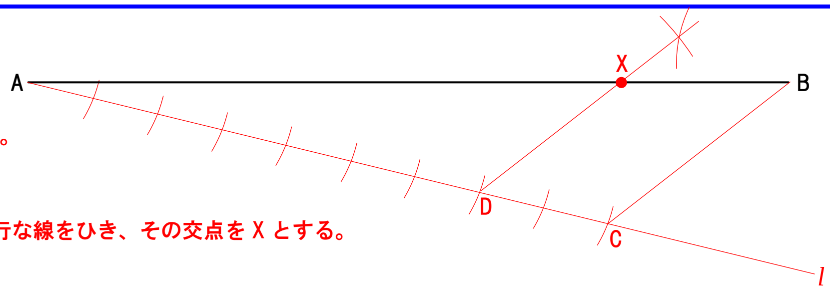
① 線分 AB を 7：2 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 9 つの点をとる。

③ 9 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 7 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



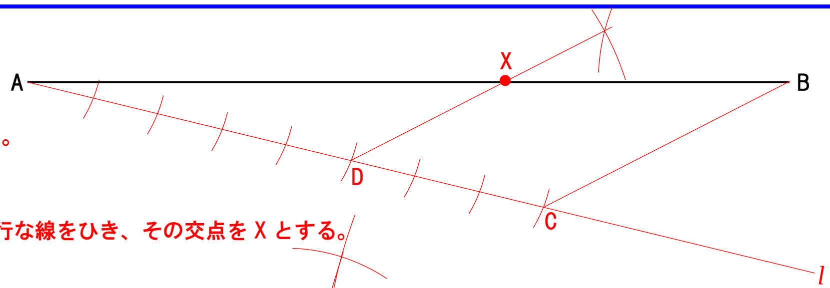
② 線分 AB を 5：3 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 8 つの点をとる。

③ 8 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 5 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



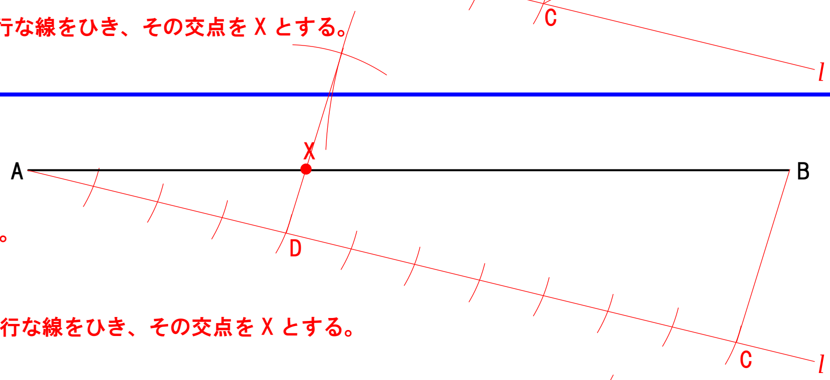
③ 線分 AB を 4：7 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 11 の点をとる。

③ 11 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 4 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



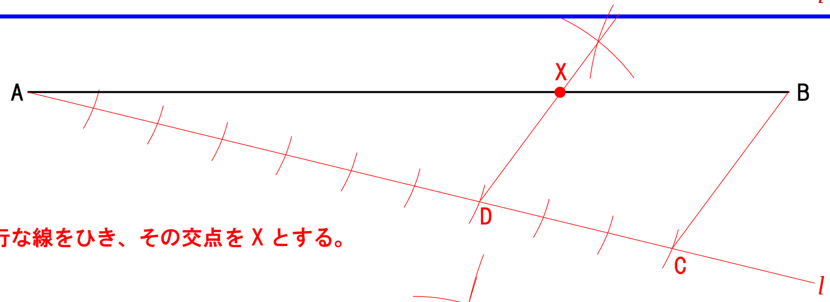
④ 線分 AB を 7：3 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 10 の点をとる。

③ 10 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 7 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



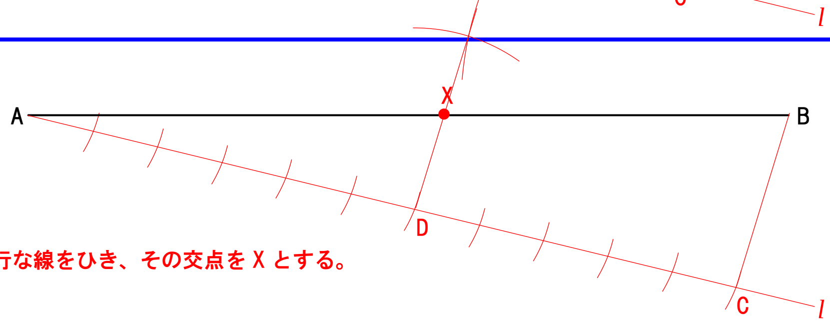
⑤ 線分 AB を 6：5 に分ける点 X

① 点 A を通る直線 l をひく。

② l 上に点 A から等間隔に 11 の点をとる。

③ 11 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。

④ 6 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。



5章	6 相似の利用(2)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

池などが邪魔で、距離を計測出来ない場合、相似を利用します。

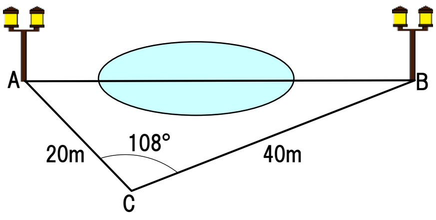
① 距離の両端をA、Bとし、A、Bを見ることが出来る地点をCとする。

② ACの距離、BCの距離、∠ACBの角度を計測する。

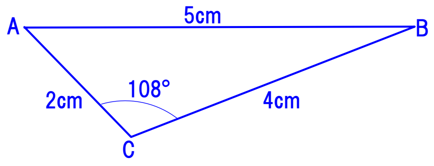
③ 縮図を紙にかき、紙の上でABの長さを測り、元の比に戻す。(縮小率は紙に合わせて変えます。)

縮図をかいて、池をはさんだ2地点A、Bの距離を求めましょう。(10点×5問=50点)

例



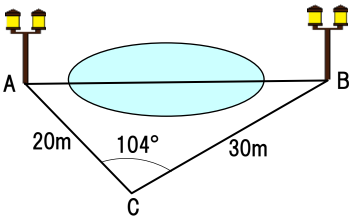
1000分の1の縮図



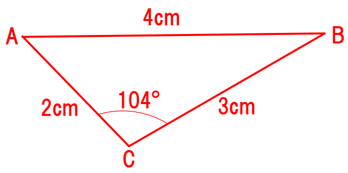
1000分の1の縮図でABは5cm

5cm×1000=50m

①



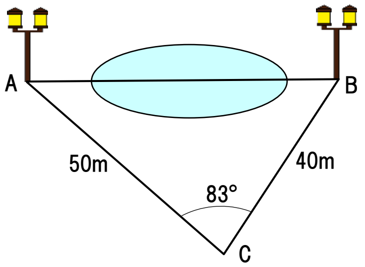
1000分の1の縮図



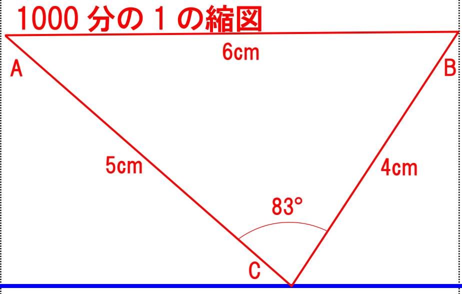
1000分の1の縮図でABは4cm

4cm×1000=40m

②



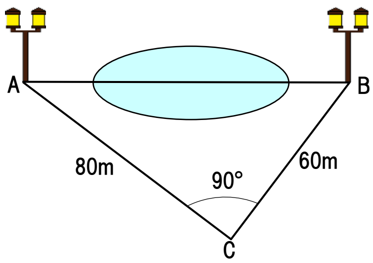
1000分の1の縮図



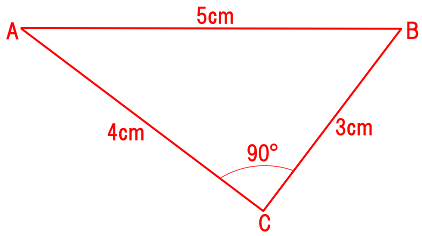
1000分の1の縮図でABは6cm

6cm×1000=60m

③



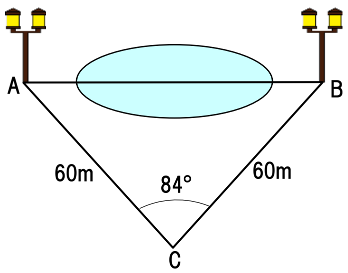
2000分の1の縮図



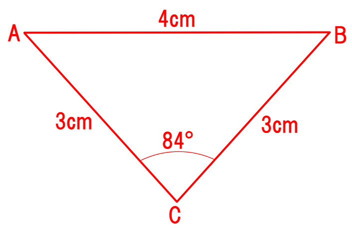
2000分の1の縮図でABは5cm

5cm×2000=100m

④



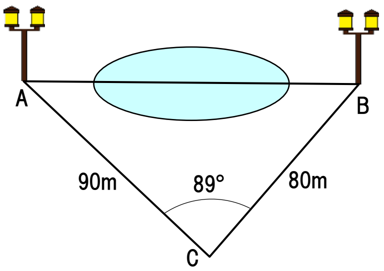
2000分の1の縮図



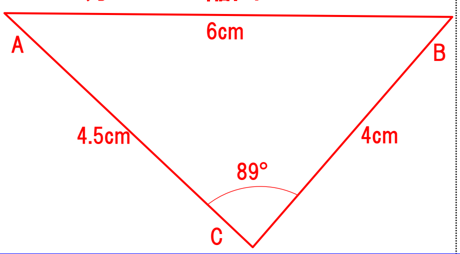
2000分の1の縮図でABは4cm

4cm×2000=80m

⑤



2000分の1の縮図

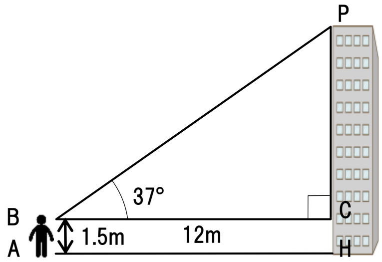
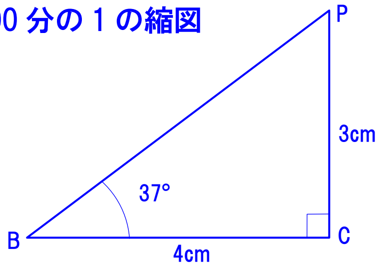
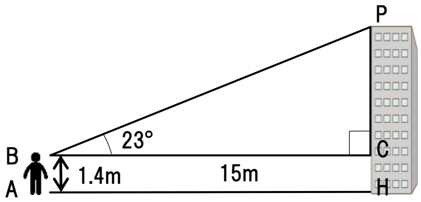
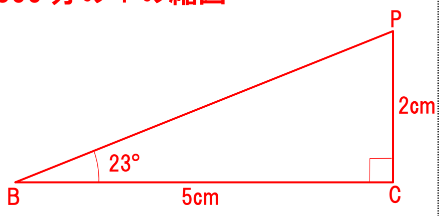
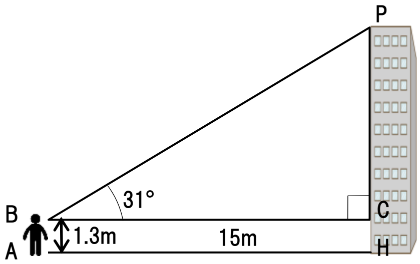
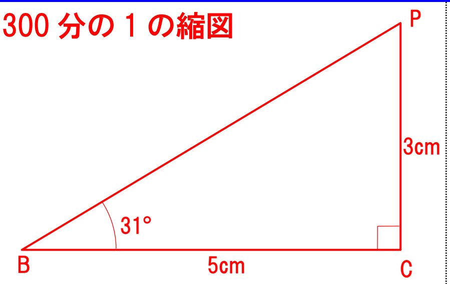
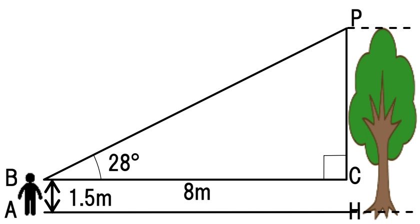
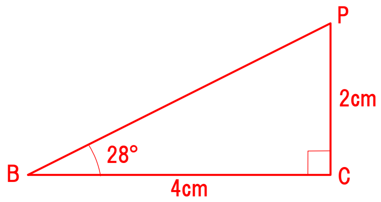
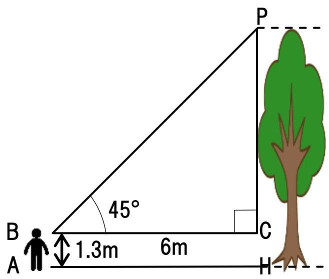
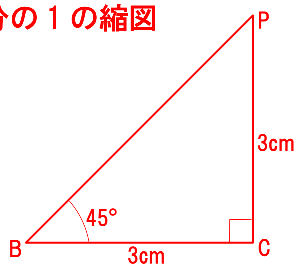
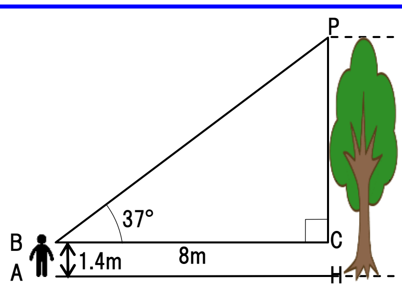
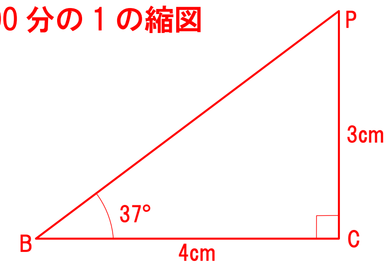


2000分の1の縮図でABは6cm

6cm×2000=120m

建物や木の高さも、相似を利用して求めることが出来ます。
① 建物を見ることが出来る地点を A、目線の高さを B とする。
② 建物の 0m の地点を H、目線と同じ高さを C、頂点を P とする。
③ BA の距離、BC の距離、∠PBC の角度を計測する。
④ 縮図を紙にかき、紙の上での PC の長さを測り、元の比に戻す。
⑤ PC に BA の長さをたすと、建物の高さを求めることが出来る。

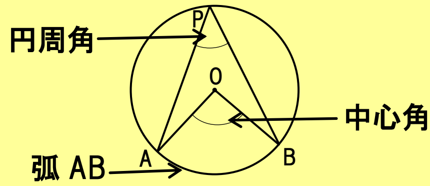
縮図をかいて、建物や木の高さを求めましょう。(10 点×5 問=50 点)

例		300 分の 1 の縮図 	300 分の 1 の縮図で PC は 3cm 3cm×300=9m 9m+1.5m=10.5m
①		300 分の 1 の縮図 	300 分の 1 の縮図で PC は 2cm 2cm×300=6m 6m+1.4m=7.4m
②		300 分の 1 の縮図 	300 分の 1 の縮図で PC は 3cm 3cm×300=9m 9m+1.3m=10.3m
③		200 分の 1 の縮図 	200 分の 1 の縮図で PC は 2cm 2cm×200=4m 4m+1.5m=5.5m
④		200 分の 1 の縮図 	200 分の 1 の縮図で PC は 3cm 3cm×200=6m 6m+1.3m=7.3m
⑤		200 分の 1 の縮図 	200 分の 1 の縮図で PC は 3cm 3cm×200=6m 6m+1.4m=7.4m

6章 1 円周角の定理(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

円周上の A から B を弧 AB といい、$\overset{\frown}{AB}$と表します。
∠APB を$\overset{\frown}{AB}$に対する円周角といいます。
∠AOB を$\overset{\frown}{AB}$に対する中心角といいます。
円周角は中心角の半分の大きさです。

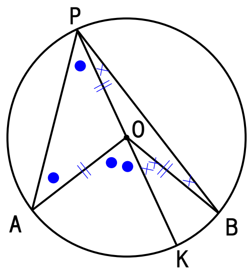


次の(　　　)にあてはまる言葉や記号を書きましょう。(2 点×5 問＝10 点)

①	円周上の A から B を(弧 AB)といいます。
②	弧 AB は、記号で($\overset{\frown}{AB}$)と表します。
③	弧 AB と円周上の点 P からなる∠APB を、弧 AB に対する(円周角)といいます。
④	弧 AB と中心の点 O からなる∠AOB を、弧 AB に対する(中心角)といいます。
⑤	円周角は中心角の(半分)の大きさです。

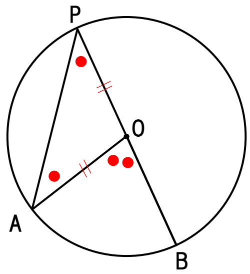
∠AOB＝2∠APB であることを証明するのに、(　　)に合う言葉を書きましょう。(10 点×3 問＝30 点)

例



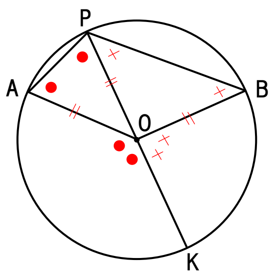
半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。
よって、∠OPA＝∠(OAP) …①、∠OPB＝∠(OBP) …②
三角形の内角・外角の性質と①②より、
∠AOK＝∠OPA＋∠(OAP)＝2∠OPA …③
∠BOK＝∠OPB＋∠(OBP)＝2∠OPB …④
③④より、∠AOB＝∠AOK＋∠BOK＝2(∠OPA＋∠OPB)＝2∠(APB)
したがって、∠AOB＝2∠APB である。

①



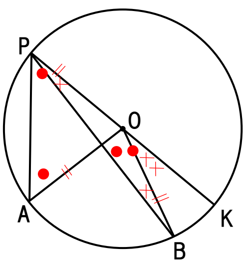
半径の長さは等しいので、△OPA は(二等辺三角形)である。
よって、∠OPA＝∠(OAP)
三角形の内角・外角の性質より、
∠AOB＝∠OPA＋∠(OAP)＝2∠OPA＝2∠APB
したがって、∠AOB＝2∠APB である。

②



半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。
よって、∠OPA＝∠(OAP) …①、∠OPB＝∠(OBP) …②
三角形の内角・外角の性質と①②より、
∠AOK＝∠(OPA)＋∠OAP＝2∠OPA …③
∠BOK＝∠(OPB)＋∠OBP＝2∠OPB …④
③④より、∠AOB＝∠AOK＋∠BOK＝2(∠OPA＋∠OPB)＝2∠(APB)
したがって、∠AOB＝2∠APB

③

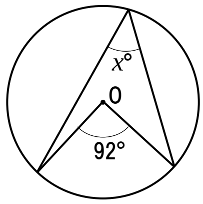


半径の長さは等しいので、△OPA、△OPB は二等辺三角形である。
よって、∠(OPA)＝∠OAP …①、∠(OPB)＝∠OBP …②
三角形の内角・外角の性質と①②より、
∠AOK＝∠OPA＋∠(OAP)＝2∠OPA …③
∠BOK＝∠OPB＋∠(OBP)＝2∠OPB …④
③④より、∠AOB＝∠AOK－∠(BOK)＝2(∠OPA－∠OPB)＝2∠(APB)
したがって、∠AOB＝2∠APB

円周角の定理 …「同じ弧に対する円周角は等しい。」「円周角は中心角の半分である。」

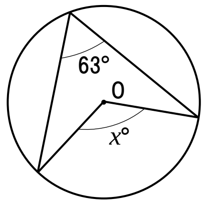
∠x の大きさを求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例



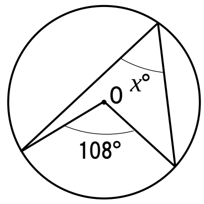
46 度

例



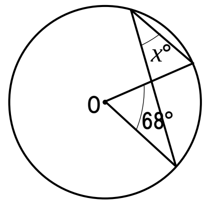
126 度

①



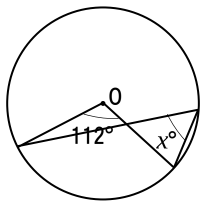
54 度

②



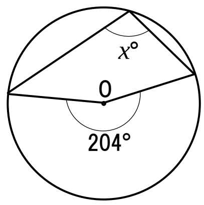
34 度

③



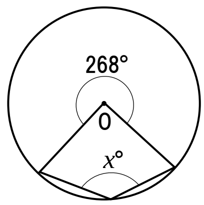
56 度

④



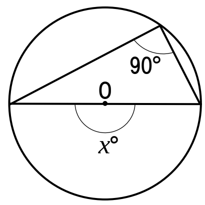
102 度

⑤



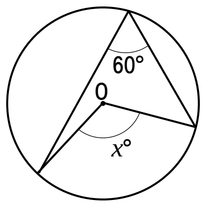
134 度

⑥



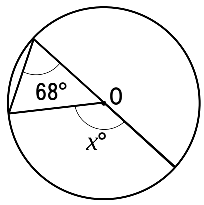
180 度

⑦



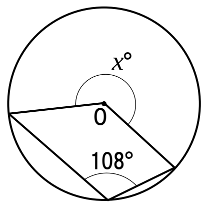
120 度

⑧



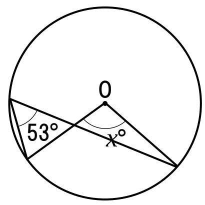
136 度

⑨



216 度

⑩

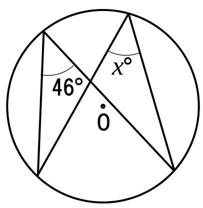


106 度

弧の長さが等しければ円周角が等しいです。
円周角が等しければ弧の長さが等しいです。

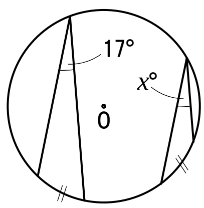
∠x の大きさを求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例



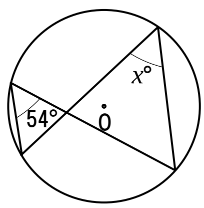
46 度

例



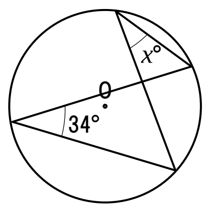
17 度

①



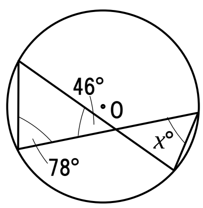
54 度

②



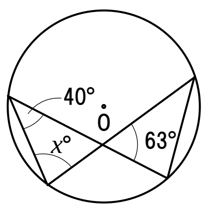
34 度

③



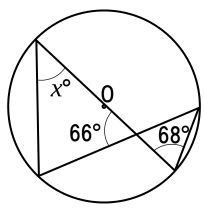
56 度

④



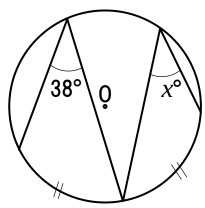
77 度

⑤



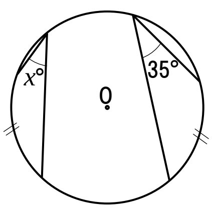
46 度

⑥



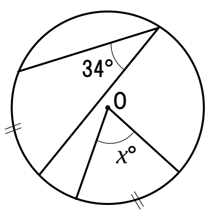
38 度

⑦



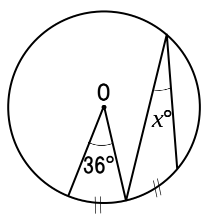
35 度

⑧



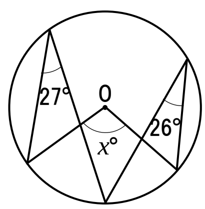
68 度

⑨



18 度

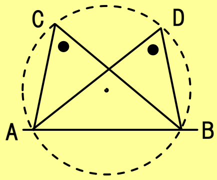
⑩

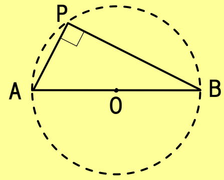


106 度

6章 2 円周角の定理(2)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
	30分	■時■分	■時■分	80点

円周角の定理について、逆もいえます。
2点C、Dが直線ABについて同じ側にあるとき、
∠ACB＝∠ADBならば、A、B、C、Dは同じ円周上にあります。
∠APB＝90° のとき、点PはABを直径とする円周上にあります。

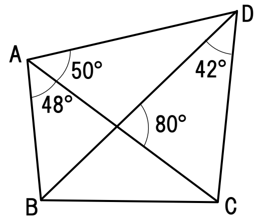




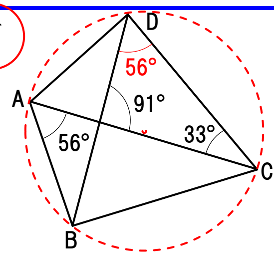
4点A、B、C、Dが同じ円周上にあるものを1つずつ選び、記号に○をしましょう。(8点×2問＝16点)

①

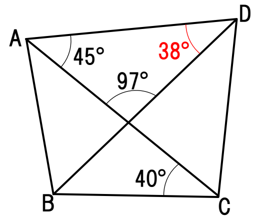
ア



イ

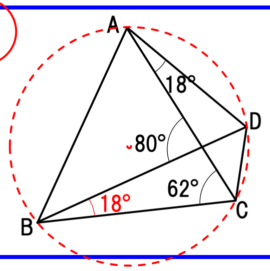


ウ

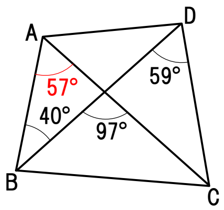


②

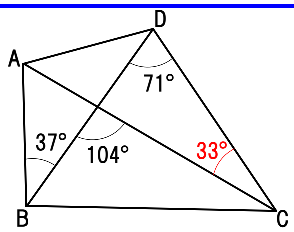
ア



イ

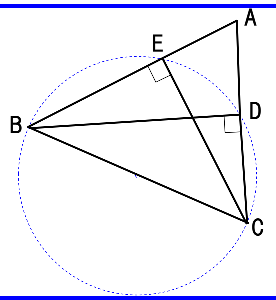


ウ



次のことを証明しましょう。(12点×3問＝36点)

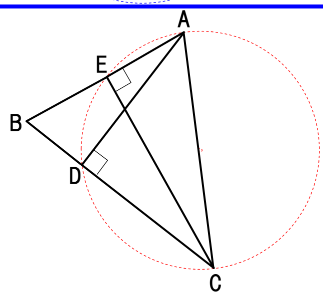
例



△ABCの頂点B、Cから垂線BD、CEをひくとき、4点B、C、D、Eは同じ円周上にある。

BD、CEは垂線だから、∠BDC＝∠CEB＝90°
また、2点D、Eは線分BCについて同じ側にある。
したがって、4点B、C、D、Eは同じ円周上にある。

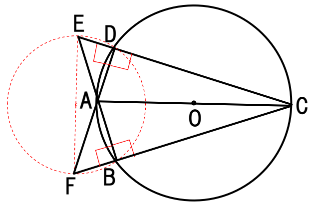
①



△ABCの頂点A、Cから垂線AD、CEをひくとき、4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。

AD、CEは垂線だから、∠ADC＝∠CEA＝90°
また、2点D、Eは線分ACについて同じ側にある。
したがって、4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。

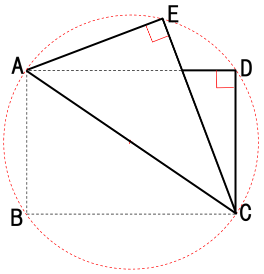
②



円OはACを直径とし、BAの延長とCDの延長の交点をE、DAの延長とCBの延長の交点をFとするとき、4点B、D、E、Fは同じ円周上にある。

直径ACに対する円周角なので、∠ADC＝∠ABC＝90°
よって、∠ADE＝∠ABF＝180°−90°＝90°
また、2点B、Dは線分EFについて同じ側にある。
したがって、4点B、D、E、Fは同じ円周上にある。

③

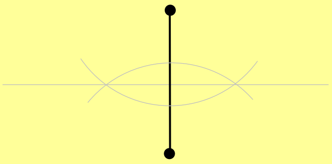


長方形ABCDをACで折り、点Bが移った点をEとする。
このとき4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。

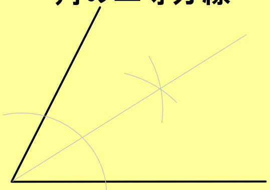
四角形ABCDは長方形なので、∠ADC＝∠AEC＝90°
また、2点D、Eは線分ACについて同じ側にある。
したがって、4点A、C、D、Eは同じ円周上にある。

円の性質を利用して、いろいろな作図をすることが出来ます。
まずは、基本の作図を思い出しましょう。

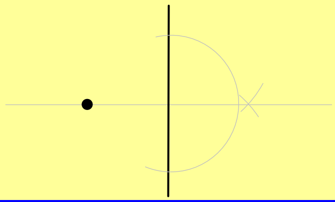
垂直二等分線



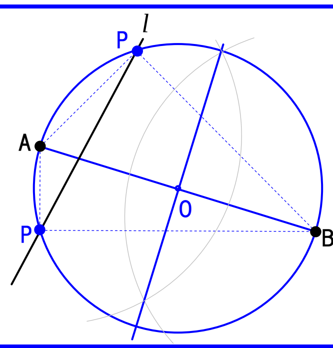
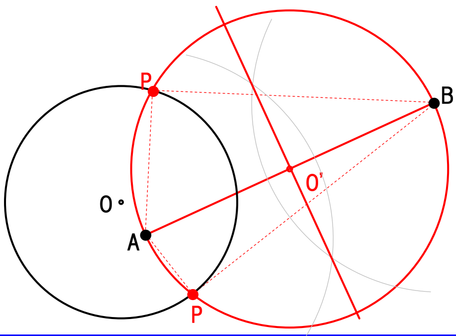
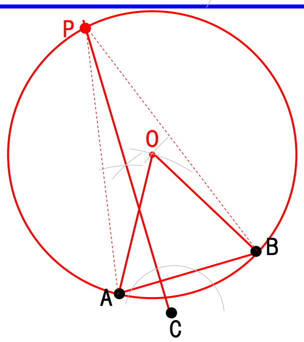
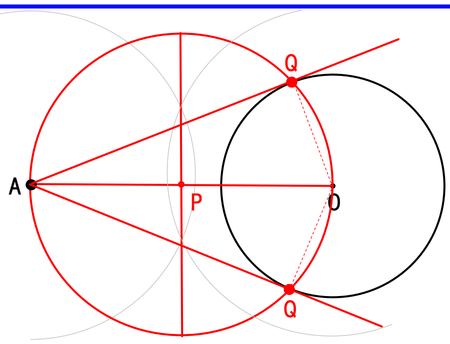
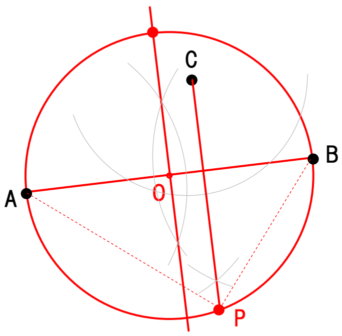
角の二等分線



垂線



指示に従って作図を完成しましょう。（12 点×4 問＝48 点）

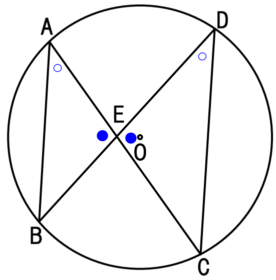
例		∠APB＝90°となる直線 l 上の点 P 【作図の手順】 ① 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB との交点を O とする。 ② 点 O を中心とする半径 OA の円をかく。 ③ 円と直線 l の交点を P とする。 AB は円 O の直径だから、∠APB＝90°になる。
①		∠APB＝90°となる円 O 上の点 P 【作図の手順】 ① 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB との交点を O'とする。 ② 点 O'を中心とする半径 O'A の円をかく。 ③ 円 O と円 O'の交点を P とする。 AB は円 O'の直径だから、∠APB＝90°になる。
②		AB⊥CP、∠APB＝30°となる点 P 【作図の手順】 ① 点 C を通る線分 AB の垂線をひく。 ② AB を 1 辺とする正三角形 OAB をつくる。 ③ 点 O を中心とする半径 OA の円をかく。 ④ ①の直線と③の円の交点を P とする。 円周角は中心角の半分の大きさだから、∠APB＝30°になる。
③		点 A を通る円 O の接線 【作図の手順】 ① 線分 AO の垂直二等分線をひき、AO との交点を P とする。 ② 点 P を中心とする半径 AP の円をかく。 ③ ②の円と円 O の交点を Q とする。 直線 AQ が、点 A を通る円 O の接線になる。
④		AB⊥CP、∠APB＝90°となる点 P 【作図の手順】 ① 点 C を通る線分 AB の垂線をひく。 ② 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB との交点を O とする。 ③ 点 O を中心とする半径 OA の円をかく。 ④ ①の直線と③の円の交点を P とする。 AB は円 O の直径だから、∠APB＝90°になる。

6章	3 円周角の定理(3)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

円周角の定理を利用して、三角形の相似を証明することが出来ます。
等しい角を2組見つけ、「2組の角がそれぞれ等しい」という相似条件を使って証明をします。

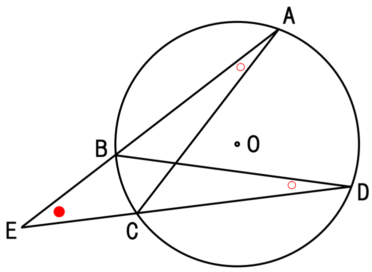
次のことを証明しましょう。(8点×5問＝40点)

例



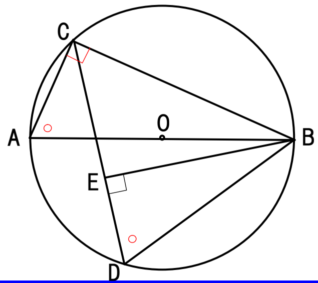
円O上にA、B、C、Dがあり、線分ACと線分BDの交点をEとする。
このとき、△ABE∽△DCEとなる。
△ABEと△DCEで、
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので、∠BAE＝∠CDE …①
対頂角なので、∠AEB＝∠DEC …②
①②より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ABE∽△DCE

①



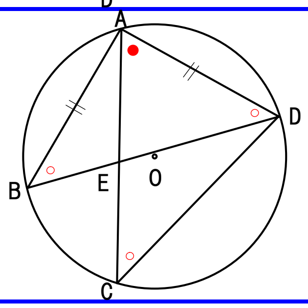
円O上にA、B、C、Dがあり、線分ABの延長と線分DCの延長の交点をEとすると、△AEC∽△DEBとなる。
△AECと△DEBで、
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので、∠EAC＝∠EDB …①
共通な角なので、∠AEC＝∠DEB …②
①②より、2組の角がそれぞれ等しいので、△AEC∽△DEB

②



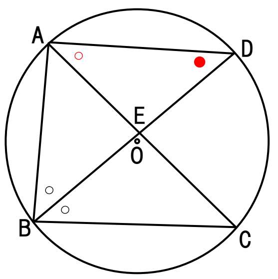
ABを直径とする円O上にC、Dがあり、点BからひいたAB垂線と線分CDの交点をEとする。このとき、△ABC∽△DBEとなる。
△ABCと△DBEで、
∠ACBは直径に対する円周角で90°なので、∠ACB＝∠DEB …①
$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので、∠BAC＝∠BDE …②
①②より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ABC∽△DBE

③



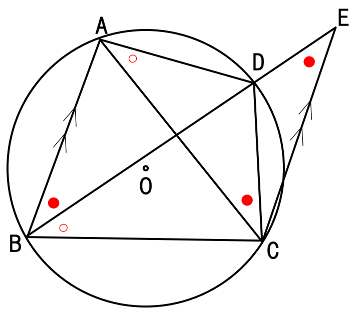
円O上にA、B、C、Dがあり、線分ACと線分BDの交点をEとする。
AB＝ADのとき、△ACD∽△ADEとなる。
△ACDと△ADEで、$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角なので、∠ABD＝∠ACD …①
△ABDは二等辺三角形なので、∠ABD＝∠ADE …②
①②から、∠ACD＝∠ADE …③　共通な角なので、∠DAC＝∠EAD …④
③④より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ACD∽△ADE

④



∠ABCの二等分線と円Oの円周との交点をD、辺ACとの交点をEとする。
このとき、△ABD∽△EADとなる。
△ABDと△EADで、仮定より、∠ABD＝∠CBD …①
$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角なので、∠EAD＝∠CBD …②
①②から、∠ABD＝∠EAD …③　共通な角なので、∠ADB＝∠EDA …④
③④より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ABD∽△EAD

⑤



円O上にA、B、C、Dがあり、点Cを通り辺ABに平行な直線と線分BDの延長の交点をEとすると、△ACD∽△BECとなる。
△ACDと△BECで、$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角なので、∠DAC＝∠CBE …①
$\overset{\frown}{AD}$に対する円周角なので、∠ACD＝∠DBA …②
AB//ECで錯角なので、∠BEC＝∠DBA …③
②③から、∠ACD＝∠BEC …④
①④より、2組の角がそれぞれ等しいので、△ACD∽△BEC

円に内接する四角形の性質

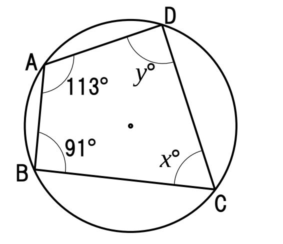
- 向かい合う内角の和は 180°になる。
- 1 つの内角は、向かい合う内角のとなりの外角に等しい。

弦と接線のつくる角の性質

- 弦と接線のつくる角は、その弧に対する円周角に等しい。

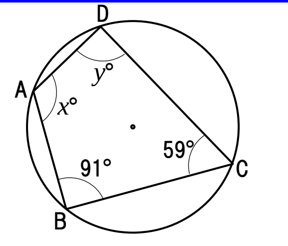
$\angle x$ と $\angle y$ の大きさを求めましょう。(4 点×9 問=36 点)

例



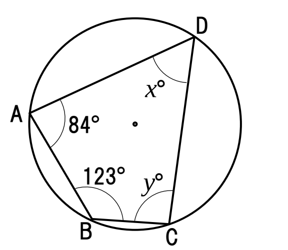
$\angle x=67°$　$\angle y=89°$

①



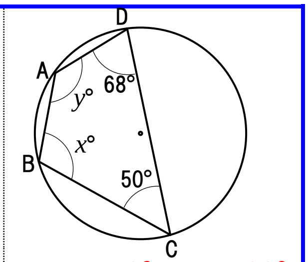
$\angle x=121°$　$\angle y=89°$

②



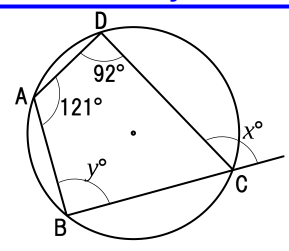
$\angle x=57°$　$\angle y=96°$

③



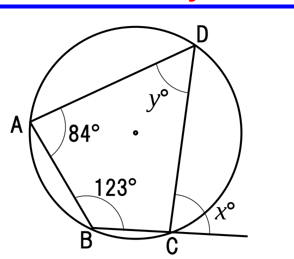
$\angle x=112°$ $\angle y=130°$

例



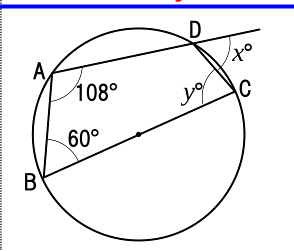
$\angle x=121°$　$\angle y=88°$

④



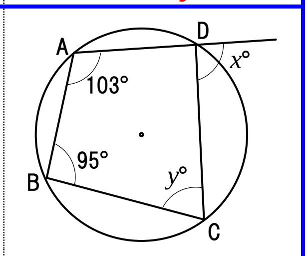
$\angle x=84°$　$\angle y=57°$

⑤



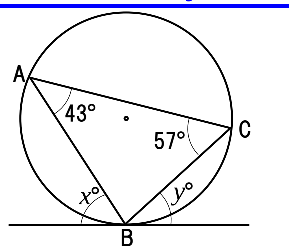
$\angle x=60°$　$\angle y=72°$

⑥



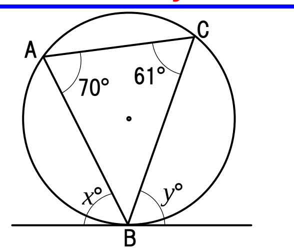
$\angle x=95°$　$\angle y=77°$

例



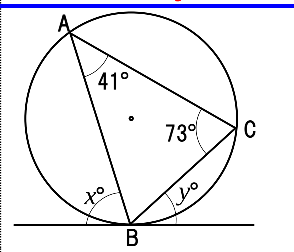
$\angle x=57°$　$\angle y=43°$

⑦



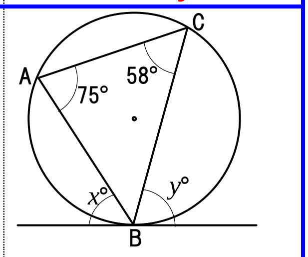
$\angle x=61°$　$\angle y=70°$

⑧



$\angle x=73°$　$\angle y=41°$

⑨



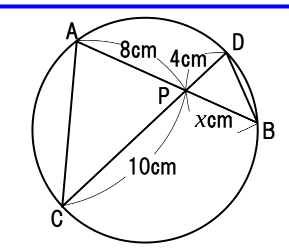
$\angle x=58°$　$\angle y=75°$

方べきの定理

- 円周上の 4 点 A、B、C、D において、AB と CD の交点を P とすると、PA×PB=PC×PD になる。

x の値を求めましょう。(4 点×6 問=24 点)

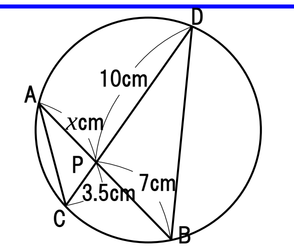
例



$8\times x=10\times 4$

$8x=40$　$x=5$cm

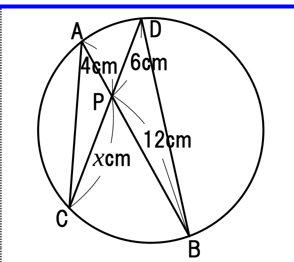
①



$7\times x=10\times 3.5$

$7x=35$　$x=5$cm

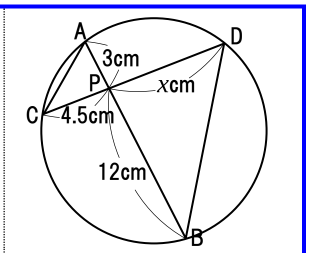
②



$6\times x=4\times 12$

$6x=48$　$x=8$cm

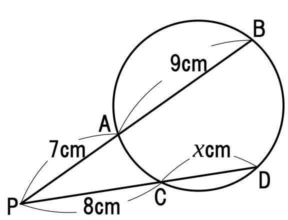
③



$4.5\times x=3\times 12$

$4.5x=36$　$x=8$cm

例

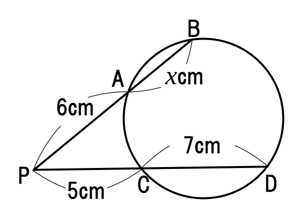


$8\times(8+x)=7\times 16$

$64+8x=112$

$8x=48$　$x=6$cm

④

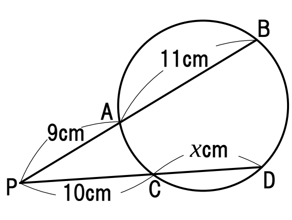


$6\times(6+x)=5\times 12$

$36+6x=60$

$6x=24$　$x=4$cm

⑤

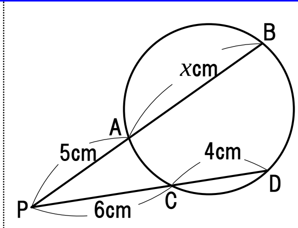


$10\times(10+x)=9\times 20$

$100+10x=180$

$10x=80$　$x=8$cm

⑥



$5\times(5+x)=6\times 10$

$25+5x=60$

$5x=35$　$x=7$cm

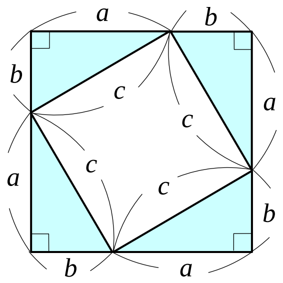
7章 1 三平方の定理(1)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

直角三角形の直角をはさむ 2 辺を a、b、斜辺を c とすると、$a^2+b^2=c^2$ になります。
このことを**三平方の定理**といいます。

次の計算から、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しましょう。(8 点×5 問＝40 点)

例



1 辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4 つの直角三角形の面積

内側の正方形の面積は、c^2 …①

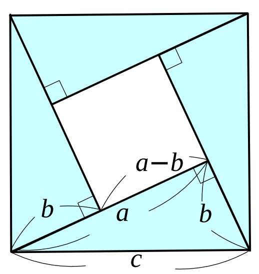
外側の正方形の面積は、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …②

4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③

内側の正方形の面積を②－③で表すと、$a^2+2ab+b^2-2ab=a^2+b^2$ …④

④＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

①



1 辺が c の正方形の面積＝内側の正方形の面積＋4 つの直角三角形の面積

外側の正方形の面積は、c^2 …①

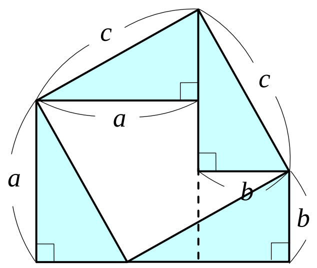
内側の正方形の面積は、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ …②

4 つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③

外側の正方形の面積を②＋③で表すと、$a^2-2ab+b^2+2ab=a^2+b^2$ …④

④＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

②



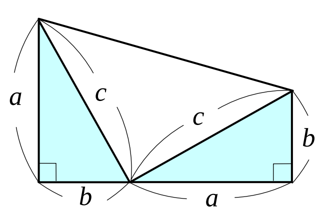
1 辺が c の正方形の面積＝全体の面積－2 つの直角三角形の面積

1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①

全体の面積は、1 辺が a の正方形の面積＋1 辺が b の正方形の面積＋2 つの直角三角形の面積なので、a^2+b^2+ab …②

1 辺が c の正方形の面積を、全体の面積－2 つの直角三角形の面積で表すと、$a^2+b^2+ab-ab=a^2+b^2$ …③　③＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

③



1 辺が c の正方形の面積＝(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2

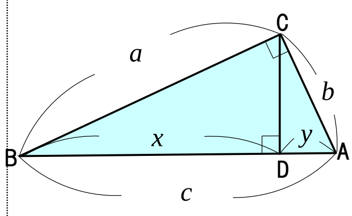
1 辺が c の正方形の面積は、c^2 …①

台形の面積は、$\{(a+b)\times(b+a)\}\div 2=(a^2+2ab+b^2)\div 2$ …②

1 辺が c の正方形の面積を、(台形の面積－2 つの直角三角形の面積)×2 で表すと、$\{(a^2+2ab+b^2)\div 2-ab\}\times 2=a^2+b^2$ …③

③＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

④ △ABC∽△CBD∽△ACD



AB：CB＝CB：DB と AB：AC＝AC：AD を計算し、両辺をそれぞれ足す。

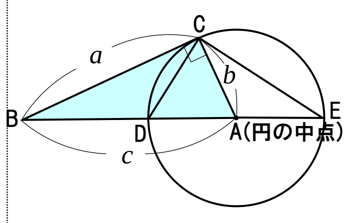
△ABC∽△CBD で、AB：CB＝CB：DB、$c:a=a:x$、$a^2=cx$ …①

△ABC∽△ACD で、AB：AC＝AC：AD、$c:b=b:y$、$b^2=cy$ …②

①と②の両辺をそれぞれ足すと、$a^2+b^2=c(x+y)$ …③

$x+y=c$ なので、③より、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

⑤ △BCD∽△BEC



BC：BE＝BD：BC を計算する。

円の半径なので、AD＝AC＝AE＝b …①

①より、BE＝$c+b$、BD＝$c-b$

△BCD∽△BEC で、BC：BE＝BD：BC、$a:c+b=c-b:a$ …②

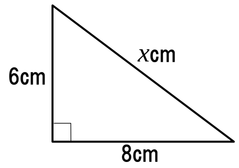
②を計算すると、$a^2=c^2-b^2$ …③

③の b^2 を移項すると、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

直角三角形の斜辺 c の長さは、三平方の定理を利用して、$c^2=a^2+b^2$ で求めます。
10 より大きい数の 2 乗　$11^2=121$、$12^2=144$、$13^2=169$、$14^2=196$、$15^2=225$、$16^2=256$、$17^2=289$

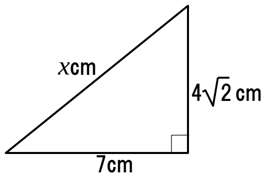
次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

例



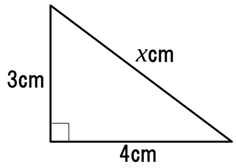
$x^2=6^2+8^2=100$
$x=\sqrt{100}=10$cm

例



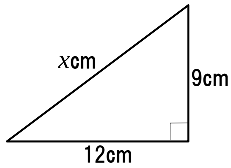
$x^2=(4\sqrt{2})^2+7^2=81$
$x=\sqrt{81}=9$cm

①



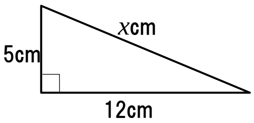
$x^2=3^2+4^2=25$
$x=\sqrt{25}=5$cm

②



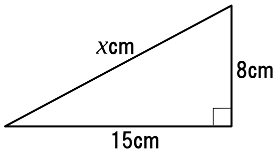
$x^2=9^2+12^2=225$
$x=\sqrt{225}=15$cm

③



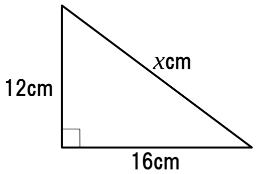
$x^2=5^2+12^2=169$
$x=\sqrt{169}=13$cm

④



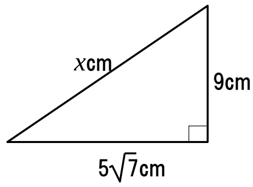
$x^2=8^2+15^2=289$
$x=\sqrt{289}=17$cm

⑤



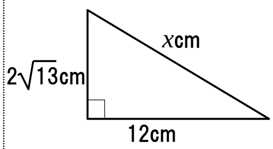
$x^2=12^2+16^2=400$
$x=\sqrt{400}=20$

⑥



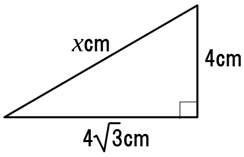
$x^2=9^2+(5\sqrt{7})^2=256$
$x=\sqrt{256}=16$cm

⑦



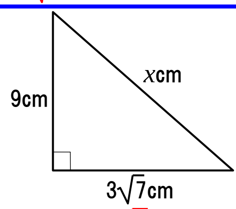
$x^2=(2\sqrt{13})^2+12^2=196$
$x=\sqrt{196}=14$cm

⑧



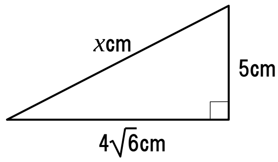
$x^2=4^2+(4\sqrt{3})^2=64$
$x=\sqrt{64}=8$cm

⑨



$x^2=9^2+(3\sqrt{7})^2=144$
$x=\sqrt{144}=12$cm

⑩

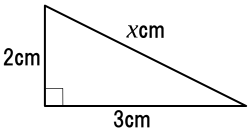


$x^2=5^2+(4\sqrt{6})^2=121$
$x=\sqrt{121}=11$cm

$c^2=a^2+b^2$ の答えが整数にならない場合は、$\sqrt{\ }$ を使って表します。

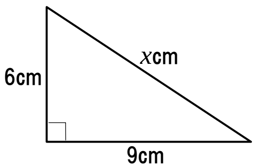
次の直角三角形で、斜辺 x の長さを求めましょう。(3 点×10 問=30 点)

例



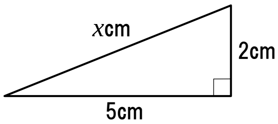
$x^2=2^2+3^2=13$
$x=\sqrt{13}$

例



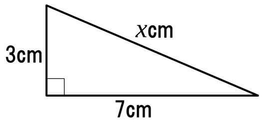
$x^2=6^2+9^2=117$
$x=\sqrt{117}=3\sqrt{13}$cm

①



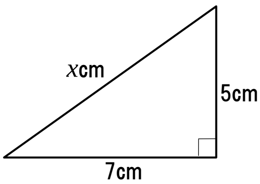
$x^2=2^2+5^2=29$
$x=\sqrt{29}$

②



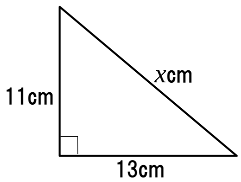
$x^2=3^2+7^2=58$
$x=\sqrt{58}$

③



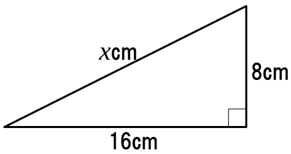
$x^2=5^2+7^2=74$
$x=\sqrt{74}$

④



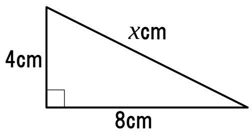
$x^2=11^2+13^2=290$
$x=\sqrt{290}$

⑤



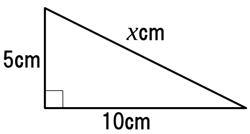
$x^2=8^2+16^2=320$
$x=\sqrt{320}=8\sqrt{5}$cm

⑥



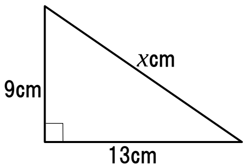
$x^2=4^2+8^2=80$
$x=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$cm

⑦



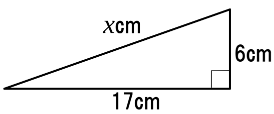
$x^2=5^2+10^2=125$
$x=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$cm

⑧



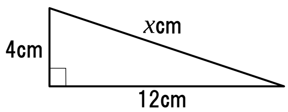
$x^2=9^2+13^2=250$
$x=\sqrt{250}=5\sqrt{10}$cm

⑨



$x^2=6^2+17^2=325$
$x=\sqrt{325}=5\sqrt{13}$cm

⑩



$x^2=4^2+12^2=160$
$x=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$cm

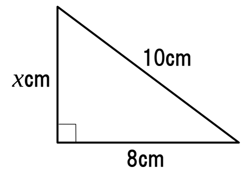
7章 2 三平方の定理(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

三平方の定理を利用して、直角三角形の斜辺以外の長さも、$a^2=c^2-b^2$ のように求めることが出来ます。

次の直角三角形で、x の長さを求めましょう。(3点×10問＝30点)

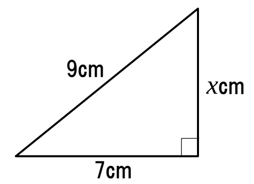
例



$x^2=10^2-8^2=36$

$x=\sqrt{36}=6$cm

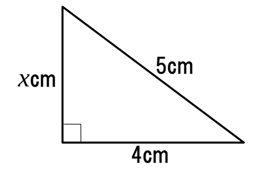
例



$x^2=9^2-7^2=32$

$x=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ cm

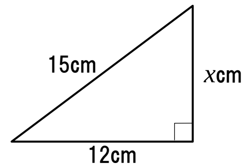
①



$x^2=5^2-4^2=9$

$x=\sqrt{9}=3$cm

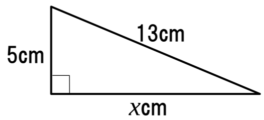
②



$x^2=15^2-12^2=81$

$x=\sqrt{81}=9$cm

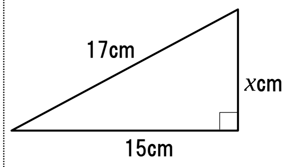
③



$x^2=13^2-5^2=144$

$x=\sqrt{144}=12$cm

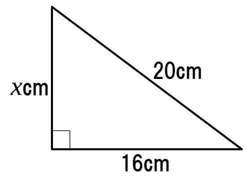
④



$x^2=17^2-15^2=64$

$x=\sqrt{64}=8$cm

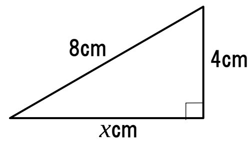
⑤



$x^2=20^2-16^2=144$

$x=\sqrt{144}=12$

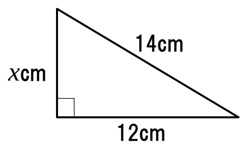
⑥



$x^2=8^2-4^2=48$

$x=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$cm

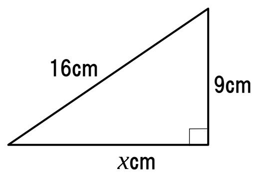
⑦



$x^2=14^2-12^2=52$

$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$cm

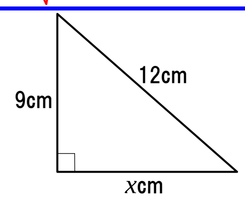
⑧



$x^2=16^2-9^2=175$

$x=\sqrt{175}=5\sqrt{7}$cm

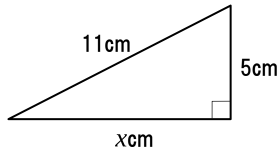
⑨



$x^2=12^2-9^2=63$

$x=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$cm

⑩



$x^2=11^2-5^2=96$

$x=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$cm

三平方の定理の逆で、$a^2+b^2=c^2$ ならば∠C＝90° といえます。
$\boxed{\text{斜辺以外の2辺の2乗の和}}$と$\boxed{\text{斜辺(1番長い辺)の2乗}}$が等しければ、直角三角形です。

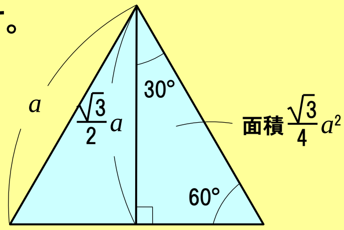
次の長さを3辺とする三角形が、直角三角形なら○、異なるなら×をかきましょう。(3点×10問＝30点)

例	5cm、12cm、13cm $5^2+12^2=25+144=169$ $13^2=169$ ○	例	$\sqrt{10}$cm、$4\sqrt{2}$cm、6cm $\sqrt{10}^2+(4\sqrt{2})^2=10+32=42$ $6^2=36$ ×	①	3cm、4cm、5cm $3^2+4^2=9+16=25$ $5^2=25$ ○
②	9cm、15cm、17cm $9^2+15^2=81+225=306$ $17^2=289$ ×	③	6cm、8cm、10cm $6^2+8^2=36+64=100$ $10^2=100$ ○	④	5cm、11cm、12cm $5^2+11^2=25+121=146$ $12^2=144$ ×
⑤	0.9cm、1.2cm、1.5cm $0.9^2+1.2^2=0.81+1.44=2.25$ $1.5^2=2.25$ ○	⑥	1.2cm、1.6cm、2cm $1.2^2+1.6^2=1.44+2.56=4$ $2^2=4$ ○	⑦	0.8cm、1.4cm、1.7cm $0.8^2+1.4^2=0.64+1.96=2.6$ $1.7^2=2.89$ ×
⑧	$\sqrt{3}$cm、$\sqrt{4}$cm、$\sqrt{7}$cm $\sqrt{3}^2+\sqrt{4}^2=3+4=7$ $\sqrt{7}^2=7$ ○	⑨	$\sqrt{13}$cm、$\sqrt{17}$cm、$4\sqrt{2}$cm $\sqrt{13}^2+\sqrt{17}^2=13+17=30$ $(4\sqrt{2})^2=32$ ×	⑩	$2\sqrt{3}$cm、$\sqrt{15}$cm、$3\sqrt{3}$cm $(2\sqrt{3})^2+\sqrt{15}^2=12+15=27$ $(3\sqrt{3})^2=27$ ○

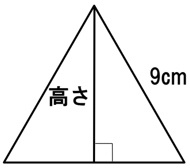
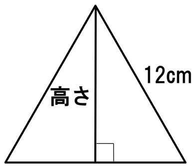
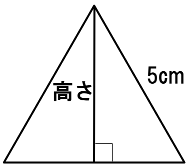
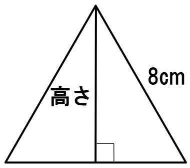
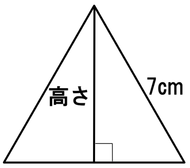
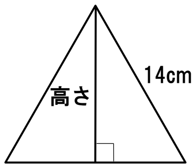
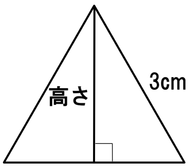
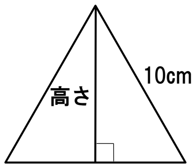
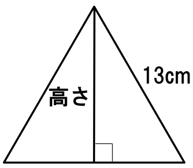
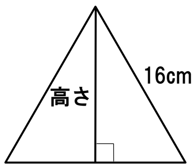
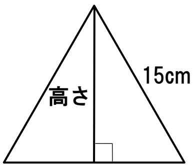
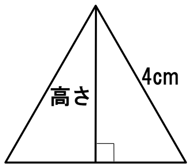
正三角形は全ての角が 60°です。正三角形の半分は、30°、60°、90°になります。

1 辺の長さが a の正三角形の高さ$=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

1 辺の長さがの正三角形の面積$=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$



次の正三角形の高さと面積を求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

	1 辺の長さ	高さ	面積		1 辺の長さ	高さ	面積
例		$9\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{9\sqrt{3}}{2}$cm	$9^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{81\sqrt{3}}{4}$cm^2	例		$12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=6\sqrt{3}$cm	$12^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}a$ $=36\sqrt{3}$cm^2
①		$5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{5\sqrt{3}}{2}$cm	$5^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{25\sqrt{3}}{4}$cm^2	②		$8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=4\sqrt{3}$cm	$8^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=16\sqrt{3}$cm^2
③		$7\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{7\sqrt{3}}{2}$cm	$7^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{49\sqrt{3}}{4}$cm^2	④		$14\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=7\sqrt{3}$cm	$14^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=49\sqrt{3}$cm^2
⑤		$3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{3\sqrt{3}}{2}$cm	$3^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{9\sqrt{3}}{4}$cm^2	⑥		$10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=5\sqrt{3}$cm	$10^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=25\sqrt{3}$cm^2
⑦		$13\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{13\sqrt{3}}{2}$cm	$13^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{169\sqrt{3}}{4}$cm^2	⑧		$16\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=8\sqrt{3}$cm	$16^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=64\sqrt{3}$cm^2
⑨		$15\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=\frac{15\sqrt{3}}{2}$cm	$15^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=\frac{225\sqrt{3}}{4}$cm^2	⑩		$4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$ $=2\sqrt{3}$cm	$4^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}$ $=4\sqrt{3}$cm^2

直角三角形の特徴を確認しましょう。

1 つの角が 90°の三角形を直角三角形といい、直角をはさまない辺を斜辺といいます。

直角三角形の辺を a、b、c(斜辺)とすると、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを、三平方の定理といいます。

次の問題に答えましょう。(2 点×5 問＝10 点)

例	1 つの角が 90°の三角形を何といいますか？	直角三角形	①	直角三角形で、直角をはさまない辺を何といいますか？	斜辺
②	直角三角形の辺を a、b、c とし、三平方の定理をかきましょう。	$a^2+b^2=c^2$	③	直角三角形を半分にすると、3 つの角は何度になりますか？	30°、60°、90°
④	1 辺の長さが $a$cm の正三角形の高さは何 cm ですか？	$\frac{\sqrt{3}}{2}a$cm	⑤	1 辺の長さが $a$cm の正三角形の面積は何 cm ですか？	$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$cm^2

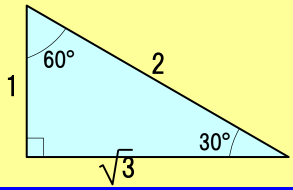
7章 3 図形への利用(1)

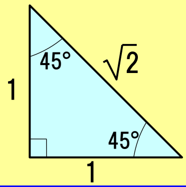
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

三角定規と同じ形の直角三角形は、3 辺の長さの比が決まっています。

角が 30°、60°、90°の直角三角形 → 1：2：$\sqrt{3}$

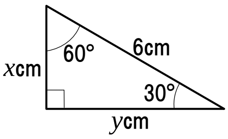
角が 45°、45°、90°の直角三角形 → 1：1：$\sqrt{2}$





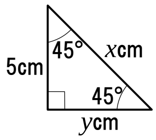
次の直角三角形で、x と y の長さを求めましょう。(3 点×10 問＝30 点)

例



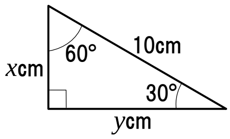
x：6＝1：2
x＝3cm
y：6＝$\sqrt{3}$：2
y＝$3\sqrt{3}$cm

例



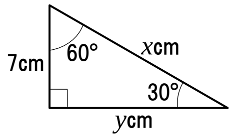
x：5＝$\sqrt{2}$：1
x＝$5\sqrt{2}$cm
y：5＝1：1
y＝5cm

①



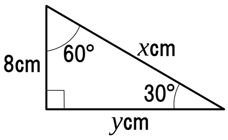
x：10＝1：2
x＝5cm
y：10＝$\sqrt{3}$：2
y＝$5\sqrt{3}$cm

②



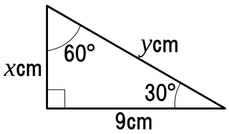
x：7＝2：1
x＝14cm
y：7＝$\sqrt{3}$：1
y＝$7\sqrt{3}$cm

③



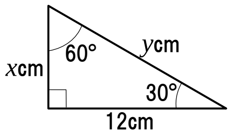
x：8＝2：1
x＝16cm
y：8＝$\sqrt{3}$：1
y＝$8\sqrt{3}$cm

④



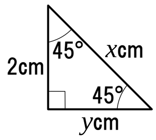
x：9＝1：$\sqrt{3}$
x＝$3\sqrt{3}$cm
y：9＝2：$\sqrt{3}$
y＝$6\sqrt{3}$cm

⑤



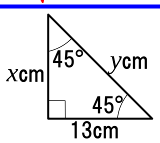
x：12＝1：$\sqrt{3}$
x＝$4\sqrt{3}$cm
y：12＝2：$\sqrt{3}$
y＝$8\sqrt{3}$cm

⑥



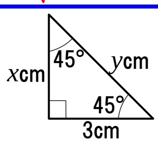
x：2＝$\sqrt{2}$：1
x＝$2\sqrt{2}$cm
y：2＝1：1
y＝2cm

⑦



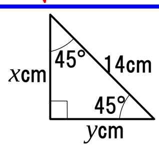
x：13＝1：1
x＝13cm
y：13＝$\sqrt{2}$：1
y＝$13\sqrt{2}$cm

⑧



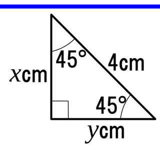
x：3＝1：1
x＝3cm
y：3＝$\sqrt{2}$：1
y＝$3\sqrt{2}$cm

⑨



x：14＝1：$\sqrt{2}$
x＝$7\sqrt{2}$cm
y：14＝1：$\sqrt{2}$
y＝$7\sqrt{2}$cm

⑩

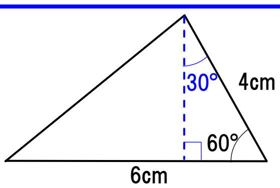


x：4＝1：$\sqrt{2}$
x＝$2\sqrt{2}$cm
y：2＝1：$\sqrt{2}$
y＝$2\sqrt{2}$cm

1 つの角が 30°か 45°か 60°なら、垂線をひいて、三角定規と同じ直角三角形に出来ます。

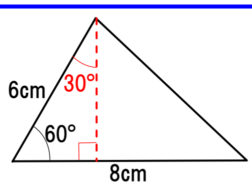
高さを h、面積を S として、次の三角形の面積を求めましょう。(4 点×5 問＝20 点)

例



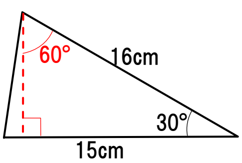
h：4＝$\sqrt{3}$：2
h＝$2\sqrt{3}$cm
S＝6×$2\sqrt{3}$÷2
S＝$6\sqrt{3}$cm²

①



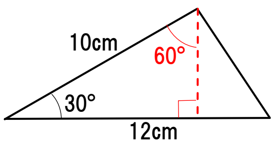
h：6＝$\sqrt{3}$：2
h＝$3\sqrt{3}$cm
S＝8×$3\sqrt{3}$÷2
S＝$12\sqrt{3}$cm²

②



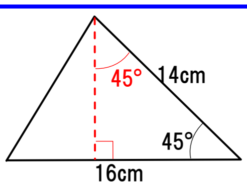
h：16＝1：2
h＝8cm
S＝8×15÷2
S＝60cm²

③



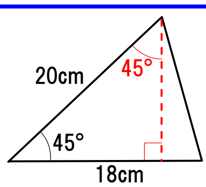
h：10＝1：2
h＝5cm
S＝5×12÷2
S＝30cm²

④



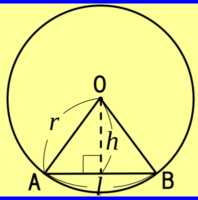
h：14＝1：$\sqrt{2}$
h＝$7\sqrt{2}$cm
S＝16×$7\sqrt{2}$÷2
S＝$56\sqrt{2}$cm²

⑤



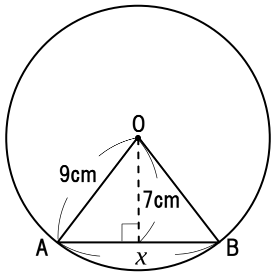
h：20＝1：$\sqrt{2}$
h＝$10\sqrt{2}$cm
S＝18×$10\sqrt{2}$÷2
S＝$90\sqrt{2}$cm²

半径 r を 2 辺とする△OAB は二等辺三角形になります。
AB の長さを l、点 O からの垂線の長さを h とすると、次のことが成り立ちます。
$l=2\sqrt{r^2-h^2}$



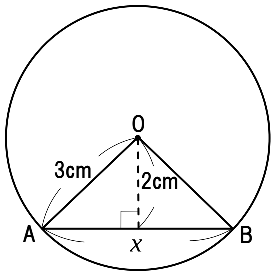
x の値を求めましょう。(5 点×10 問=50 点)

例



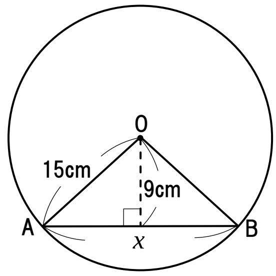
$x=2\times\sqrt{9^2-7^2}$
$x=2\times\sqrt{32}$
$x=8\sqrt{2}$

①



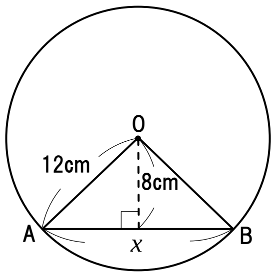
$x=2\times\sqrt{3^2-2^2}$
$x=2\sqrt{5}$

②



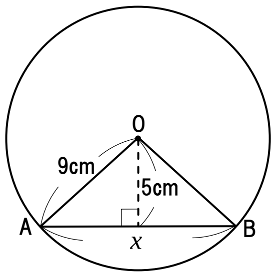
$x=2\times\sqrt{15^2-9^2}$
$x=2\times\sqrt{144}$
$x=24$

③



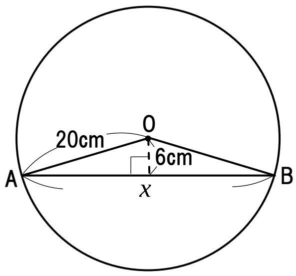
$x=2\times\sqrt{12^2-8^2}$
$x=2\times\sqrt{80}$
$x=8\sqrt{5}$

④



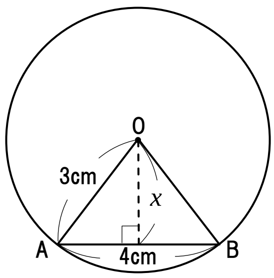
$x=2\times\sqrt{9^2-5^2}$
$x=2\times\sqrt{56}$
$x=4\sqrt{14}$

⑤



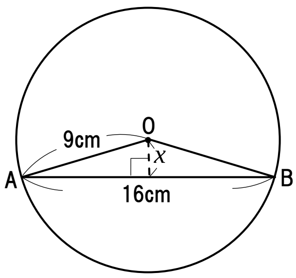
$x=2\times\sqrt{20^2-6^2}$
$x=2\times\sqrt{364}$
$x=4\sqrt{91}$

例



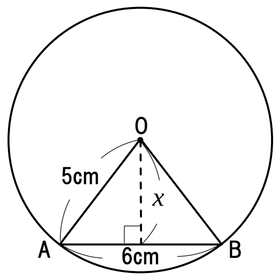
$4=2\times\sqrt{3^2-x^2}$
$2=\sqrt{3^2-x^2}$
$2^2=3^2-x^2$
$x^2=9-4=5$ $x=\sqrt{5}$

⑥



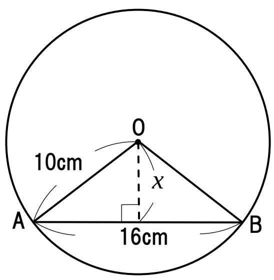
$16=2\times\sqrt{9^2-x^2}$
$8=\sqrt{9^2-x^2}$
$8^2=9^2-x^2$
$x^2=81-64=17$ $x=\sqrt{17}$

⑦



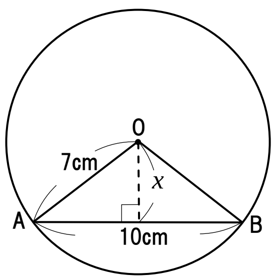
$6=2\times\sqrt{5^2-x^2}$
$3=\sqrt{5^2-x^2}$
$3^2=5^2-x^2$
$x^2=25-9=16$ $x=4$

⑧



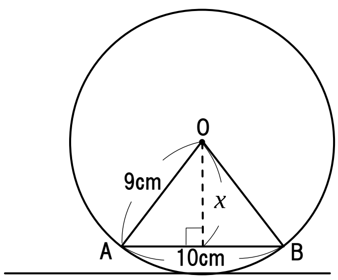
$16=2\times\sqrt{10^2-x^2}$
$8=\sqrt{10^2-x^2}$
$8^2=10^2-x^2$
$x^2=100-64=36$ $x=6$

⑨



$10=2\times\sqrt{7^2-x^2}$
$5=\sqrt{7^2-x^2}$
$5^2=7^2-x^2$
$x^2=49-25=24$ $x=2\sqrt{6}$

⑩



$10=2\times\sqrt{9^2-x^2}$
$5=\sqrt{9^2-x^2}$
$5^2=9^2-x^2$
$x^2=81-25=56$ $x=2\sqrt{14}$

7章 4 図形への利用(2)

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30 分	■時■分	■時■分	80 点

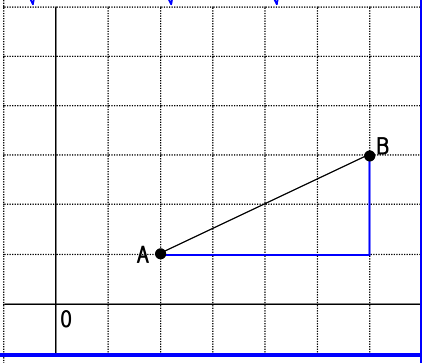
座標上の 2 点間を斜辺とする直角三角形をつくると、2 点間の距離を求めることが出来ます。

2 点間の距離は、三平方の定理を利用して、$\sqrt{(x\text{座標の差})^2+(y\text{座標の差})^2}$ で求めます。

次の座標をもつ 2 点間の距離を求めましょう。(5 点×10 問＝50 点)

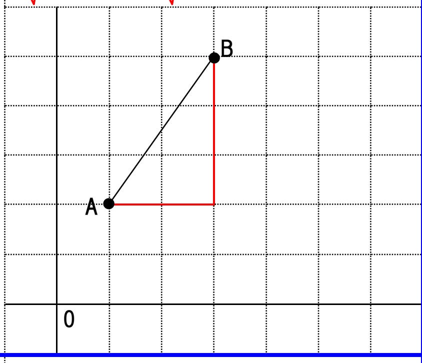
例 A(2, 1)、B(6, 3)

$\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



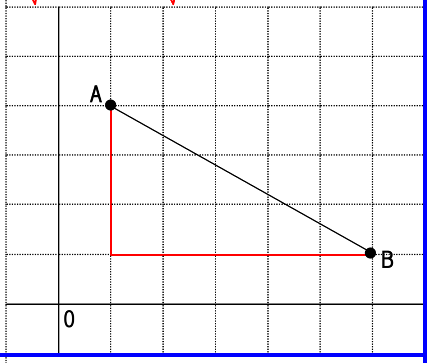
① A(1, 2)、B(3, 5)

$\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$



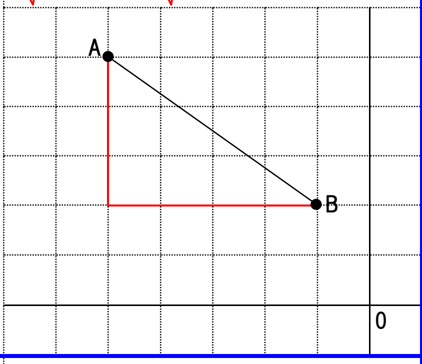
② A(1, 4)、B(6, 1)

$\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$



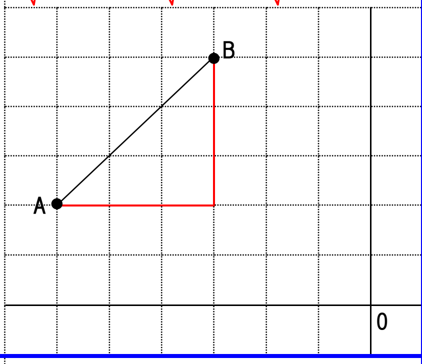
③ A(－5, 5)、B(－1, 2)

$\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$



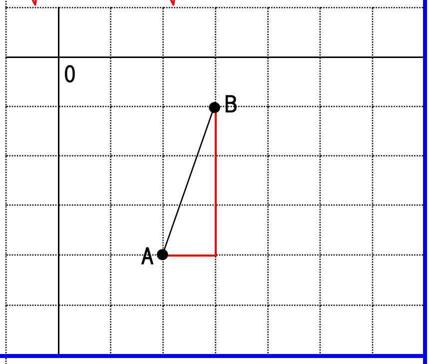
④ A(－6, 2)、B(－3, 5)

$\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$



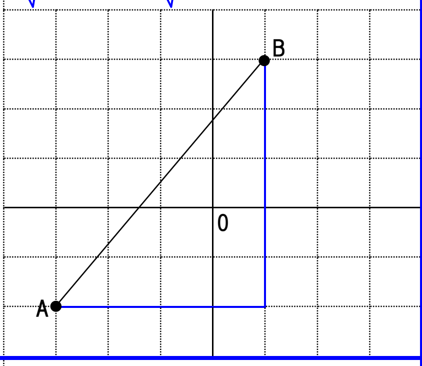
⑤ A(2, －4)、B(3,－1)

$\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$



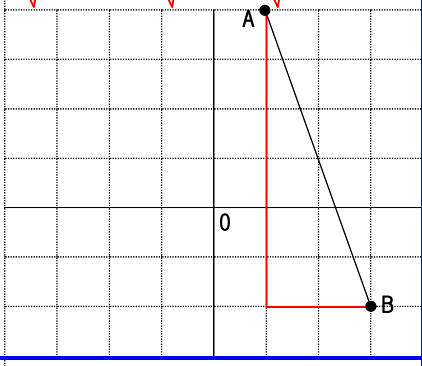
例 A(－3, －2)、B(1, 3)

$\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$



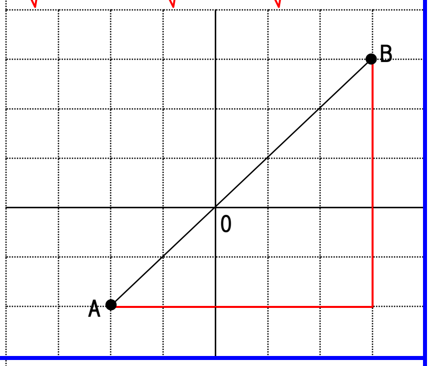
⑥ A(1, 4)、B(3, －2)

$\sqrt{2^2+6^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$



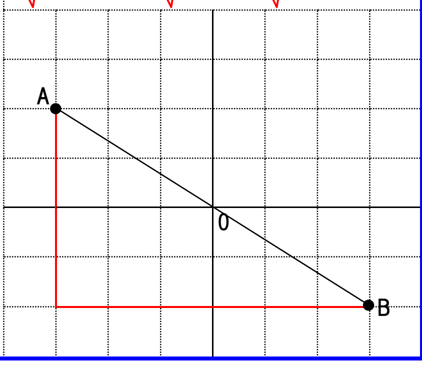
⑦ A(－2, －2)、B(3, 3)

$\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$



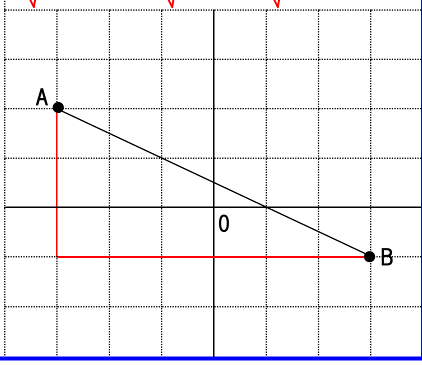
⑧ A(－3, 2)、B(3, －2)

$\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$



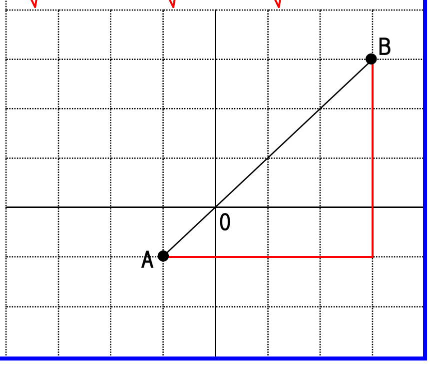
⑨ A(－3, 2)、B(3, －1)

$\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$



⑩ A(－1, －1)、B(3, 3)

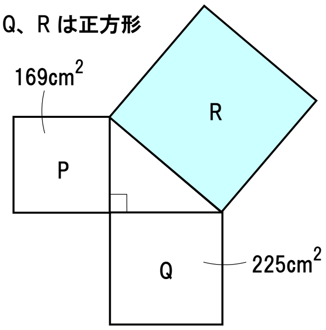
$\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$



直角三角形の各辺を１辺とする図形の面積をＰ、Ｑ、Ｒとすると、Ｐ＋Ｑ＝Ｒが成り立ちます。
これは、Ｐ、Ｑ、Ｒが正方形、正三角形、半円の場合に成り立ちます。

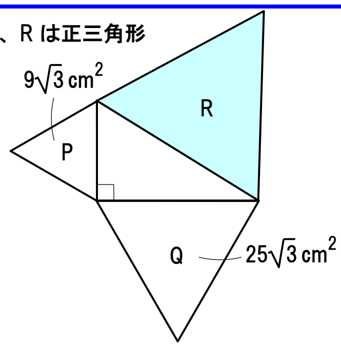
影をつけた部分の面積を求めましょう。（５点×10問＝50点）

例 Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



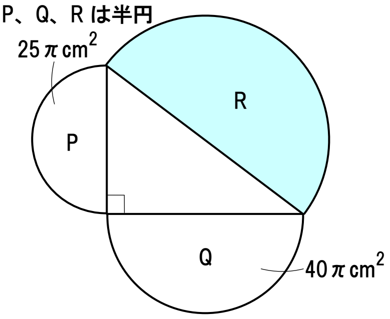
$R=169+225=394cm^2$

① Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



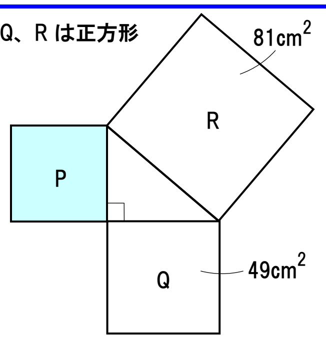
$R=9\sqrt{3}+25\sqrt{3}=34\sqrt{3}\,cm^2$

② Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



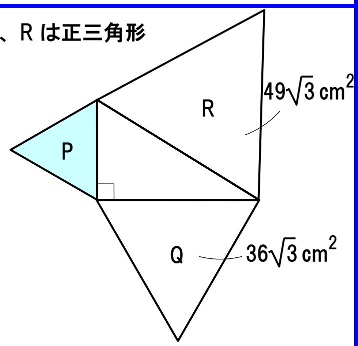
$R=25\pi+40\pi=65\pi\,cm^2$

③ Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



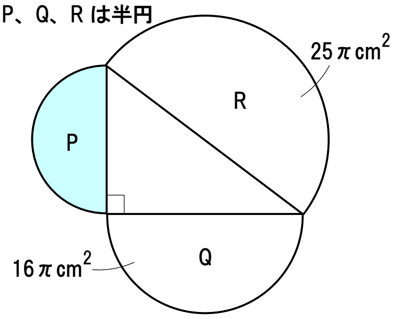
$P=81-49=32cm^2$

④ Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



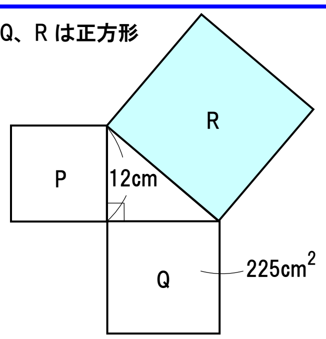
$P=49\sqrt{3}-36\sqrt{3}=13\sqrt{3}\,cm^2$

⑤ Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



$P=25\pi-16\pi=9\pi\,cm^2$

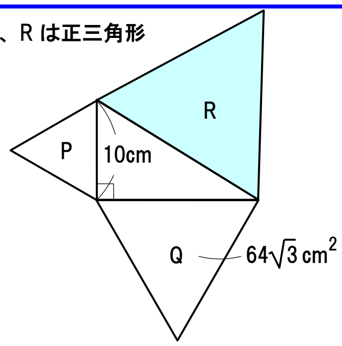
例 Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形



$P=12\times12=144\ cm^2$

$R=144+225=369cm^2$

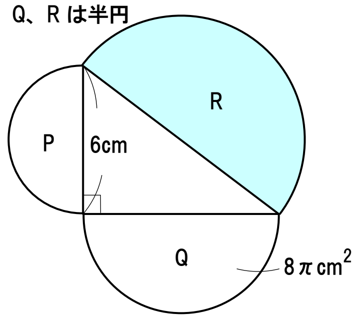
⑥ Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形



$P=10\times5\sqrt{3}\div2=25\sqrt{3}\,cm^2$

$R=25\sqrt{3}+64\sqrt{3}=89\sqrt{3}\,cm^2$

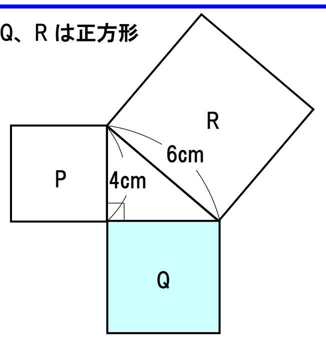
⑦ Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



$P=3\times3\times\pi\div2=4.5\pi\,cm^2$

$R=4.5\pi+8\pi=12.5\pi\,cm^2$

⑧ Ｐ、Ｑ、Ｒは正方形

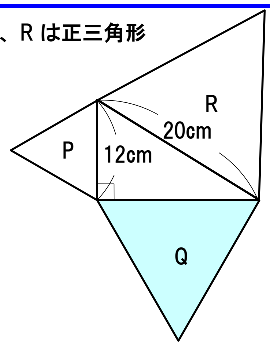


$R=6\times6=36\ cm^2$

$P=4\times4=16\ cm^2$

$Q=36-16=20cm^2$

⑨ Ｐ、Ｑ、Ｒは正三角形

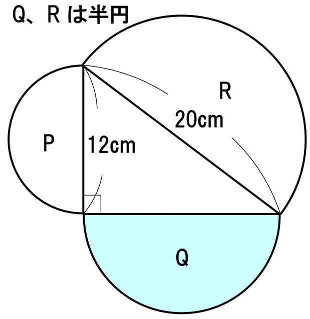


$R=20\times10\sqrt{3}\div2=100\sqrt{3}cm^2$

$P=12\times6\sqrt{3}\div2=36\sqrt{3}cm^2$

$Q=100\sqrt{3}-36\sqrt{3}=64\sqrt{3}cm^2$

⑩ Ｐ、Ｑ、Ｒは半円



$R=10\times10\times\pi\div2=50\pi\,cm^2$

$P=6\times6\times\pi\div2=18\pi\,cm^2$

$Q=50\pi-18\pi=32\pi\,cm^2$

7章	5 図形への利用(3)	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

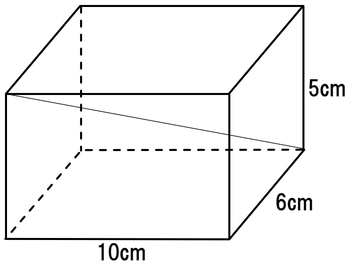
三平方の定理を利用して、直方体や立方体の対角線の長さを求めることが出来ます。

直方体の対角線の長さ l … 縦 a、横 b、高さ c とすると、$l=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

立方体の対角線の長さ l … 1辺の長さを a とすると、$l=\sqrt{3}\,a$

次の直方体や立方体の対角線 l の長さを求めましょう。(5点×10問=50点)

例

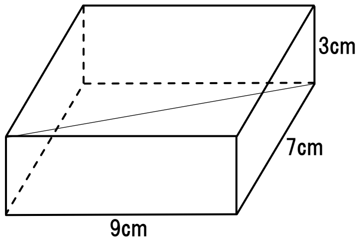


$l=\sqrt{10^2+6^2+5^2}$

$l=\sqrt{100+36+25}$

$l=\sqrt{161}$ cm

①

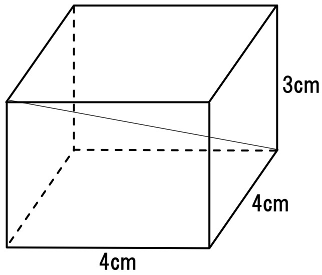


$l=\sqrt{9^2+7^2+3^2}$

$l=\sqrt{81+49+9}$

$l=\sqrt{139}$ cm

②

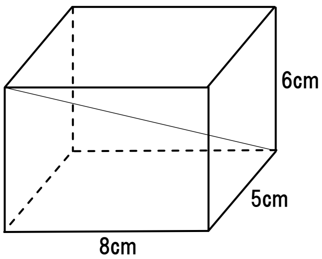


$l=\sqrt{4^2+4^2+3^2}$

$l=\sqrt{16+16+9}$

$l=\sqrt{41}$ cm

③

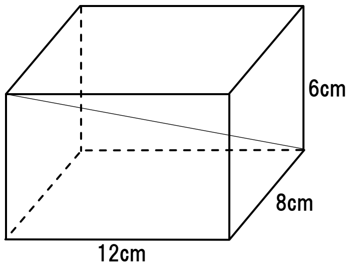


$l=\sqrt{8^2+5^2+6^2}$

$l=\sqrt{64+25+36}$

$l=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ cm

④

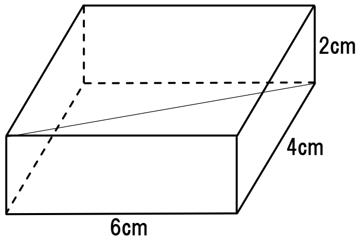


$l=\sqrt{12^2+8^2+6^2}$

$l=\sqrt{144+64+36}$

$l=\sqrt{244}=2\sqrt{61}$ cm

⑤

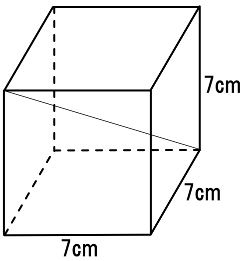


$l=\sqrt{6^2+4^2+2^2}$

$l=\sqrt{36+16+4}$

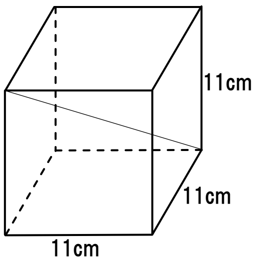
$l=\sqrt{56}=2\sqrt{14}$ cm

例



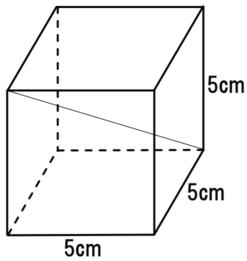
$l=7\sqrt{3}$ cm

⑥



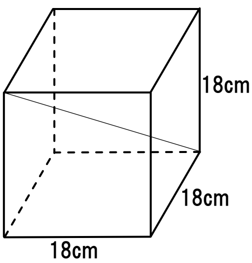
$l=11\sqrt{3}$ cm

⑦



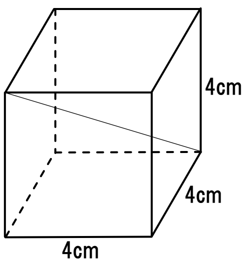
$l=5\sqrt{3}$ cm

⑧



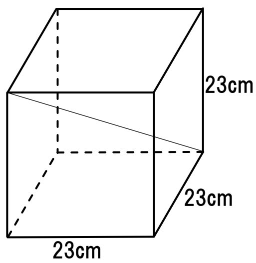
$l=18\sqrt{3}$ cm

⑨



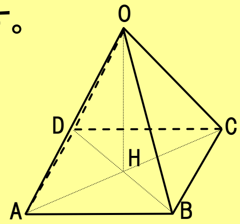
$l=4\sqrt{3}$ cm

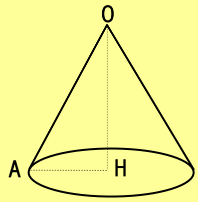
⑩



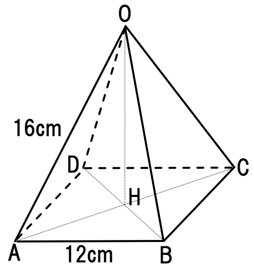
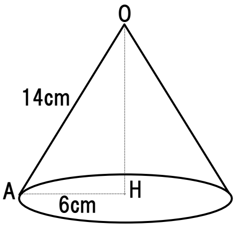
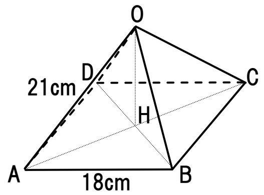
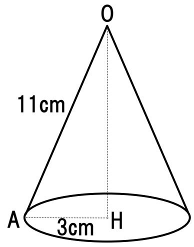
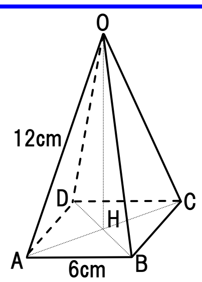
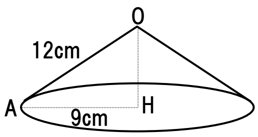
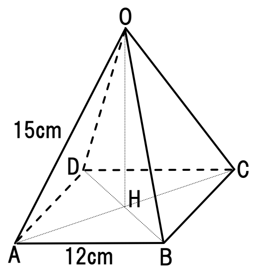
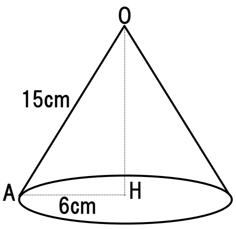
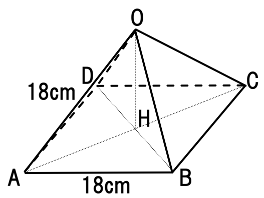
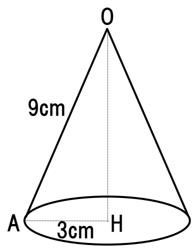
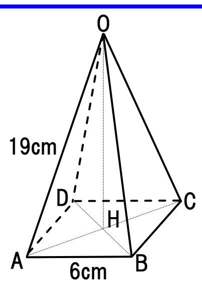
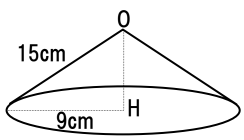
$l=23\sqrt{3}$ cm

三平方の定理を利用して、正四角錐や円錐の高さを求めることが出来ます。
頂点を O とする正四角錐や円錐では、$OH^2=OA^2-AH^2$ が成り立ちます。
$AH:AB=1:\sqrt{2}$ なので、AH の長さは、$AB\times\sqrt{2}\div 2$ で求めます。
正四角錐や円錐の体積は、底面積×高さ×$\frac{1}{3}$で求めます。





次の正四角錐や円錐の高さ OH と体積 V を求めましょう。(5 点×10 問＝50 点)

例		$AH=12\times\sqrt{2}\div 2=6\sqrt{2}$ $OH^2=16^2-(6\sqrt{2})^2=184$ $OH=\sqrt{184}=2\sqrt{46}$ cm $V=12^2\times 2\sqrt{46}\times\frac{1}{3}$ $V=96\sqrt{46}$ cm³	例		$OH^2=14^2-6^2=160$ $OH=\sqrt{160}=4\sqrt{10}$ cm $V=6^2\pi\times 4\sqrt{10}\times\frac{1}{3}$ $V=48\sqrt{10}$ cm³
①		$AH=18\times\sqrt{2}\div 2=9\sqrt{2}$ $OH^2=21^2-(9\sqrt{2})^2=279$ $OH=\sqrt{279}=3\sqrt{31}$ cm $V=18^2\times 3\sqrt{31}\times\frac{1}{3}$ $V=324\sqrt{31}$ cm³	②		$OH^2=11^2-3^2=112$ $OH=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$ cm $V=3^2\pi\times 4\sqrt{7}\times\frac{1}{3}$ $V=12\sqrt{7}$ cm³
③		$AH=6\times\sqrt{2}\div 2=3\sqrt{2}$ $OH^2=12^2-(3\sqrt{2})^2=126$ $OH=\sqrt{126}=3\sqrt{14}$ cm $V=6^2\times 3\sqrt{14}\times\frac{1}{3}$ $V=36\sqrt{14}$ cm³	④		$OH^2=12^2-9^2=63$ $OH=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ cm $V=9^2\pi\times 3\sqrt{7}$ cm$\times\frac{1}{3}$ $V=81\sqrt{7}$ cm³
⑤		$AH=12\times\sqrt{2}\div 2=6\sqrt{2}$ $OH^2=15^2-(6\sqrt{2})^2=153$ $OH=\sqrt{153}=3\sqrt{17}$ cm $V=12^2\times 3\sqrt{17}\times\frac{1}{3}$ $V=144\sqrt{17}$ cm³	⑥		$OH^2=15^2-6^2=189$ $OH=\sqrt{189}=3\sqrt{21}$ cm $V=6^2\pi\times 3\sqrt{21}\times\frac{1}{3}$ $V=36\sqrt{21}$ cm³
⑦		$AH=18\times\sqrt{2}\div 2=9\sqrt{2}$ $OH^2=18^2-(9\sqrt{2})^2=162$ $OH=\sqrt{162}=9\sqrt{2}$ cm $V=18^2\times 9\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$ $V=972\sqrt{2}$ cm³	⑧		$OH^2=9^2-3^2=72$ $OH=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ cm $V=3^2\pi\times 6\sqrt{2}\times\frac{1}{3}$ $V=18\sqrt{2}$ cm³
⑨		$AH=6\times\sqrt{2}\div 2=3\sqrt{2}$ $OH^2=19^2-(3\sqrt{2})^2=343$ $OH=\sqrt{343}=7\sqrt{7}$ cm $V=6^2\times 7\sqrt{7}\times\frac{1}{3}$ $V=84\sqrt{7}$ cm³	⑩		$OH^2=15^2-9^2=144$ $OH=\sqrt{144}=12$cm $V=9^2\pi\times 12\times\frac{1}{3}$ $V=324$cm³

7章 6 標本調査

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

あるものを調べるときに、全てを調べることを**全数調査**、一部を調べることを**標本調査**といいます。
標本調査をするときに、調査のために取り出した一部を**標本**といい、もとの全てを**母集団**といいます。
標本で調査した結果から、母集団の性質を推測することが出来ます。

次の問題に答えましょう。(5点×10問＝50点)

例	ある工場で製造した製品から、100個を無作為に抽出したところ、2個が不良品でした。 この工場で3000個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？ 不良品の比率 100：2＝3000：x 100×x＝2×3000　x＝60個	①	ある工場で製造した製品から、50個を無作為に抽出したところ、3個が不良品でした。 この工場で8000個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？ 不良品の比率 50：3＝8000：x 50×x＝3×8000　x＝480個
②	ある工場で製造した製品から、200個を無作為に抽出したところ、5個が不良品でした。 この工場で6000個の製品を製造したとき、不良品はおよそ何個だと推測されますか？ 不良品の比率 200：5＝6000：x 200×x＝5×6000　x＝150個	③	袋の中に青と赤のビーズが4000個あります。 この中から、80個を無作為に抽出したところ、青のビーズは16個ありました。この袋の中に、青のビーズはおよそ何個だと推測されますか？ 青のビーズの比率 80：16＝4000：x 80×x＝16×4000　x＝800個
④	箱の中に赤玉と白玉が2000個あります。 この中から、40個を無作為に抽出したところ、赤玉は12個ありました。この箱の中の赤玉はおよそ何個だと推測されますか？ 赤玉の比率 40：12＝2000：x 40×x＝12×2000　x＝600個	⑤	箱の中に金と銀のシールが5000枚あります。 この中から、20枚を無作為に抽出したところ、金のシールは3枚ありました。この箱の中の金のシールはおよそ何枚だと推測されますか？ 金のシールの比率 20：3＝5000：x 20×x＝3×5000　x＝750枚
例	袋の中にある白玉の数を調べます。袋に黒玉を50個入れ、混ぜてから20個を無作為に抽出したところ、黒玉は5個ありました。この袋の中の白玉はおよそ何個だと推測されますか？ 白玉と黒玉の比 15：5＝x：50 5×x＝15×50　x＝150個	⑥	袋の中にある白玉の数を調べます。袋に黒玉を30個入れ、混ぜてから60個を無作為に抽出したところ、黒玉は12個ありました。この袋の中の白玉はおよそ何個だと推測されますか？ 白玉と黒玉の比 48：12＝x：30 12×x＝48×30　x＝120個
⑦	袋の中にある白米の数を調べます。袋に玄米を300粒入れ、混ぜてから350粒を無作為に抽出したところ、玄米は25粒ありました。この袋の中の白米はおよそ何個だと推測されますか？ 白米と玄米の比 325：25＝x：300 25×x＝325×300　x＝3900粒	⑧	池の中の魚の数を調べます。池に目印付きの魚を40匹入れ、数日後50匹を無作為に捕獲したところ、目印をつけた魚は8匹いました。この池の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？ 池の魚と目印付きの魚の比 42：8＝x：40 8×x＝42×40　x＝210匹
⑨	池の中の魚の数を調べます。池に目印付きの魚を30匹入れ、数日後25匹を無作為に捕獲したところ、目印付きの魚は6匹いました。この池の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？ 池の魚と目印付きの魚の比 19：6＝x：30 6×x＝19×30　x＝95匹	⑩	湖の中の魚の数を調べます。湖に目印付きの魚を60匹入れ、数日後200匹を無作為に捕獲したところ、目印付きの魚は3匹いました。この湖の中の魚はおよそ何匹だと推測されますか？ 湖の魚と目印付きの魚の比 197：3＝x：60 3×x＝197×60　x＝3940匹

数字がバラバラに並んでいる表を乱数表といいます。
乱数表は、標本調査でデータを無作為に抽出するのに使われます。

中学 3 年生の男子 60 人の握力の記録を見て、次の問題に答えましょう。(10 点×5 問＝50 点)

番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録	番号	記録
1	30 kg	11	39 kg	21	26 kg	31	34 kg	41	32 kg	51	27 kg
2	29 kg	12	28 kg	22	44 kg	32	41 kg	42	46 kg	52	30 kg
3	40 kg	13	16 kg	23	37 kg	33	22 kg	43	34 kg	53	39 kg
4	42 kg	14	38 kg	24	31 kg	34	37 kg	44	25 kg	54	31 kg
5	33 kg	15	18 kg	25	23 kg	35	28 kg	45	33 kg	55	23 kg
6	26 kg	16	24 kg	26	36 kg	36	19 kg	46	47 kg	56	35 kg
7	41 kg	17	30 kg	27	50 kg	37	48 kg	47	21 kg	57	49 kg
8	45 kg	18	40 kg	28	31 kg	38	25 kg	48	43 kg	58	43 kg
9	38 kg	19	47 kg	29	45 kg	39	22 kg	49	34 kg	59	25 kg
10	34 kg	20	32 kg	30	36 kg	40	35 kg	50	52 kg	60	29 kg

① 下の乱数表の 1 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号	21	16	40	46	47	53	29	10	1	44
記録	26 kg	24 kg	35 kg	47 kg	21 kg	39 kg	45 kg	34 kg	30 kg	25 kg

26＋24＋35＋47＋21＋39＋45＋34＋30＋25＝326　326÷10＝32.6　平均 32.6kg

② 下の乱数表の 2 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号	22	51	23	54	12	27	8	36	35	25
記録	44 kg	27 kg	37 kg	31 kg	28 kg	50 kg	45 kg	19 kg	28 kg	23 kg

44＋27＋37＋31＋28＋50＋45＋19＋28＋23＝332　332÷10＝33.2　平均 33.2kg

③ 下の乱数表の 3 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号	41	19	60	13	49	56	24	17	57	59
記録	32 kg	47 kg	29 kg	16 kg	34 kg	35 kg	31 kg	30 kg	49 kg	25 kg

32＋47＋29＋16＋34＋35＋31＋30＋49＋25＝328　328÷10＝32.8　平均 32.8kg

④ 下の乱数表の 4 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号	9	30	55	18	58	34	28	33	7	45
記録	38 kg	36 kg	23 kg	40 kg	43 kg	37 kg	31 kg	22 kg	41 kg	33 kg

38＋36＋23＋40＋43＋37＋31＋22＋41＋33＝344　344÷10＝34.4　平均 34.4kg

⑤ 下の乱数表の 5 行目を用いて、10 人の記録を抽出し、その平均を求めましょう。

乱数の番号	5	38	43	6	14	2	4	20	48	26
記録	33 kg	25 kg	34 kg	26 kg	38 kg	29 kg	42 kg	32 kg	43 kg	36 kg

33＋25＋34＋26＋38＋29＋42＋32＋43＋36＝338　338÷10＝33.8　平均 33.8kg

乱数表	1 行目	21	16	40	46	47	53	29	10	1	44
	2 行目	22	51	23	54	12	27	8	36	35	25
	3 行目	41	19	60	13	49	56	24	17	57	59
	4 行目	9	30	55	18	58	34	28	33	7	45
	5 行目	5	38	43	6	14	2	4	20	48	26
	6 行目	42	31	52	15	3	37	39	11	32	50

1章 因数分解 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の式を展開しましょう。(2点×15問=30点)

① $2a(4a-3b)$ $=2a\times4a+2a\times(-3b)$ $=8a^2-6ab$	② $-3b(-a+b)$ $=-3b\times(-a)-3b\times b$ $=3ab-3b^2$	③ $b(2a+3b-4)$ $=b\times2a+b\times3b+b\times(-4)$ $=2ab+3b^2-4b$
④ $(a+4)(a+5)$ $=a^2+5a+4a+20$ $=a^2+9a+20$	⑤ $(3a-7)(a+9)$ $=3a^2+27a-7a-63$ $=3a^2+20a-63$	⑥ $(4a-1)(2a-3)$ $=8a^2-12a-2a+3$ $=8a^2-14a+3$
⑦ $(20ab+8a)\div4a$ $=\frac{20ab}{4a}+\frac{8a}{4a}=5b+2$	⑧ $(12ab-9a)\div3a$ $=\frac{12ab}{3a}-\frac{9a}{3a}=4b-3$	⑨ $(21a^2+14a)\div7a$ $=\frac{21a^2}{7a}+\frac{14a}{7a}=3a+2$
⑩ $(x+4)(x+7)$ $=x^2+(4+7)x+4\times7$ $=x^2+11x+28$	⑪ $(x-7)(x+2)$ $=x^2+(-7+2)x+(-7)\times2$ $=x^2-5x-14$	⑫ $(x+2)^2$ $=x^2+2\times x\times2+2^2$ $=x^2+4x+4$
⑬ $(x-8)^2$ $=x^2-2\times x\times8+8^2$ $=x^2-16x+64$	⑭ $(x+5)(x-5)$ $=x^2-5^2$ $=x^2-25$	⑮ $(3x+2)(3x-2)$ $=(3x)^2-2^2$ $=9x^2-4$

次の式を因数分解しましょう。(2点×15問=30点)

① x^2-16 $=x^2-4^2$ $=(x+4)(x-4)$	② x^2-64 $=x^2-8^2$ $=(x+8)(x-8)$	③ $25x^2-81$ $=(5x)^2-9^2$ $=(5x+9)(5x-9)$
④ x^2+4x+4 $=x^2+2\times x\times2+2^2$ $=(x+2)^2$	⑤ x^2+2x+1 $=x^2+2\times x\times1+1^2$ $=(x+1)^2$	⑥ $16x^2-56xy+49y^2$ $=(4x)^2-2\times4x\times7y+(7y)^2$ $=(4x-7y)^2$
⑦ $x^2+11x+28$ $=(x+4)(x+7)$ $4\times7=28,\ 4+7=11$	⑧ $x^2-8x+15$ $=(x-3)(x-5)$ $(-3)\times(-5)=15,\ -3-5=-8$	⑨ x^2-x-56 $=(x+7)(x-8)$ $7\times(-8)=-56,\ 7-8=-1$
⑩ $4x^2-100$ $=4(x^2-25)$ $=4(x+5)(x-5)$	⑪ $7x^2+14x+7$ $=7(x^2+2x+1)$ $=7(x+1)^2$	⑫ $5x^2-55x+120$ $=5(x^2-11x+24)$ $=5(x-3)(x-8)$
⑬ $(x-5)a-(x-5)b$ $=\mathrm{M}a-\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a-b)=(x-5)(a-b)$	⑭ $(x+3)a+(x+3)b$ $=\mathrm{M}a+\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a+b)=(x+3)(a+b)$	⑮ $(x-7)a+(x-7)b$ $=\mathrm{M}a+\mathrm{M}b$ $=\mathrm{M}(a+b)=(x-7)(a+b)$

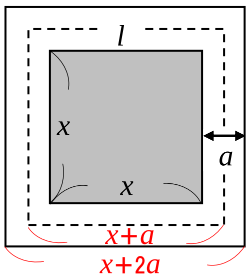
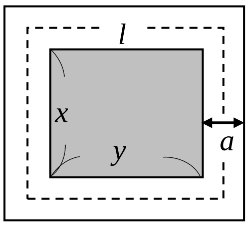
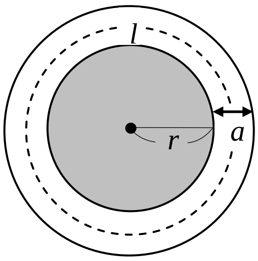
公式を利用して計算しましょう。(2点×6問=12点)

① 26^2-24^2 $=(26+24)\times(26-24)$ $=50\times2=100$	② 61^2-39^2 $=(61+39)\times(61-39)$ $=100\times22=2200$	③ 102×98 $=(100+2)\times(100-2)$ $=100^2-2^2=10000-4=9996$
④ 101^2 $=(100+1)^2$ $=10000+200+1=10201$	⑤ 98^2 $=(100-2)^2$ $=10000-400+4=9604$	⑥ 48^2 $=(50-2)^2$ $=2500-200+4=2304$

次の自然数の最大公約数と最小公倍数を求めましょう。(2 点×4 問＝8 点)

①	24, 30 2) 24 30 3) 12 15 4 5 最大公約数 2×3＝6 最小公倍数 2×3×4×5＝120	②	28, 42 2) 28 42 7) 14 21 2 3 最大公約数 2×7＝14 最小公倍数 2×7×2×3＝84	③	18, 24 2) 18 24 3) 9 12 3 4 最大公約数 2×3＝6 最小公倍数 2×3×3×4＝72	④	12, 16 2) 12 16 2) 6 8 3 4 最大公約数 2^2＝4 最小公倍数 2^2×3×4＝48

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(4 点×3 問＝12 点)

①	 	1 辺の長さが x の正方形の畑のまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S＝al となる。 S＝大きい正方形(㋐$x+2a$　)^2－小さい正方形(㋑x　)^2 式を解くと、(㋒$x^2+4ax+4a^2$　)－(㋓x^2　)＝(㋔$4ax+4a^2$　) l＝(㋕$4x+4a$　) al＝(㋖$4ax+4a^2$　)　㋔＝㋖なので、S＝al となる。
②	 	縦の長さが x、横の長さが y の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S＝al となる。 S＝大きい長方形(㋐$x+2a$　)×(㋑$y+2a$　)－小さい長方形(㋒xy　) 式を解くと、(㋓$xy+2ax+2ay+4a^2$　)－(㋒xy　)＝(㋔$2ax+2ay+4a^2$　) l＝縦(㋕$x+a$　)×2＋横(㋖$y+a$　)×2＝(㋗$2x+2y+4a$　) al＝(㋘$2ax+2ay+4a^2$　)　㋔＝㋘なので、S＝al となる。
③	 	半径 r の円形の花だんのまわりに、幅 a の道がついている。 この道の面積を S、道の真ん中を通る線の長さを l とすると S＝al となる。 S＝大きい円(㋐$r+a$　)^2×π－小さい円(㋑πr^2　) 式を解くと、(㋒$\pi r^2+2\pi ar+\pi a^2$　)－(㋑πr^2　)＝(㋓$2\pi ar+\pi a^2$　) l＝直径(㋔$2r+a$　)×π＝(㋕$2\pi r+\pi a$　) al＝(㋖$2\pi ar+\pi a^2$　)　㋓＝㋖なので、S＝al となる。

次のことを説明するとき、(　　　)にあてはまる数字や式を答えましょう。(4 点×2 問＝8 点)

①	連続した 3 つの整数で、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。 真ん中の整数を n とすると、最小の整数は(㋐$n-1$　)、最大の整数は(㋑$n+1$　)と表される。 最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差＝㋑^{2}－㋐^{2}＝(㋒$4n$　) 真ん中の整数の 4 倍＝(㋓$4n$　) ㋒＝㋓なので、最大の整数の 2 乗と最小の整数の 2 乗の差は、真ん中の整数の 4 倍と等しい。
②	連続した 2 つの奇数で、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。 ある自然数を n とすると、小さい奇数は(㋐$2n+1$　)、大きい奇数は(㋑$2n+3$　)と表される。 大きい奇数の 2 乗から小さい奇数の 2 乗をひいた数＝㋑^{2}－㋐^{2}＝(㋒$8n+8$　) これを共通因数でまとめると 8×(㋓$n+1$　)になる。 よって、大きい奇数の 2 乗と小さい奇数の 2 乗の差は、8 の倍数になる。

2章 平方根 確認テスト	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
	30分	■時■分	■時■分	80点

次の数の平方根を求めましょう。(1点×8問=8点)

①	81	± 9	②	0.25	± 0.5	③	3	$\pm\sqrt{3}$	④	6	$\pm\sqrt{6}$
⑤	$\frac{16}{49}$	$\pm\frac{4}{7}$	⑥	$\frac{1}{81}$	$\pm\frac{1}{9}$	⑦	$\frac{1}{5}$	$\pm\sqrt{\frac{1}{5}}$	⑧	$\frac{3}{10}$	$\pm\sqrt{\frac{3}{10}}$

次の形を変形して、√ の中を出来るだけ簡単にしましょう。(1点×4問=4点)

①	$\sqrt{24}$ $=\sqrt{4\times 6}$ $=2\sqrt{6}$	②	$\sqrt{63}$ $=\sqrt{9\times 7}$ $=3\sqrt{7}$	③	$\sqrt{48}$ $=\sqrt{16\times 3}$ $=4\sqrt{3}$	④	$\sqrt{72}$ $=\sqrt{36\times 2}$ $=6\sqrt{2}$

√ の近似値を代入して、次の計算をしましょう。(1点×4問=4点)

①	$\sqrt{20}$ $(\sqrt{5}\fallingdotseq 2.236)$ $=2\sqrt{5}$ $=2\times 2.236$ $=4.472$	②	$\sqrt{48}$ $(\sqrt{3}=1.732)$ $=4\sqrt{3}$ $=4\times 1.732$ $=6.928$	③	$\sqrt{54}$ $(\sqrt{6}=2.449)$ $=3\sqrt{6}$ $=3\times 2.449$ $=7.347$	④	$\sqrt{28}$ $(\sqrt{7}=2.646)$ $=2\sqrt{7}$ $=2\times 2.646$ $=5.292$

次の計算をしましょう。(2点×12問=24点)

①	$\sqrt{2}\times\sqrt{3}$ $=\sqrt{2\times 3}$ $=\sqrt{6}$	②	$\sqrt{3}\times\sqrt{12}$ $=\sqrt{3\times 12}$ $=\sqrt{36}=6$	③	$-\sqrt{13}\times\sqrt{5}$ $=-\sqrt{13\times 5}$ $=-\sqrt{65}$	④	$\sqrt{2}\times -\sqrt{50}$ $=-\sqrt{2\times 50}$ $=-\sqrt{100}=-10$
⑤	$\sqrt{10}\div\sqrt{2}$ $=\sqrt{10\div 2}$ $=\sqrt{5}$	⑥	$\sqrt{48}\div\sqrt{3}$ $=\sqrt{48\div 3}$ $=\sqrt{16}=4$	⑦	$\sqrt{63}\div(-\sqrt{9})$ $=-\sqrt{63\div 9}$ $=-\sqrt{7}$	⑧	$-\sqrt{98}\div\sqrt{2}$ $=-\sqrt{98\div 2}$ $=-\sqrt{49}=-7$
⑨	$\sqrt{40}\times\sqrt{27}$ $=\sqrt{4\times 10\times 9\times 3}$ $=2\times 3\sqrt{10\times 3}$ $=6\sqrt{30}$	⑩	$\sqrt{8}\times\sqrt{48}$ $=\sqrt{4\times 2\times 16\times 3}$ $=2\times 4\sqrt{2\times 3}$ $=8\sqrt{6}$	⑪	$\sqrt{50}\times\sqrt{40}$ $=\sqrt{25\times 2\times 4\times 2\times 5}$ $=5\times 2\times 2\sqrt{5}$ $=20\sqrt{5}$	⑫	$\sqrt{28}\times\sqrt{63}$ $=\sqrt{4\times 7\times 9\times 7}$ $=2\times 3\times 7$ $=42$

次の循環小数を分数で表しましょう。(2点×4問=8点)

①	$0.\dot{7}$ $(x=0.\dot{7})$ $10x=7.7777\cdots$ $-)\ \ x=0.7777\cdots$ $9x=7$ $x=\frac{7}{9}$	②	$0.\dot{1}$ $(x=0.\dot{1})$ $10x=1.1111\cdots$ $-)\ \ x=0.1111\cdots$ $9x=1$ $x=\frac{1}{9}$	③	$0.\dot{4}\dot{8}$ $(x=0.\dot{4}\dot{8})$ $100x=48.4848\cdots$ $-)\ \ x=0.4848\cdots$ $99x=48$ $x=\frac{48}{99}=\frac{16}{33}$	④	$0.\dot{2}\dot{1}$ $(x=0.\dot{2}\dot{1})$ $100x=21.2121\cdots$ $-)\ \ x=0.2121\cdots$ $99x=21$ $x=\frac{21}{99}=\frac{7}{33}$

次の数の分母を有理化しましょう。(2 点×6 問=12 点)

① $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$ $=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{2}$	② $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$ $=\dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$	③ $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{10}}$ $=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{10}}{\sqrt{10}\times\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{70}}{10}$
④ $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{27}}$ $=\dfrac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{3\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{9}$	⑤ $\dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{45}}$ $=\dfrac{\sqrt{7}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{7}\times\sqrt{5}}{3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{35}}{15}$	⑥ $\dfrac{7}{\sqrt{32}}$ $=\dfrac{7}{4\sqrt{2}}=\dfrac{7\times\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\dfrac{7\sqrt{2}}{8}$

次の計算をしましょう。(2 点×6 問=12 点)

① $3\sqrt{10}+4\sqrt{10}-2\sqrt{10}$ $=5\sqrt{10}$	② $3\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{10}$ $=7\sqrt{3}-2\sqrt{10}$	③ $5\sqrt{11}-4\sqrt{2}-2\sqrt{11}$ $=3\sqrt{11}-4\sqrt{2}$
④ $\sqrt{18}+\sqrt{128}+\sqrt{40}$ $=3\sqrt{2}+8\sqrt{2}+2\sqrt{10}$ $=11\sqrt{2}+2\sqrt{10}$	⑤ $\sqrt{98}-\sqrt{50}-\sqrt{40}$ $=7\sqrt{2}-5\sqrt{2}-2\sqrt{10}$ $=2\sqrt{2}-2\sqrt{10}$	⑥ $\sqrt{24}+\sqrt{147}-\sqrt{96}$ $=2\sqrt{6}+7\sqrt{3}-4\sqrt{6}$ $=-2\sqrt{6}+7\sqrt{3}$

次の式を展開しましょう。(2 点×12 問=24 点)

① $\sqrt{5}(\sqrt{5}+4)$ $=\sqrt{25}+4\sqrt{5}$ $=5+4\sqrt{5}$	② $\sqrt{2}(\sqrt{2}-8)$ $=\sqrt{4}-8\sqrt{2}$ $=2-8\sqrt{2}$	③ $\sqrt{7}(\sqrt{7}-6)$ $=\sqrt{49}-6\sqrt{7}$ $=7-6\sqrt{7}$
④ $(9+\sqrt{2})(3+3\sqrt{2})$ $=27+27\sqrt{2}+3\sqrt{2}+6$ $=33+30\sqrt{2}$	⑤ $(\sqrt{7}+2)(3\sqrt{7}-4)$ $=21-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}-8$ $=13+2\sqrt{7}$	⑥ $(2\sqrt{10}-6)(\sqrt{10}-5)$ $=20-10\sqrt{10}-6\sqrt{10}+30$ $=50-16\sqrt{10}$
⑦ $(\sqrt{3}+6)(\sqrt{3}+2)$ $=(\sqrt{3})^2+(6+2)\sqrt{3}+6\times2$ $=3+8\sqrt{3}+12$ $=15+8\sqrt{3}$	⑧ $(\sqrt{7}+3)(\sqrt{7}-8)$ $=(\sqrt{7})^2+(3-8)\sqrt{7}+3\times(-8)$ $=7-5\sqrt{7}-24$ $=-17-5\sqrt{7}$	⑨ $(\sqrt{7}+4)(\sqrt{7}+8)$ $=(\sqrt{7})^2+(4+8)\sqrt{7}+4\times8$ $=7+12\sqrt{7}+32$ $=39+12\sqrt{7}$
⑩ $(\sqrt{5}+9)^2$ $=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times9+9^2$ $=5+18\sqrt{5}+81$ $=86+18\sqrt{5}$	⑪ $(\sqrt{3}-1)^2$ $=(\sqrt{3})^2-2\times\sqrt{3}\times1+1^2$ $=3-2\sqrt{3}+1$ $=4-2\sqrt{3}$	⑫ $(\sqrt{5}-4)^2$ $=(\sqrt{5})^2-2\times\sqrt{5}\times4+4^2$ $=5-8\sqrt{5}+16$ $=21-8\sqrt{5}$

次の問いに答えましょう。(1 点×4 問=4 点)

①	$\sqrt{70}$より小さい自然数は全部で何個ありますか。	8 個　($8<\sqrt{70}<9$)
②	$3<\sqrt{n}<4$ を満たす自然数 n は全部で何個ありますか。	6 個　($\sqrt{9}<\sqrt{n}<\sqrt{16}$)
③	$\sqrt{8n}$が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	$n=2$　($\sqrt{8\times2}=\sqrt{16}$)
④	$\sqrt{12n}$が自然数になる最小の自然数 n の値を求めましょう。	$n=3$　($\sqrt{12\times3}=\sqrt{36}$)

3章 二次方程式 確認テスト

制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

次の方程式を解きましょう。(2点×15問＝30点)

①	$7x^2=14$ $x^2=2$ $x=\pm\sqrt{2}$	②	$7x^2-35=0$ $7x^2=35$ $x^2=5$ $x=\pm\sqrt{5}$	③	$5x^2-320=0$ $5x^2=320$ $x^2=64$ $x=\pm 8$
④	$(x+2)^2=7$ $x+2=\pm\sqrt{7}$ $x=-2\pm\sqrt{7}$	⑤	$(x+5)^2=49$ $x+5=\pm 7$ $x=-5\pm 7$ $x=2,\ -12$	⑥	$(x-9)^2=25$ $x-9=\pm 5$ $x=9\pm 5$ $x=14,\ 4$
⑦	$x^2+14x+49=0$ $(x+7)^2=0$ $x+7=0$ $x=-7$	⑧	$x^2-4x+4=0$ $(x-2)^2=0$ $x-2=0$ $x=2$	⑨	$x^2-18x+81=0$ $(x-9)^2=0$ $x-9=0$ $x=9$
⑩	$x^2+10x+18=0$ $x^2+10x+5^2=-18+5^2$ $(x+5)^2=7$ $x=-5\pm\sqrt{7}$	⑪	$x^2+6x-2=0$ $x^2+6x+3^2=2+3^2$ $(x+3)^2=11$ $x=-3\pm\sqrt{11}$	⑫	$x^2-6x+4=0$ $x^2-6x+3^2=-4+3^2$ $(x-3)^2=5$ $x=3\pm\sqrt{5}$
⑬	$x^2-10x-8=0$ $x^2-10x+5^2=8+5^2$ $(x-5)^2=33$ $x=5\pm\sqrt{33}$	⑭	$x^2-14x-1=0$ $x^2-14x+7^2=1+7^2$ $(x-7)^2=50$ $x=7\pm 5\sqrt{2}$	⑮	$x^2-20x-8=0$ $x^2-20x+10^2=8+10^2$ $(x-10)^2=108$ $x=10\pm 6\sqrt{3}$

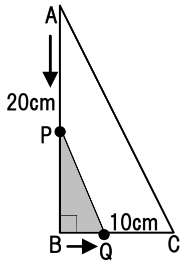
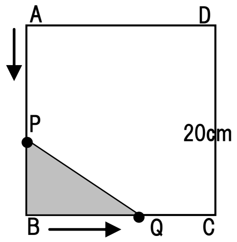
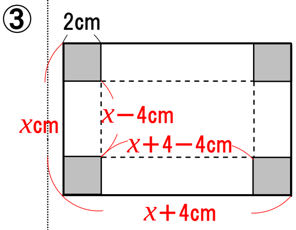
次の問いに答えましょう。(6点×3問＝18点)

①	大小2つの正の整数があり、その差が3、積が40になります。 この2つの整数を求めましょう。	
	小さい方の整数を x とすると、大きい方の整数は $x+3$ と表される。 問題文を式に直すと、$x(x+3)=40$ これを解くと、$x=-8,\ 5$　-8 は正の整数ではないので、$x=5$ よって、2つの整数は、5と8	$x(x+3)=40$ $x^2+3x-40=0$ $(x+8)(x-5)=0$ $x=-8,\ 5$
②	連続した3つの正の整数があり、真ん中の数の2乗は、残りの2数の和より24大きくなります。 この連続した3つの正の整数を求めましょう。	
	真ん中の整数を x とすると、残りの2数は、$x-1$、$x+1$ と表される。 問題文を式に直すと、$x^2=(x-1)+(x+1)+24$ これを解くと、$x=-4,\ 6$　-4 は正の整数ではないので、$x=6$ よって、3つの整数は、5と6と7	$x^2=(x-1)+(x+1)+24$ $x^2-2x-24=0$ $(x+4)(x-6)=0$ $x=-4,\ 6$
③	ある自然数を2乗するところを、間違って2倍したため、答えが48小さくなりました。 もとの自然数を求めましょう。	
	もとの自然数を x とする。 問題文を式に直すと、$x^2=2x+48$ これを解くと、$x=-6,\ 8$　-6 は自然数ではないので、$x=8$ よって、もとの自然数は、8	$x^2=2x+48$ $x^2-2x-48=0$ $(x+6)(x-8)=0$ $x=-6,\ 8$

次の方程式を解きましょう。(2 点×12 問=24 点)

① $x^2+16x+63=0$ $(x+7)(x+9)=0$ $x=-7,\ \ x=-9$	② $x^2-2x-15=0$ $(x+3)(x-5)=0$ $x=-3,\ \ x=5$	③ $x^2-6x-16=0$ $(x+2)(x-8)=0$ $x=-2,\ \ x=8$
④ $x^2+8x-9=0$ $(x-1)(x+9)=0$ $x=1,\ \ x=-9$	⑤ $x^2-14x+40=0$ $(x-4)(x-10)=0$ $x=4,\ \ x=10$	⑥ $x^2-10x+21=0$ $(x-3)(x-7)=0$ $x=3,\ \ x=7$
⑦ $x^2-2x=0$ $x(x-2)=0$ $x=0,\ \ x=2$	⑧ $x^2+10x=0$ $x(x+10)=0$ $x=0,\ \ x=-10$	⑨ $x^2+7x=0$ $x(x+7)=0$ $x=0,\ \ x=-7$
⑩ $2x^2-5x=0$ $x(2x-5)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{5}{2}$	⑪ $3x^2-2x=0$ $x(3x-2)=0$ $x=0,\ \ x=\frac{2}{3}$	⑫ $5x^2+6x=0$ $x(5x+6)=0$ $x=0,\ \ x=-\frac{6}{5}$

次の問いに答えましょう。(6 点×3 問=18 点)

①		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 1cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 25cm^2 になるのは、何秒後ですか？ 点が動く時間を t 秒とすると、PB=$20-2t$ BQ=t △PBQ の面積は、$(20-2t)\times t\div2=25$ これを解くと、$t=5$ △PBQ の面積が 25cm^2 になるのは、5 秒後	 $(20-2t)\times t\div2=25$ $-t^2+10t-25=0$ $t^2-10t+25=0$ $(t-5)(t-5)=0$
②		P は、AB 上を秒速 2cm で A から B まで動き、Q は、BC 上を秒速 2cm で B から C まで動きます。△PBQ の面積が 42cm^2 になるのは、何秒後ですか？ 点が動く時間を t 秒とすると、PB=$20-2t$ BQ=$2t$ △PBQ の面積は、$(20-2t)\times2t\div2=42$ これを解くと、$t=3,\ 7$ △PBQ の面積が 42cm^2 になるのは、3 秒後と 7 秒後	 $(20-2t)\times2t\div2=42$ $-2t^2+20t-42=0$ $t^2-10t+21=0$ $(t-3)(t-7)=0$
③		横が縦より 4cm 長い長方形の紙があります。この紙の 4 隅から 1 辺が 2cm の正方形を切り取り、直方体の容器をつくると、容積は 64cm^3 でした。もとの紙の縦の長さを求めましょう。 縦の長さを x cm とすると、横の長さは $x+4$cm 容積を求める式は、$(x-4)\times(x+4-4)\times2=64$ これを解くと、$x=-4,\ \ 8$ 辺は正の数なので、$x=8$ よって、紙の縦の長さは、8cm	 $(x-4)\times x\times2=64$ $(x-4)\times x=32$ $x^2-4x-32=0$ $(x+4)(x-8)=0$

解の公式を利用して、次の方程式を解きましょう。(5 点×2 問=10 点)

① $2x^2+3x-4=0$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times2\times(-4)}}{2\times2}$ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{41}}{4}$	② $3x^2-2x-7=0$ $x=\dfrac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times3\times(-7)}}{2\times3}$ $x=\dfrac{2\pm\sqrt{88}}{6}=\dfrac{2\pm2\sqrt{22}}{6}=\dfrac{1\pm\sqrt{22}}{3}$

4章 二次関数 確認テスト

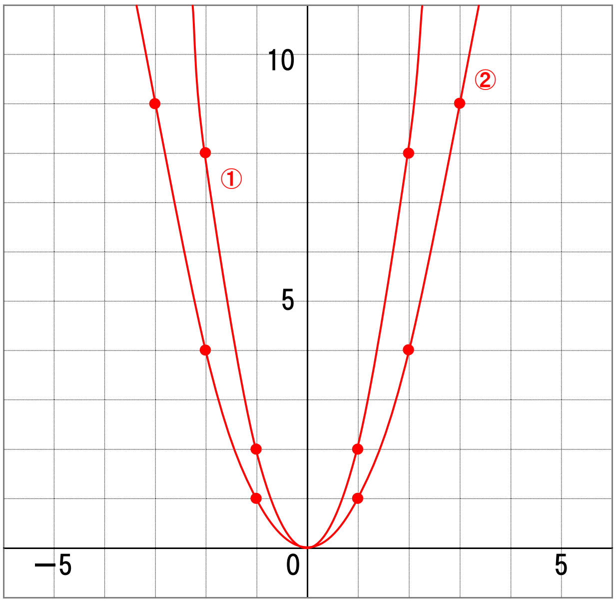
制限時間	開始時間	終了時間	合格点
30分	■時■分	■時■分	80点

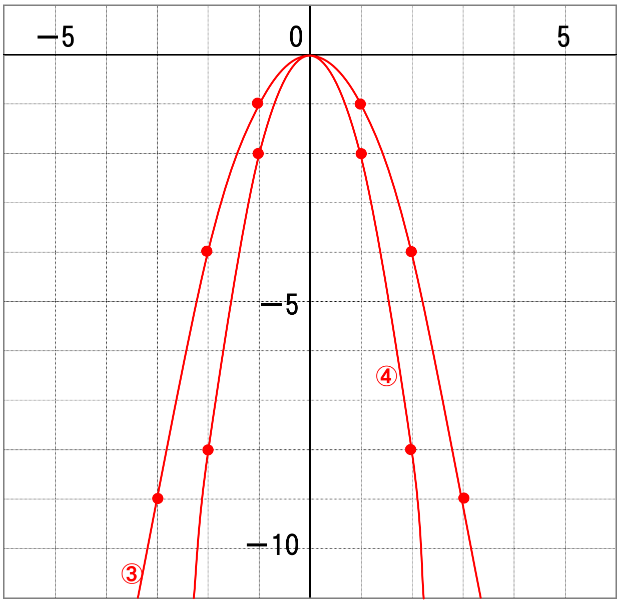
y が x の2乗に比例するとき、x、y の関係を式に表しましょう。(2点×3問=6点)

①	$x=3$ のとき、$y=63$ $a=63\div3^2=7$ $y=7x^2$	②	$x=2$ のとき、$y=-20$ $a=-20\div2^2=-5$ $y=-5x^2$	③	$x=-4$ のとき、$y=-48$ $a=-48\div(-4)^2=-3$ $y=-3x^2$

次の関数のグラフをかきましょう。(3点×4問=12点)

①	$y=2x^2$	③	$y=-x^2$
②	$y=x^2$	④	$y=-2x^2$





時速と制動距離の関係を式に表し、あとのことがらを求めましょう。(5点×2問=10点)

①	時速50kmのときの制動距離が10mの自動車。 $a=10\div50^2=\frac{1}{250}$　$y=\frac{1}{250}x^2$ この自動車が時速100kmのときの制動距離。 $y=\frac{1}{250}\times100^2=40$m	②	時速60kmのときの制動距離が24mの自動車。 $a=24\div60^2=\frac{1}{150}$　$y=\frac{1}{150}x^2$ この自動車の制動距離が54mになる時速。 $54=\frac{1}{150}x^2$　$x^2=8100$　$x=90$km

ボールが斜面を転がるときの関係を式に表し、平均の速さを求めましょう。(5点×2問=10点)

①	転がり始めて5秒後までに100m転がった。 $a=100\div5^2=4$　$y=4x^2$ 1秒後から3秒後までの平均の速さ。 $4(1+3)=16$　秒速16m	②	転がり始めて3秒後までに45m転がった。 $a=45\div3^2=5$　$y=5x^2$ 2秒後から7秒後までの平均の速さ。 $5(2+7)=45$　秒速45m

次の問いに答えましょう。(3点×3問=9点)

①	周期が4秒のふりこは何mですか？ $y=\frac{1}{4}\times4^2=4$m	②	長さが6mのふりこの周期は何秒ですか？ $6=\frac{1}{4}x^2$　$x^2=24$　$x=2\sqrt{6}$ 秒

次の関数の、y の変域を求めましょう。(3 点×3 問＝9 点)

①	$y=3x^2$ $(-1\leqq x\leqq 2)$ $0\leqq y\leqq 12$	②	$y=-2x^2$ $(-1\leqq x\leqq 5)$ $-50\leqq y\leqq 0$	③	$y=4x^2$ $(1\leqq x\leqq 5)$ $4\leqq y\leqq 100$

x の値が、次のように増加するときの変化の割合を求めましょう。(3 点×3 問＝9 点)

①	$y=4x^2$ (1 から 4 まで) $4(1+4)=20$	②	$y=-3x^2$ (2 から 5 まで) $-3(2+5)=-21$	③	$y=-3x^2$ (−8 から−4 まで) $-3(-8-4)=36$

次の関数について、下の A～H から当てはまるものを全て選び、記号で答えましょう。(3 点×5 問＝15 点)

①	グラフが放物線である。	C, D
②	$x\leqq 0$ のとき、x の値が増加すると y の値も増加する。	A, D
③	変化の割合がつねに 2 である。	A
④	(2, 8)を通る。	A, C
⑤	原点(0, 0)を通る。	C, D

A	$y=2x+4$	B	$y=-2x+4$	C	$y=2x^2$	D	$y=-2x^2$

$y=x^2$ のグラフ上に 2 点 A, B があります。次の問題に答えましょう。(5 点×2 問＝10 点)

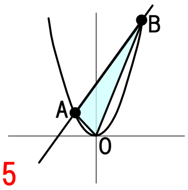
①

A の x 座標は−3、B の x 座標は 5 です。
A, B の座標を求めましょう。

A(−3, 9)　B(5, 25)

A, B を通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{25-9}{5-(-3)}=\dfrac{16}{8}=2$



$y=2x+b$ に(−3, 9)を代入

$9=-6+b$　$9+6=b$　$y=2x+15$

△OAB の面積を求めましょう。

$y=2x+15$ より、底辺は 15

A(−3, 9)　B(5, 25)より、高さは 3＋5＝8

△OAB の面積＝15×8÷2＝60

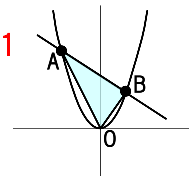
②

A の x 座標は−2、B の x 座標は 1 です。
A, B の座標を求めましょう。

A(−2, 4)　B(1, 1)

A, B を通る直線の式を求めましょう。

変化の割合＝$\dfrac{1-4}{1-(-2)}=-\dfrac{3}{3}=-1$



$y=-x+b$ に(−2, 4)を代入

$4=2+b$　$4-2=b$　$y=-x+2$

△OAB の面積を求めましょう。

$y=-x+2$ より、底辺は 2

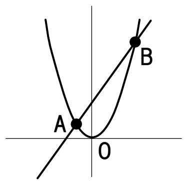
A(−2, 4)　B(1, 1)より、高さは 2＋1＝3

△OAB の面積＝2×3÷2＝3

次の 2 つのグラフの交点 A, B の座標を求めましょう。(5 点×2 問＝10 点)

①

$y=\dfrac{3}{4}x^2$ と $y=3x+9$ の交点 A, B



$y=\dfrac{3}{4}x^2$

$-)\ \underline{y=\qquad 3x+9}$

$0=\dfrac{3}{4}x^2-3x-9$ …×$\dfrac{4}{3}$ → $x^2-4x-12=0$

$(x+2)(x-6)=0$　$x=-2, 6$

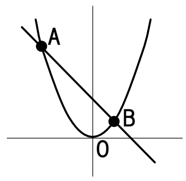
$x=-2$ のとき、$y=3\times(-2)+9=3$

$x=6$ のとき、$y=3\times 6+9=27$

よって A＝(−2, 3)、B＝(6, 27)

②

$y=\dfrac{1}{3}x^2$ と $y=-x+6$ の交点 A, B



$y=\dfrac{1}{3}x^2$

$-)\ \underline{y=\qquad -x+6}$

$0=\dfrac{1}{3}x^2+x-6$ …×3 → $x^2+3x-18=0$

$(x+6)(x-3)=0$　$x=-6, 3$

$x=-6$ のとき、$y=-(-6)+6=12$

$x=3$ のとき、$y=-3+6=3$

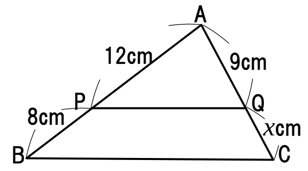
よって A＝(−6, 12)、B＝(3, 3)

5章	相似 確認テスト	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

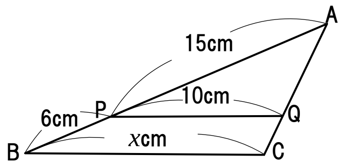
次の比例式を解きましょう。(3点×4問=12点)

①	②	③	④
2：5=4：x	4：3=x：9	4：3=x：6	x：3=42：18
2×x=5×4	3×x=4×9	3×x=4×6	x×18=3×42
x=10	x=12	x=8	x=7

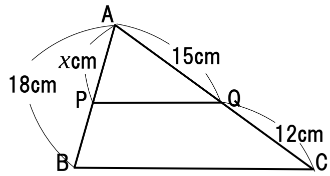
次の図で、PQ//BCのとき、xの値を求めましょう。(4点×3問=12点)

①


12：8=9：x
12x=72　x=6cm

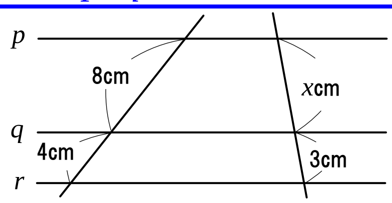
②


15：(15+6)=10：x
15x=210　x=14cm

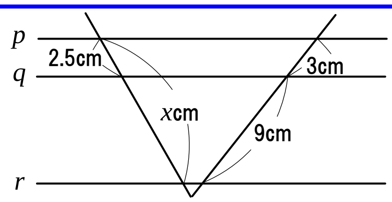
③


x：18=15：(15+12)
27x=270　x=10cm

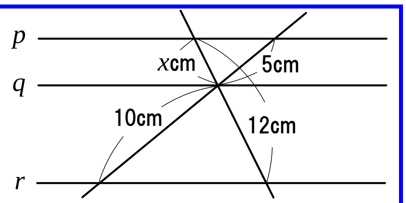
次の図で、$p//q//r$のとき、xの値を求めましょう。(4点×3問=12点)

①


8：4=x：3
4x=24　x=6cm

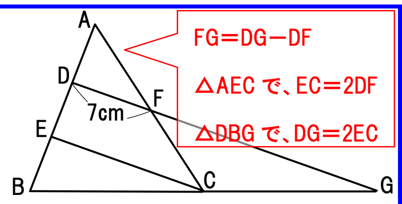
②


2.5：x=3：(3+9)
3x=30　x=10cm

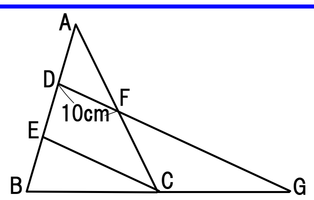
③


x：12=5：(5+10)
15x=60　x=4cm

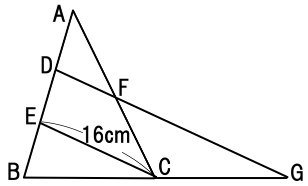
点D、EがABを3等分する点、点FがACの中点のとき、FGの長さを求めましょう。(4点×3問=12点)

①


2EC(28cm)−DF(7cm)=21cm

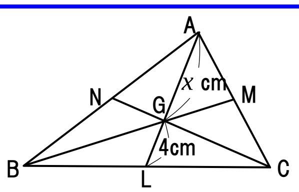
②


2EC(40cm)−DF(10cm)=30cm

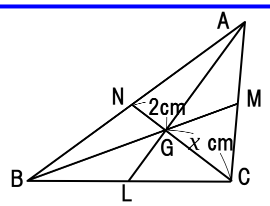
③


2EC(32cm)−DF(8cm)=24cm

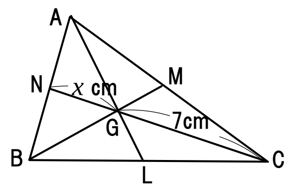
Gが△ABCの重心であるとき、xの値を求めましょう。(4点×3問=12点)

①


x=8cm

②


x=4cm

③


x=3.5cm

図形Aと図形Bが相似であるとき、図形Bの面積と体積を求めましょう。(5点×2問=10点)

① A：B=2：3、Aの面積12cm^2、Aの体積24 cm^3

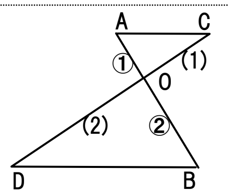
Bの面積	Bの体積
2^2：3^2=12：B	2^3：3^3=24：B
4：9=12：B	8：27=24：B
B=27cm^2	B=81cm^3

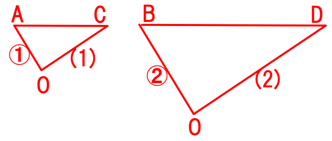
② A：B=2：5、Aの面積8cm^2、Aの体積16cm^3

Bの面積	Bの体積
2^2：5^2=8：B	2^3：5^3=16：B
4：25=8：B	8：125=16：B
B=50cm^2	B=250cm^3

相似の図形を同じ向きに並べてかき、相似であることを証明しましょう。(6 点×1 問=6 点)

① ABとCOが点Oで交わっていて、2AO=BO、2CO=DOである。
このとき、△AOC∽△BODであることを証明しましょう。



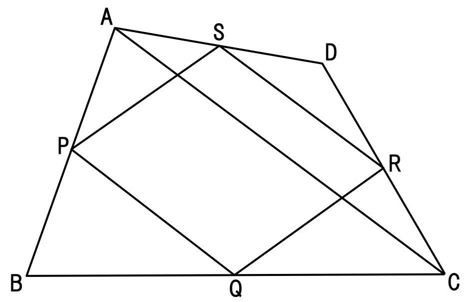


仮定より、AO：BO=1：2、CO：DO=1：2 …①
対頂角は等しいので、∠AOC=∠BOD …②
①②より、2 組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいので、△AOC∽△BOD

四角形 ABCD について、次のことを証明しましょう。(6 点×2 問=12 点)

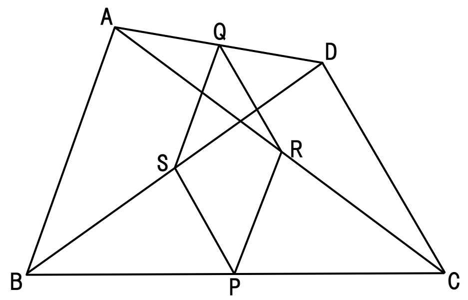
① 4辺の中点をP、Q、R、Sとすると、四角形PQRSは平行四辺形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AC// PQ で AC=2PQ…①
△ADC で、中点連結定理より、AC// SR で AC=2SR…②
①②より、PQ// SR で PQ=SR…③
よって、1 組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PQRS は平行四辺形になる。



② BC、AD、AC、BDの中点をP、Q、R、Sとすると、四角形PRQSは平行四辺形になる。

△ABC で、中点連結定理より、AB// RP で AB=2RP…①
△ABD で、中点連結定理より、AB// QS で AB=2QS…②
①②より、RP// QS で RP=QS…③
よって、1 組の向かい合う辺が等しく平行なので、
四角形 PRQS は平行四辺形になる。

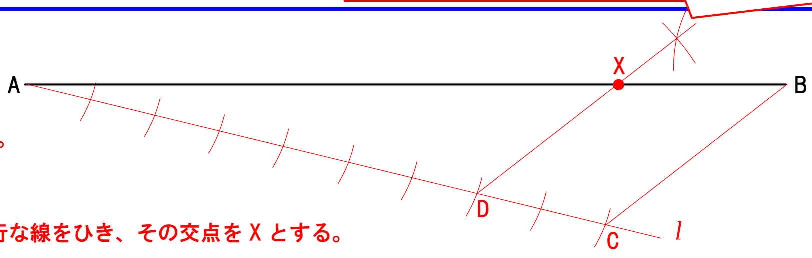


次の作図をしましょう。(6 点×1 問=6 点)

D を中心に半径 CB の円と、B を中心に半径 CD の円の交点

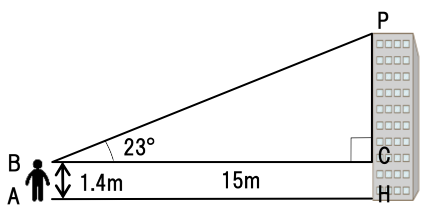
① 線分ABを7：2に分ける点X

① 点 A を通る直線 *l* をひく。
② *l* 上に点 A から等間隔に 9 つの点をとる。
③ 9 番目の点を C とし、C と B を結ぶ。
④ 7 番目の点を D とし、D を通り BC に平行な線をひき、その交点を X とする。

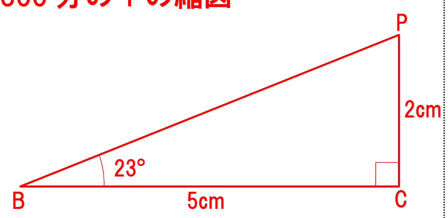


縮図をかいて、建物や木の高さを求めましょう。(6 点×1 問=6 点)

①



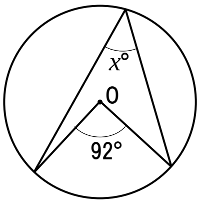
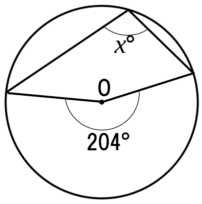
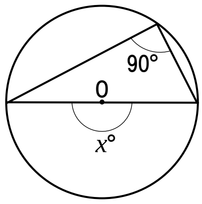
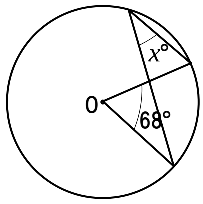
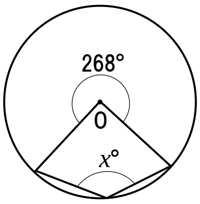
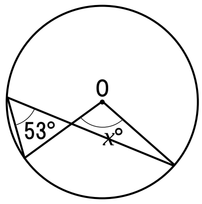
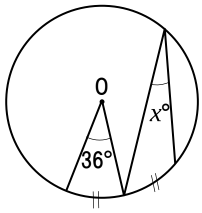
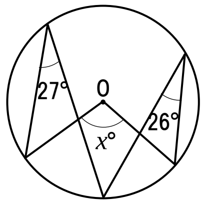
300 分の 1 の縮図



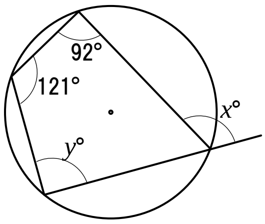
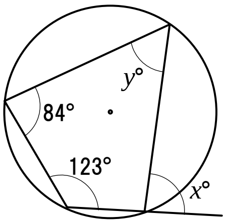
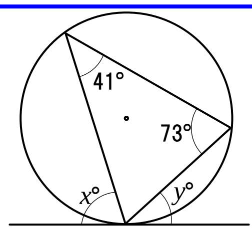
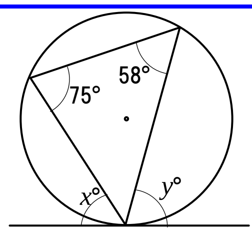
300 分の 1 の縮図で PC は 2cm
2cm×300=6m
6m+1.4m=7.4m

6章	円周角 確認テスト	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
		30分	■時■分	■時■分	80点

∠x の大きさを求めましょう。(3点×8問=24点)

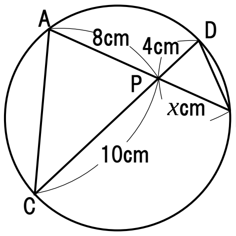
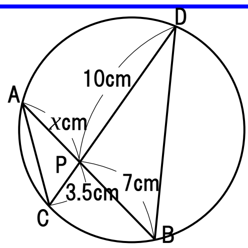
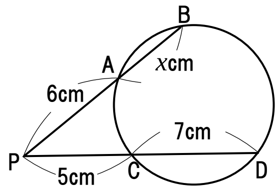
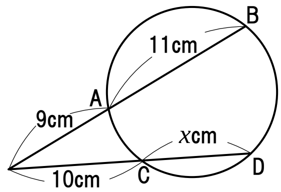
①  46度	②  102度	③  180度	④  34度
⑤  134度	⑥  106度	⑦  18度	⑧  106度

∠x と∠y の大きさを求めましょう。(4点×4問=16点)

①  ∠x=121° ∠y=88°	②  ∠x=84° ∠y=57°	③  ∠x=73° ∠y=41°	④  ∠x=58° ∠y=75°

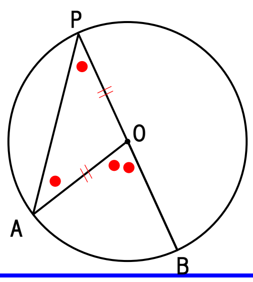
C

x の値を求めましょう。(4点×4問=16点)

①  8×x=10×4 8x=40 x=5cm	②  7×x=10×3.5 7x=35 x=5cm	③  6×(6+x)=5×12 36+6x=60 6x=24 x=4cm	④  10×(10+x)=9×20 100+10x=180 10x=80 x=8cm

∠AOB=2∠APB であることを証明するのに、( )に合う言葉を書きましょう。(6点×1問=6点)

①



半径の長さは等しいので、△OPA は(二等辺三角形)である。

よって、∠OPA=∠(OAP)

三角形の内角・外角の性質より、

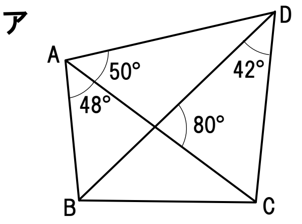
∠AOB=∠OPA+∠(OAP)=2∠OPA=2∠APB

したがって、∠AOB=2∠APB である。

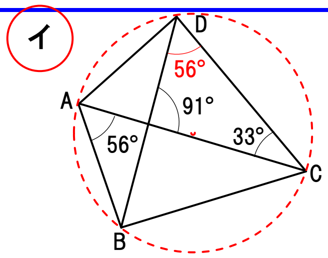
4 点 A、B、C、D が同じ円周上にあるものを 1 つずつ選び、記号に〇をしましょう。(8 点×1 問＝8 点)

①

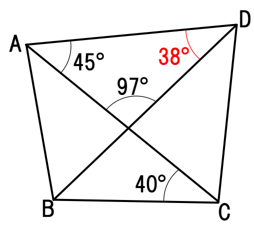
ア



イ

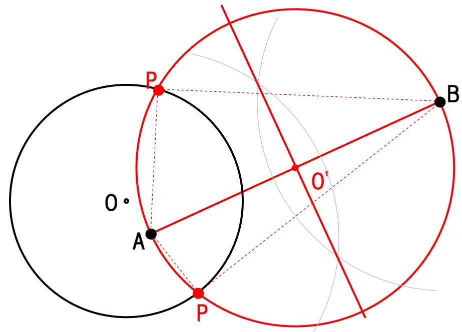


ウ



指示に従って作図を完成しましょう。(6 点×2 問＝12 点)

①



∠APB＝90°となる円 O 上の点 P

【作図の手順】

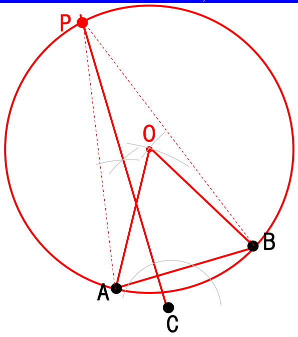
① 線分 AB の垂直二等分線をひき、AB との交点を O'とする。

② 点 O'を中心とする半径 O'A の円をかく。

③ 円 O と円 O'の交点を P とする。

AB は円 O'の直径だから、∠APB＝90°になる。

②



AB⊥CP、∠APB＝30°となる点 P

【作図の手順】

① 点 C を通る線分 AB の垂線をひく。

② AB を 1 辺とする正三角形 OAB をつくる。

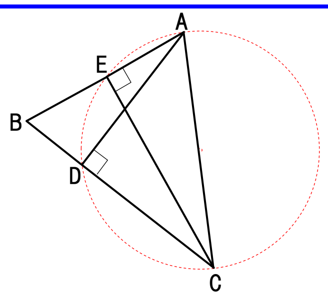
③ 点 O を中心とする半径 OA の円をかく。

④ ①の直線と③の円の交点を P とする。

円周角は中心角の半分の大きさだから、∠APB＝30°になる。

次のことを証明しましょう。(6 点×3 問＝18 点)

①



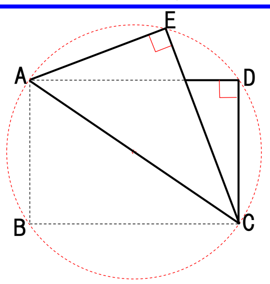
△ABC の頂点 A、C から垂線 AD、CE をひくとき、4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

AD、CE は垂線だから、∠ADC＝∠CEA＝90°

また、2 点 D、E は線分 AC について同じ側にある。

したがって、4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

②



長方形 ABCD を AC で折り、点 B が移った点を E とする。

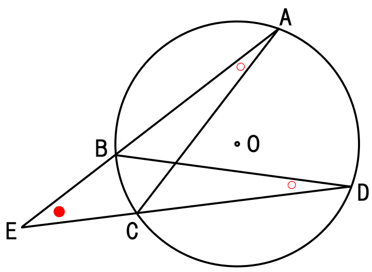
このとき 4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

四角形 ABCD は長方形なので、∠ADC＝∠AEC＝90°

また、2 点 D、E は線分 AC について同じ側にある。

したがって、4 点 A、C、D、E は同じ円周上にある。

③



円 O 上に A、B、C、D があり、線分 AB の延長と線分 DC の延長の交点を E とすると、△AEC∽△DEB となる。

△AEC と△DEB で、

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角なので、∠EAC＝∠EDB …①

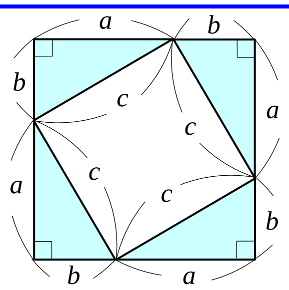
共通な角なので、∠AEC＝∠DEB …②

①②より、2 組の角がそれぞれ等しいので、△AEC∽△DEB

7章 三平方の定理 確認テスト	制限時間	開始時間	終了時間	合格点
	30分	■時■分	■時■分	80点

次の計算から、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つことを証明しましょう。(10点×1問=10点)

①



1辺が c の正方形の面積＝外側の正方形の面積－4つの直角三角形の面積

内側の正方形の面積は、c^2 …①

外側の正方形の面積は、$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ …②

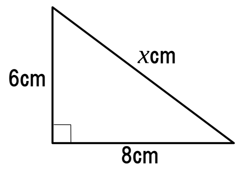
4つの直角三角形の面積は、$(a\times b\div 2)\times 4=2ab$ …③

内側の正方形の面積を②－③で表すと、$a^2+2ab+b^2-2ab=a^2+b^2$ …④

④＝①なので、$a^2+b^2=c^2$ が成り立つ。

次の直角三角形で、x の長さを求めましょう。(3点×4問=12点)

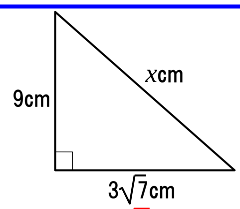
①



$x^2=6^2+8^2=100$

$x=\sqrt{100}=10\text{cm}$

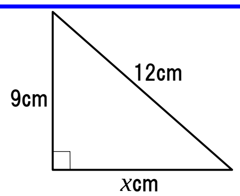
②



$x^2=9^2+(3\sqrt{7})^2=144$

$x=\sqrt{144}=12\text{cm}$

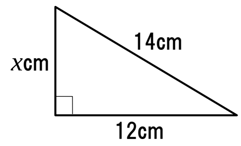
③



$x^2=12^2-9^2=63$

$x=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\text{cm}$

④

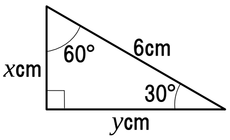


$x^2=14^2-12^2=52$

$x=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\text{cm}$

次の直角三角形で、x と y の長さを求めましょう。(3点×4問=12点)

①



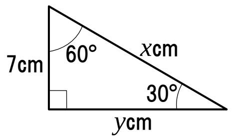
$x:6=1:2$

$x=3\text{cm}$

$y:6=\sqrt{3}:2$

$y=3\sqrt{3}\text{cm}$

②



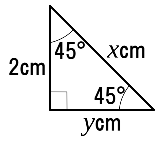
$x:7=2:1$

$x=14\text{cm}$

$y:7=\sqrt{3}:1$

$y=7\sqrt{3}\text{cm}$

③



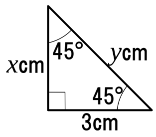
$x:2=\sqrt{2}:1$

$x=2\sqrt{2}\text{cm}$

$y:2=1:1$

$y=2\text{cm}$

④



$x:3=1:1$

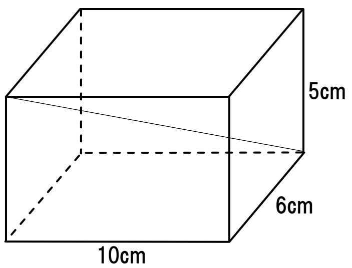
$x=3\text{cm}$

$y:3=\sqrt{2}:1$

$y=3\sqrt{2}\text{cm}$

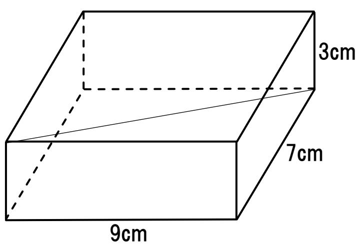
次の直方体や立方体の対角線 l の長さを求めましょう。(3点×3問=9点)

①



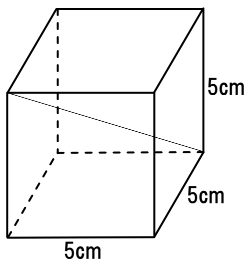
$l=\sqrt{10^2+6^2+5^2}=\sqrt{161}\text{cm}$

②



$l=\sqrt{9^2+7^2+3^2}=\sqrt{139}\text{cm}$

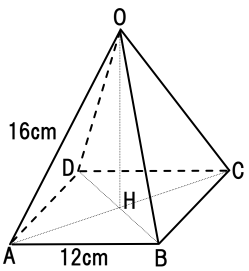
③



$l=5\sqrt{3}\text{cm}$

次の正四角錐や円錐の高さOHと体積 V を求めましょう。(4点×2問=8点)

①



$AH=12\times\sqrt{2}\div 2=6\sqrt{2}$

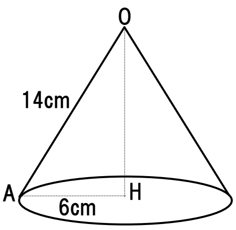
$OH^2=16^2-(6\sqrt{2})^2=184$

$OH=\sqrt{184}=2\sqrt{46}\text{cm}$

$V=12^2\times 2\sqrt{46}\times\frac{1}{3}$

$V=96\sqrt{46}\text{cm}^3$

②



$OH^2=14^2-6^2=160$

$OH=\sqrt{160}=4\sqrt{10}\text{cm}$

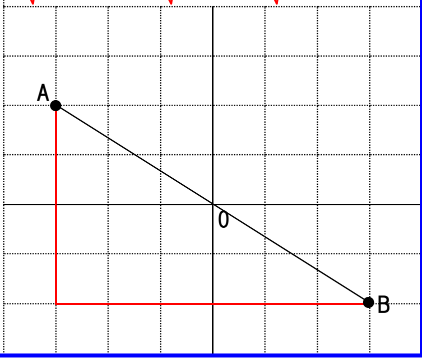
$V=6^2\pi\times 4\sqrt{10}\times\frac{1}{3}$

$V=48\sqrt{10}\text{cm}^3$

次の座標をもつ 2 点間の距離を求めましょう。(4 点×3 問＝12 点)

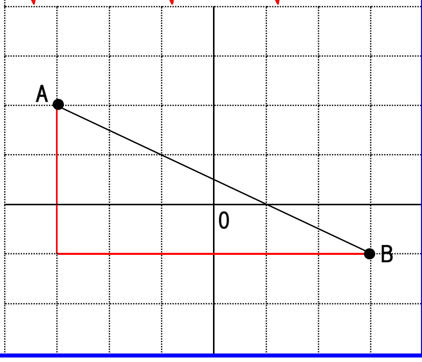
① A(−3, 2)、B(3, −2)

$\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$



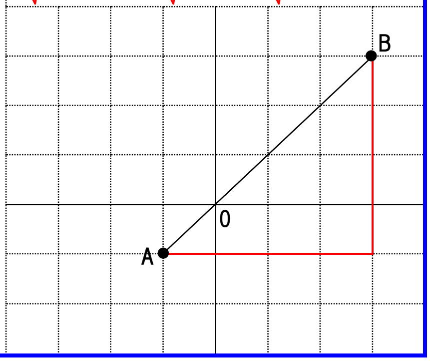
② A(−3, 2)、B(3, −1)

$\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$



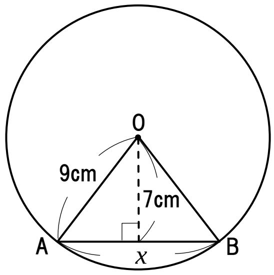
③ A(−1, −1)、B(3, 3)

$\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$



x の値を求めましょう。(4 点×3 問＝12 点)

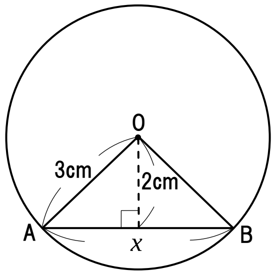
①



$x=2\times\sqrt{9^2-7^2}$

$x=2\times\sqrt{32}=8\sqrt{2}$

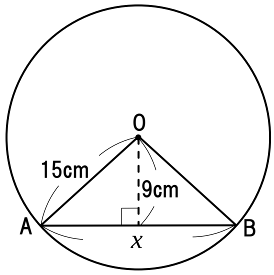
②



$x=2\times\sqrt{3^2-2^2}$

$x=2\sqrt{5}$

③

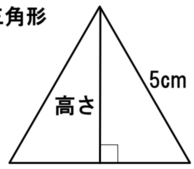


$x=2\times\sqrt{15^2-9^2}$

$x=2\times\sqrt{144}=24$

次の三角形の高さを h と面積 S を求めましょう。(4 点×4 問＝16 点)

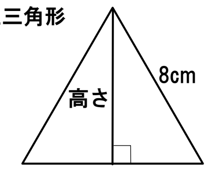
① 正三角形



$h=5\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$ cm

$S=5^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{25\sqrt{3}}{4}$ cm^2

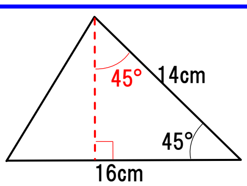
② 正三角形



$h=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$ cm

$S=8^2\times\frac{\sqrt{3}}{4}=16\sqrt{3}$ cm^2

③



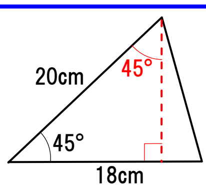
$h:14=1:\sqrt{2}$

$h=7\sqrt{2}$ cm

$S=16\times7\sqrt{2}\div2$

$S=56\sqrt{2}$ cm^2

④



$h:20=1:\sqrt{2}$

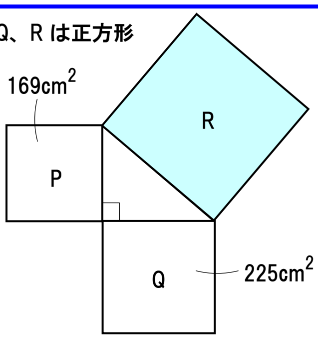
$h=10\sqrt{2}$ cm

$S=18\times10\sqrt{2}\div2$

$S=90\sqrt{2}$ cm^2

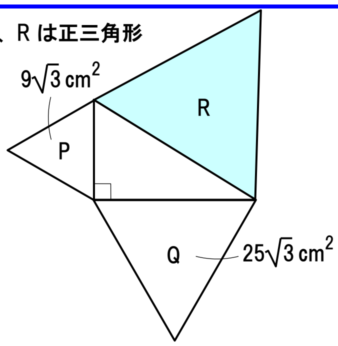
影をつけた部分の面積を求めましょう。(3 点×3 問＝9 点)

① P、Q、R は正方形



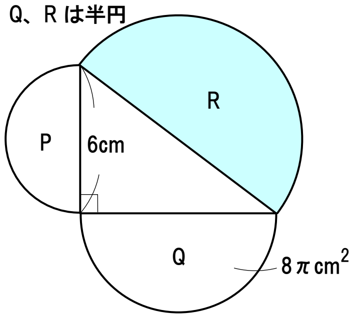
R＝169＋225＝394cm^2

② P、Q、R は正三角形



$R=9\sqrt{3}+25\sqrt{3}=34\sqrt{3}$ cm^2

③ P、Q、R は半円



$P=3\times3\times\pi\div2=4.5\pi$ cm^2

$R=4.5\pi+8\pi=12.5\pi$ cm^2